CENTRAL LIBRARY

যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি

রমাপ্রসাদ দাস

CALCUTTA UNIVERSITY
CENTRAL LIBRARY

কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়

CENTRAL LIBRARY

Yuktivaignanika Padhati
By Ramaprasad Das

B
160
D26
C3

Published by
University of Calcutta
Year of Publication : 2000

BCU 2289

Printed in India by Pradip Kumar Ghosh
at the Calcutta University Press
48, Hazra Road, Calcutta: 700 009

Gc 13935

Price: Rs. 160.00

CENTRAL LIBRARY

শ্রীঅমিতাভ বন্দ্যোপাধ্যায়
প্রীতিভাজনেষু

CENTRAL LIBRARY

ভূমিকা

দর্শনের সাম্মানিক পাঠ্যসূচীতে 'বিশেষ পত্র' হিসাবে একটা নতুন বিষয় যুক্ত হল—যুক্ত হল লজিক, যুক্তিবিজ্ঞান। এ বিষয়টির অনুমোদিত পাঠ্যসূচীকে দু ভাগে ভাগ করা যায় — প্রায়োগিক অংশ ও তাত্ত্বিক অংশ। প্রথম অংশের লক্ষ্য কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতিতে দীক্ষাদান। আর দ্বিতীয় অংশের লক্ষ্য শব্দের বিভিন্ন প্রকারের সঙ্গে পরিচয় করিয়ে দেওয়া ও শব্দসংক্রান্ত কয়েকটি প্রত্যয়ের স্পষ্টীকরণ।

পাঠ্যসূচীর শেষোক্ত-অংশে-উল্লেখ-করা Terms ও Predicables নিয়ে একটা বই আগেই প্রকাশিত হয়েছে। কাজেই এ বইতে এ দুটি বিষয়ের আলোচনা নেই। প্রথম অংশ নিয়ে আজও কোনো বই প্রকাশিত হল না—এ অভাব পূরণের জন্যই এ বই।

নতুন পাঠ্যসূচীতে কী আছে এবং এ বইতে তা কোথায় আলোচিত হয়েছে নিচেকার সারণীতে তার হদিশ মিলবে।

পাঠ্যসূচীতে	এই বইতে
Set Theory : Suppes — Introduction to Logic, Indian Reprint, Sec 9.1 — 9.7 pp. 177-195	অধ্যায় ১ - ৭, পৃঃ ৩ — ১৩০
C.P., I. P. : Copi — Symbolic Logic, 5th Edition, Sec. 3.4 - 3.5	অধ্যায় ৮ পৃঃ ১৩৩ — ১৫৬
Truth Tree : Jeffrey — Formal Logic, 1st Edition, Chap. IV, pp. 63-79	অধ্যায় ৯ পৃঃ ১৫৯ — ২২২
Method of Existential Conditionals : Quine — Methods of Logic 3rd Edition, Chap. 19, pp. 102-185	অধ্যায় ১০ পৃঃ ২২৫ — ২৭২
Definition & Division : Joseph — Introduction to Logic, Chap. V, pp. 111-135	অধ্যায় ১১ পৃঃ ২৭৫ — ৩৩৭

CENTRAL LIBRARY

Terms & Predicables : Joseph —	
Introduction to Logic,	এ বইতে এ বিষয়ের
Chap. II, IV, pp. 14 - 47, 66 - 110	আলোচনা নেই।*

* শেষোক্ত বিষয়ের বিশদ আলোচনা পাওয়া যাবে:

আমার-লেখা "শব্দ জিজ্ঞাসা : শব্দের প্রকার ও প্রকৃতি" [আনন্দ পাবলিশার্স]-এতে।

'যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি'র কয়েকটি বৈশিষ্ট্যের দিকে শিক্ষকদের দৃষ্টি আকর্ষণ করছি। এতে আছে :

১. সেটতত্ত্বের কয়েকটি প্রশ্নের উত্তর নিয়ে একটা অধ্যায় [অধ্যায় ৭]

২. জাতিবাচক বাক্য কোথায় '$\subseteq$' দিয়ে, কোথায় '$\in$' দিয়ে সংকেতায়িত করতে হবে কেবল তা নিয়ে একটা অধ্যায় [অধ্যায় ৫]

৩. একটা নাতিক্ষুদ্র নির্ঘণ্ট : শব্দার্থকোষ ও নির্দেশিকা [নির্দেশনার কাজ ছাড়াও এটা 'হ্রস্ব প্রশ্ন'-এর উত্তরের কাজেও লাগার কথা]। আর একটা কথা।

৪. সেটতত্ত্বের আমাদের পাঠ্য বিষয়গুলি সুপিস এক ক্রমে বিন্যস্ত করেছেন ও আলোচনা করেছেন; আমরা এগুলি আলোচনা করেছি ঠিক উল্টো ক্রমে, এবং শিক্ষকদের আমার পরামর্শ ও অনুরোধ তারাও যেন উল্টো ক্রম অনুসরণ করেন—প্রথমে 9.7 থেকে শুরু করে 9.1-এতে ও এর অনুশীলনীতে আসেন [9.1-এর অনুশীলনী খুব সহজ নয়]। কেন এ কথা বলেছি তা সহজবোধ্য। যারা এ বই পড়বে আগেই তাদের বুলীয় লিপির, [$= 0$, $\neq 0$]-এর, সঙ্গে পরিচয় হয়েছে। কাজেই, '$\cap$' আর '$\cup$' এর প্রয়োগ দেখিয়ে দিলে [আর '0'-এর বদলে 'Λ' লেখ —এ কথা বলে দিলে] তারা অনায়াসে, হাসতে হাসতে, সেটলিপি আয়ত্ত করে ফেলবে।

প্রতীকাকীর্ণ গ্রন্থের প্রমাদমুক্ত মুদ্রণ দুঃসাধ্য ব্যাপার, বিশেষত যদি কেবল লেখককেই প্রুফ-সংশোধন করতে হয়। আশঙ্কা এ বইতে কিছু মুদ্রণ প্রমাদ ঘটে থাকবে। তবে আমার বিশ্বাস এতে এমন ভুল নেই যা পাঠক সংশোধন করে নিতে পারবেন না।

* * * * * * *

পাণ্ডুলিপির প্রথম খসড়া আদ্যন্ত দেখে দিয়েছে কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের দর্শন বিভাগের খ্যাতনামা অধ্যাপক শ্রীসুবীররঞ্জন ভট্টাচার্য; ওর কল্যাণ কামনা করি। উপাচার্য ডঃ রথীন্দ্রনাথ বসু এ বইটির প্রকাশনা অনুমোদন করেছেন; তাঁকে আন্তরিক ধন্যবাদ জানাই। আর ধন্যবাদ জানাই দর্শনের স্নাতক পাঠন সমিতির সভ্যদের—তাঁরা কর্তৃপক্ষের কাছে শংসাপত্র দিয়ে এ বই প্রকাশ করার সুপারিশ করেছিলেন; নইলে এ বই হয়ত আদৌ প্রকাশিত হত না। আর বিশ্ববিদ্যালয় প্রেসের কর্ণধার শ্রীপ্রদীপকুমার ঘোষের কুশলতা ও তৎপরতায় আমি মুগ্ধ। ওকে ও ওঁর সহকর্মীদের আন্তরিক ধন্যবাদ।

সল্ট লেক সিটি
সেক্টর ১, বি. ডি. ৩৯৮
কলকাতা ৭০০ ০৬৪

রমাপ্রসাদ দাস

CENTRAL LIBRARY

বিষয় সূচী

১।	অনপেক্ষ বাক্য ও সেটলিপি	.....	৩
২।	সেট-নির্দেশ রীতি	.....	৩৩
৩।	ব্যক্তি, সেট ও সেট—এদের সম্বন্ধ	.....	৫২
৪।	সেট যোজক—সেট যোজনা	.....	৭৪
৫।	সেট : সমষ্টিবাচক ও ব্যষ্টিবাচক পদ	.....	৮৮
৬।	সম্বন্ধের ধর্ম—পুনশ্চ : ব্যক্তি, সেট ও সেটের সম্বন্ধ	.....	১০৩
৭।	কয়েকটি প্রশ্নের উত্তর	.....	১১৫
৮।	পরোক্ষ পদ্ধতি ও প্রাকল্পিক পদ্ধতি	.....	১৩৩
৯।	সত্যশাখী	.....	১৫৯
১০।	বুলীয় লিপি ও সত্যপ্রাকল্পিক পদ্ধতি	.....	২২৫
১১।	লক্ষণ নির্ণয় ও বিভাজনের নিয়ম	.....	২৭৫
	নির্ঘণ্ট : শব্দার্থকোষ ও নির্দেশিকা	.....	৩৪১

অনুশীলনী সূচী

অনুশীলনী	পৃষ্ঠা
১—৩	৩০—৩২
৪—৬	৫১
৭—২৮	৭০—৭৩
২৯—৩৮	৮৬—৮৭
৩৯—৪৩	১০১—১০২
৪৪—৫২	১১৩—১১৪
৫৩—৬৯	১৫৩—১৫৬
৭০—৮৫	২১৮—২২২
৮৬—৯৭	২৬৯—২৭২
৯৮—১৩৫	৩৩২—৩৩৭

CENTRAL LIBRARY

সেটতত্ত্বে হাতেখড়ি

CENTRAL LIBRARY

১

অনপেক্ষ বাক্য ও সেটলিপি

১.১ সেট ও শ্রেণী

আমাদের আলোচ্য সেট থিওরির অ, আ, ক, খ। 'সেট থিওরি' নামটা হয়ত আমরা এই প্রথম শুনছি। কিন্তু দেখব, সেট থিওরির অনেক কথা আমাদের সবাইর জানা। কেন এ কথা বলছি? বলছি এ হেতু:

আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানের সঙ্গে আমাদের পরিচয় আছে। আর আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানের পরিণত ও সামান্য-পরিবর্তিত রূপ হল বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞান। এখন, আরিস্টটলীয় ও বুলীয়—এ দু রকম যুক্তিবিজ্ঞানেই আমাদের হাতে-খড়ি হয়েছে। আমরা জানি, এ দুটিতেই আলোচনা করা হয় শ্রেণী ও শ্রেণীর সম্বন্ধ। আর সেট হল শ্রেণী। অন্তত সেটকে শ্রেণী বলে বর্ণনা করলে মহাভারত অশুদ্ধ হওয়ার কথা নয়। এ উক্তির সমর্থনে কয়েকটি গুরুবাক্য, আপ্তবাক্য :

> Sets are classes. Basically 'set' is simply a synonym of 'class'.
> [We] use the term 'set' and 'class' interchangeably...
> 'set theory' remains as defensible as 'class theory' —Quine
>
> in everyday life as well as in mathematics classes are more often referred to as sets. —Tarski
>
> in the United States mathematicians prefer the terms *set, collection, class* in that order. —R. L. Wilder

একটা কথা। 'সেটা থিওরি'র সমার্থক হিসাবে আমরা 'সেটতত্ত্ব' ব্যবহার করতে পারি। আর যদি ইংরেজির নামগন্ধ রাখতে না চাই তাহলে 'সেট থিওরি'র বাংলা প্রতিশব্দ হিসাবে 'সমষ্টিতত্ত্ব'* প্রয়োগ করতে পারি।

আরিস্টটলীয় ও বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞান থেকে দু একটা তত্ত্ব [বা রীতি] উদাহরণ হিসাবে নিয়ে আমরা দেখাব—এসব তত্ত্ব শ্রেণীসংক্রান্ত তত্ত্ব, সেট থিওরিরই তত্ত্ব, এসব সেট থিওরিতে আলোচিত ও গৃহীত হয়।**

---

* 'সেট'-এর প্রতিশব্দ হিসাবে কেন 'সমষ্টি' ব্যবহার করলাম তার ব্যাখ্যা মিলবে বিভাগ ২.১-এতে।

** প্রসঙ্গত, আর একটা উদ্ধৃতি—

> Cantor's theory of sets is like Boole's theory of classes. —Kneale & Kneale

CENTRAL LIBRARY

১.২ উদ্দেশ্য বিধেয়ের সম্বন্ধ

আমরা জানি, গতানুগতিক যুক্তিবিজ্ঞানের (আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানেরও)* প্রধান উপকরণ এ চার রকম বাক্য

All A is B
No A is B
Some A is B
Some A is not B

আরও জানি, এ আকারের বাক্যকে বলে অনপেক্ষ বাক্য। প্রশ্ন হল, অনপেক্ষ বাক্যের উদ্দেশ্য ও বিধেয়ের কী সম্পর্ক?

এ সম্পর্কে মতভেদ আছে। কেউ কেউ বলেন, অনপেক্ষ বাক্যে বলা হয় : অমুক বস্তুতে তমুক ধর্ম (বা গুণ) আছে, বা তমুক ধর্ম নেই। যথা, এ মতে [বাংলায় উদাহরণ দেওয়া হল]

সব মানুষ হয় মরণশীল

এ বাক্যের বক্তব্য হল

মানুষ নামক বস্তুতে মরণশীলতা ধর্ম আছে।

আর একটা উদাহরণ। এ মতে

কোনো বেড়াল নয় কুকুর

এ বাক্যের বক্তব্য হল

কোনো বেড়ালে কুকুরত্ব ধর্মটি নেই।

কারও কারও মতে অনপেক্ষ বাক্যে বলা হয় : অমুক ধর্ম ও তমুক ধর্মের মধ্যে সহচার আছে বা নেই—একত্র অবস্থান করে বা করে না। যথা, এ মতে

সব মানুষ হল মরণশীল

এ বাক্যের বক্তব্য

মনুষ্যত্ব ও মরণশীলতা—এ ধর্ম দুটি এমন যে যেখানে মনুষ্যত্ব সেখানেই মরণশীলতা।

এবার একটা নঞর্থক বাক্য। এ মতে

কোনো মানুষ নয় অমর

এ বাক্যের বক্তব্য হল

মনুষ্যত্ব ও অমরত্ব—এ ধর্ম দুটি কোথাও সহ-অবস্থান করে না।

একটা আংশিক বাক্য নেওয়া যাক। এ মতে

কোনো কোনো ফুল হয় লাল

এ বাক্যের বক্তব্য

ফুলত্ব ও লালত্ব—এ ধর্ম দুটিকে কোথাও কোথাও একত্রে থাকতে দেখা যায়।

---

* আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে এসব বাক্য ঈষৎ পরিবর্তিত আকারে ব্যক্ত হয়।

CENTRAL LIBRARY

আরিস্টটলীয় ও গতানুগতিক যুক্তিবিজ্ঞানে [বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানেও] যে মত গ্রহণ করা হয় সে মত অনুসারে

উদ্দেশ্য বিধেয় এদের উভয়ই শ্রেণীবাচক। *

আরিস্টটলীয় ও বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে [বলতে পারি, এমন কি গতানুগতিক যুক্তিবিজ্ঞানেও] ব্যক্তি বা ব্যক্তিবিষয়ক বাক্যের বিশেষ স্থান নেই। দেখব, সেটতত্ত্বেও শ্রেণী ও শ্রেণীর সম্বন্ধ আলোচনা করা হয়, এতেও ব্যক্তিবিষয়ক বাক্যের বিশেষ স্থান নেই। এটা ঠিক, ব্যক্তি তালিকা দিয়ে শ্রেণী নির্দেশ করা হয়, 'is a member of', 'অমুক ব্যক্তি তমুক শ্রেণীর সভ্য' এ রকম কথা দিয়ে শ্রেণী-অন্তর্ভুক্তি, শ্রেণী-অভিন্নতা ইত্যাদির সংজ্ঞা দেওয়া হয়। কিন্তু আরিস্টটলীয় ও বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে যেমন, ঠিক তেমনি সেট তত্ত্বেও [আমরা আগেই বলেছি] ব্যক্তির বিশেষ স্থান নেই।

১.৩ চতুর্বর্গ পরিকল্পনা

আমরা জানি, অনপেক্ষ বাক্য চার প্রকার

সার্বিক ভাববাচক (Universal affirmative)

সার্বিক অভাববাচক (Universal negative)

আংশিক ভাববাচক (Particular affirmative)

আংশিক অভাববাচক (Particular negative)

এ লম্বা লম্বা বাক্য-নামগুলির বদলে যুক্তিবিজ্ঞানীরা সংক্ষিপ্ত নাম ব্যবহার করেন। উক্ত নামগুলির সংক্ষেপক হিসাবে তাঁরা যথাক্রমে A, E, I, O—এ স্বরবর্ণ কয়টি ব্যবহার করেন।

অনপেক্ষ বাক্যের উক্ত শ্রেণীবিভাগকে বলা হয় চতুর্বর্গ পরিকল্পনা (fourfold scheme)। নিচে এ পরিকল্পনার বাক্যগুলির নাম, সংক্ষিপ্ত নাম, উদাহরণ, আকার—এসব দেখানো হল।

I	II	III
সার্বিক ভাববাচক	Universal affirmative	A
সার্বিক অভাববাচক	Universal negative	E
আংশিক ভাববাচক	Particular affirmative	I
আংশিক অভাববাচক	Particular negative	O

	IV	V
A	All men are mortals	সব মানুষ হয় প্রাণী
E	No fishes are birds	কোনো মানুষ নয় অমর
I	Some sailors are patriots	কোনো কোনো ফুল হয় লাল
O	Some sailors are not patriots	কোনো কোনো ফুল নয় লাল

* গতানুগতিক যুক্তিবিজ্ঞানে Socrates is a man = All things identical with Socrates.....

CENTRAL LIBRARY

	VI	VII
A	All __ are __	সব __ হয় __
E	No __ are __	কোনো __ নয় __
I	Some __ are __	কোনো কোনো __ হয় __
O	Some __ are not __	কোনো কোনো __ নয় __

	VIII	IX
A	All S are P	সব ক হয় খ
E	No S are P	কোনো ক নয় খ
I	Some S are P	কোনো কোনো ক হয় খ
O	Some S are not P	কোনো কোনো ক নয় খ

পূর্ববর্তী বিভাগে এ চার রকম বাক্যের আকার দেখানো হয়েছে, এভাবে

X

All A is B

No A is B

Some A is B

Some A is not B

VIII ও X তুলনা করলে বোঝা যাবে : উদ্দেশ্যে বিধেয়ের স্থান নির্দেশ করতে যে কোনো অক্ষর ব্যবহার করা যায়; আর এদের সংযোজক হিসাবে "is"-ও লেখা যায় "are"-ও লেখা যায়।

১.৪ শ্রেণী গুণফল (Class Product)

যে যে বস্তু একসঙ্গে দুটি (বা ততোধিক) শ্রেণীর সভ্য (বলে কথিত বা কল্পিত) সে বস্তুগুলি দিয়ে গঠিত হয় একটি ক্ষুদ্রতর শ্রেণী। ঐ শ্রেণীটিকে বলে ঐ শ্রেণী দুটির (বা ঐ শ্রেণীগুলির) গুণফল (product) বা ব্যবচ্ছেদ (intersection)।

এ কথাটা এভাবেও বলা যেত :

> দুই বা ততোধিক শ্রেণীর মধ্যে যে অংশ সমভাবে বর্তমান সে অংশ দিয়ে গঠিত হয় একটি ক্ষুদ্রতর শ্রেণী। একে বলে শ্রেণী দুটির (বা শ্রেণীগুলির) ব্যবচ্ছেদ বা গুণফল।

উদাহরণ :

বাঙালী শ্রেণী ও বিজ্ঞানী শ্রেণী—এ শ্রেণী দুটি নেওয়া যাক। এদের মধ্যে যা সমভাবে বাঙালী শ্রেণীতেও আছে আবার বিজ্ঞানী শ্রেণীতেও আছে তা দিয়ে গঠিত হয়—

বাঙালী-বিজ্ঞানী শ্রেণী

এ শ্রেণীর সভ্য হল : যারা বাঙালী শ্রেণীরও সভ্য, বিজ্ঞানী শ্রেণীরও সভ্য। এখানে বাঙালী-বিজ্ঞানী শ্রেণীটি হল বাঙালী শ্রেণীর ও বিজ্ঞানী শ্রেণীর গুণফল। "বাঙালী"-র পরিবর্তে সংক্ষেপে "B", আর "বিজ্ঞানী"র পরিবর্তে সংক্ষেপে "V" ব্যবহার করে "বাঙালী-বিজ্ঞানী"-র পরিবর্তে লিখতে পারি : BV।

CENTRAL LIBRARY

যেহেতু "BV" বা বাঙালী বিজ্ঞানী একটি গুণফল সেহেতু "BV"-এর পরিবর্তে লেখা যায় : B×V

"বাঙালী-বিজ্ঞানী"র পরিবর্তে : বাঙালী × বিজ্ঞানী

আমরা জানি, সাধারণ ভাষায় শ্রেণী গুণফল ব্যক্ত করতে ব্যবহার করা হয় "এবং"। যথা, বাঙালী ও বিজ্ঞানী শ্রেণীর গুণফল ব্যক্ত করা হয় এভাবে : বাঙালী এবং বিজ্ঞানী। এখন দেখা গেল, যুক্তিবিজ্ঞানে শ্রেণীগুণফল ব্যক্ত করা হয় "×" চিহ্নটি দিয়ে। এর থেকে বোঝা যায়, উক্তরূপ "এবং" আর যুক্তিবিজ্ঞানের "×" একই অর্থে, একই কাজে, ব্যবহৃত হয়। তাহলে বলতে পারি

বাঙালী এবং বিজ্ঞানী = বাঙালী × বিজ্ঞানী

এখন বীজগণিতে সংখ্যাবাচক অক্ষরের মধ্যে গুণচিহ্ন দেওয়া হয় না। অক্ষরগুলি পাশাপাশি লেখা হয়। যথা,

"a×b"-এর পরিবর্তে লেখা হয় : ab

"a×b×c"-এর পরিবর্তে : abc

যুক্তিবিজ্ঞানীরাও এ রীতি অনুসরণ করেন, সাধারণত গুণ চিহ্ন উহ্য রাখেন। যথা

"B×V"-এর বদলে লেখেন : BV

"বাঙালী × বিজ্ঞানী"র বদলে লেখেন : বাঙালী বিজ্ঞানী।

১.৫ রেখাচিত্রে গুণফল

আমরা দেখলাম, দুটি শ্রেণীনাম পাশাপাশি লিখে বা এদের মধ্যে গুণচিহ্ন দিয়ে শ্রেণী গুণফল ব্যক্ত করা হয়। এখন দেখতে পাব, রেখাচিত্র দিয়েও শ্রেণীগুণফল ব্যক্ত করা যায়। আমরা এক একটি মূল শ্রেণী বোঝাব এক একটি বৃত্ত দিয়ে এবং বৃত্তের পাশে বা গায়ে শ্রেণী নাম লিখে। যথা, নিচের বৃত্ত দুটির বাম ধারেরটি দিয়ে বাঙালী শ্রেণী ও ডান ধারেরটা দিয়ে বিজ্ঞানী শ্রেণী বোঝানো হয়েছে। কোনো শ্রেণীর বিরুদ্ধ বা পরিপূরক শ্রেণী বোঝানো হবে মূল শ্রেণী-নির্দেশক বৃত্তের বাইরের অঞ্চল দিয়ে। যথা, বাম ধারের বৃত্তটির বাইরের অঞ্চল বা এলাকা বোঝাচ্ছে অ-বাঙালী শ্রেণী, আর ডান ধারের বৃত্তটির বাইরের এলাকা অ-বিজ্ঞানী শ্রেণী।

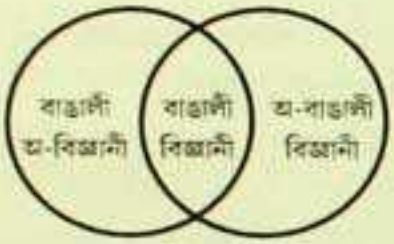


এখন বাঙালী শ্রেণী ও বিজ্ঞানী শ্রেণীর গুণফল, বাঙালী-বিজ্ঞানী শ্রেণীটি, এভাবে চিত্রিত করতে পারি



CENTRAL LIBRARY

এ রেখাচিত্রে* বাম ধারের বৃত্তটি বাঙালী শ্রেণী আর ডানধারের বৃত্তটি বিজ্ঞানী শ্রেণী বোঝাচ্ছে। এতে চোখের মত প্রকোষ্ঠতে দেখানো হয়েছে গুণফলটি, বাঙালী-বিজ্ঞানী শ্রেণী। এ শ্রেণীতে আছে—যা বাঙালী শ্রেণীরও সভ্য, বিজ্ঞানী শ্রেণীরও সভ্য। এরূপ রেখাচিত্রে ঐ চোখের মত প্রকোষ্ঠকে বলে lens—বাংলায়, চোখ। আর বাম ও ডান ধারের চাঁদের মত প্রকোষ্ঠকে বলে lune—বাংলায়, চাঁদ। বলা বাহুল্য, ডান ধারের চাঁদটি বোঝাচ্ছে অ-বাঙালী-বিজ্ঞানী। এটিও শ্রেণীগুণফল—অ-বাঙালী ও বিজ্ঞানীর শ্রেণীগুণফল। এতে আছে যা বিজ্ঞানী শ্রেণীর সভ্য কিন্তু বাঙালী শ্রেণীর সভ্য নয়। বাম ধারের চাঁদটি বোঝাচ্ছে বাঙালী ও অ-বিজ্ঞানী শ্রেণীর গুণফল—এতে আছে যা বাঙালী শ্রেণীর সভ্য, বিজ্ঞানী শ্রেণীর সভ্য নয়। বৃত্ত দুটির বাইরের মুক্ত অঞ্চলও একটা প্রকোষ্ঠ বলে গণ্য। এ প্রকোষ্ঠ বোঝাচ্ছে অ-বাঙালী ও অ-বিজ্ঞানী শ্রেণীর গুণফল—অ-বাঙালী অ-বিজ্ঞানী। উক্ত রেখাচিত্রের কোন প্রকোষ্ঠে কোন গুণফল বোঝাচ্ছে তা নিচে দেখানো হল।



অ-বাঙালী অ-বিজ্ঞানী

এ চিত্রে চারটি শ্রেণীগুণফল ব্যক্ত হয়েছে। ওপরের উদাহরণটি লক্ষ করলে বোঝা যাবে : যে কোনো দুটি শ্রেণী ও এদের পরিপূরক নিলে মোট চারটি শ্রেণীগুণফল পাওয়া যায়। আর একটি উদাহরণ— Sailors (সংক্ষেপে S), Patriots (সংক্ষেপে P) আর এদের পরিপূরক শ্রেণী নিয়ে গুণ করলে মোট এ চারটি গুণফল পাওয়া যাবে

(১) S×P, (২) S×non-P, (৩) non-S×P, (৪) non-S×non-P

এ প্রসঙ্গে একটা কথা। কোনো শ্রেণী নামের সংক্ষেপক হিসাবে নামটির আদ্যক্ষর [যথা, "Sailor" -এর "S"] ব্যবহার করা ভাল। সংকেতকরণ সম্পর্কে আর একটি কথা।

কোনো শ্রেণী বোঝাতে যে প্রতীক ব্যবহার করা হয় তার পরিপূরক শ্রেণী বোঝাতে ঐ প্রতীকের ওপরে একটা মাত্রা (bar) দেওয়া হয়।**

যথা— এ সংকেতলিপিতে

non-A = $\bar{A}$, non-B = $\bar{B}$

এ প্রতীকগুলি পড়া হয় এভাবে : A bar, B bar, মাত্রিক A বা মাত্রা-দেওয়া A, মাত্রিক B, বা মাত্রা-দেওয়া B। তার মানে, এ লিপিতে

---

* এ রকম রেখাচিত্রকে বলে ভেন রেখাচিত্র (Venn diagram)। এ নামকরণ করা হয়েছে ইংরেজ যুক্তিবিজ্ঞানী John Venn (1834-1923)-এর নাম অনুসারে।

** এটা একটা রীতি। পরে দেখব "~" দিয়েও পরিপূরক ব্যক্ত করা হয়। যথা 'non-A' লেখা হয় এভাবে : ~A, 'B'-এর পরিপূরক লেখা হয় এভাবে : ~B

CENTRAL LIBRARY

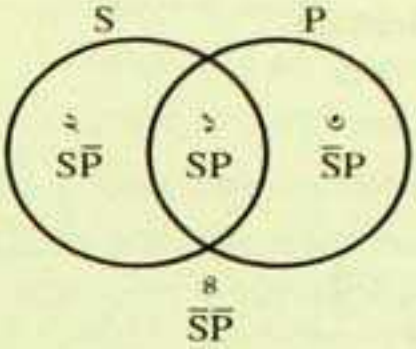
$A\bar{B} = A \times \bar{B} = A \times \text{non-B}$

$\bar{A}\bar{B}\bar{C} = \bar{A} \times \bar{B} \times \bar{C} = \text{non-A} \times \text{non-B} \times \text{non-C}$

আমরা দেখেছি, দুটি শ্রেণী ও এদের পরিপূরক গুণ করলে চারটি শ্রেণীগুণফল পাওয়া যায়। যেমন— S, P ও এদের পরিপূরক নিয়ে পাব [এবার "×" চিহ্নটি বাদ দিয়ে লিখলাম]

(১) SP, (২) $S\bar{P}$, (৩) $\bar{S}P$, (৪) $\bar{S}\bar{P}$

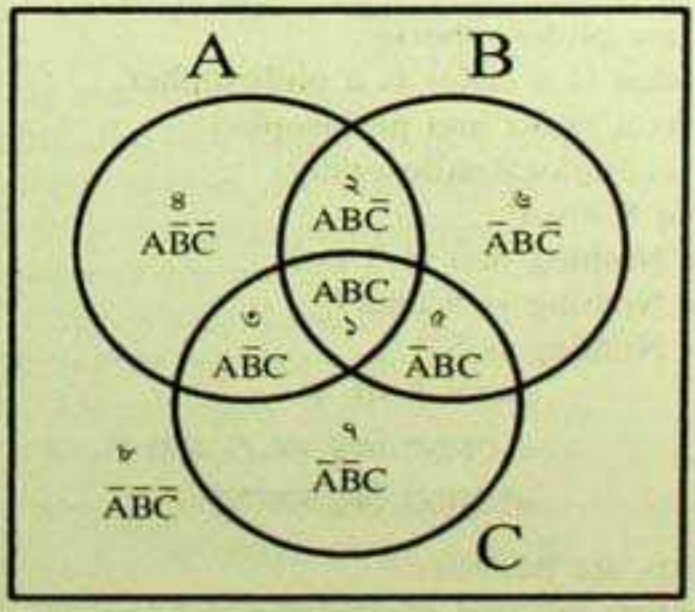
এ গুণফলগুলি এভাবে চিত্রিত করা যায়



দেখা যাবে, তিনটি শ্রেণী A, B, C ও এদের পরিপূরক নিয়ে গুণ করলে মোট নিম্নোক্ত আটটি গুণফল পাওয়া যায় :

(১) ABC, (২) $AB\bar{C}$, (৩) $A\bar{B}C$, (৪) $A\bar{B}\bar{C}$
(৫) $\bar{A}BC$, (৬) $\bar{A}B\bar{C}$, (৭) $\bar{A}\bar{B}C$, (৮) $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$

এ শ্রেণী বা প্রকোষ্ঠগুলি নিম্নোক্ত রেখাচিত্রে দেখানো হল [যে সব বস্তু A-ও নয়, B-ও নয়, C-ও নয় তাদের জন্য একটা পৃথক প্রকোষ্ঠের* ব্যবস্থা করা হল]।



* পরে দেখব, এ রকম চৌকো বাক্সকে, চতুর্ভুজকে, 'প্রকোষ্ঠ' না বলে 'বিশ্ব' ('Universe') বলা ভাল।

CENTRAL LIBRARY

১.৬ প্রথিত আকারের অনপেক্ষ বাক্যকে সাত্তিক আকারে ব্যক্ত করা

যে বাক্যে স্পষ্টভাবে বলা হয় অমুক বস্তু আছে বা নেই তাকে বলে সাত্তিক বাক্য। যথা

ঈশ্বর আছে ভূত নেই

এসব সাত্তিক বাক্য। লক্ষণীয়, যে বাক্যে বলা হয়, অমুকের সত্ত্ব, সত্তা বা অস্তিত্ব নেই তাও সাত্তিক বাক্য। যেমন, উক্ত 'ভূত নেই' একটি সাত্তিক বাক্য। সাত্তিক বাক্যের বৈশিষ্ট্য হল কোনো কিছু আছে কি নেই তা স্পষ্ট করে বলা। আরও উদাহরণ

There are white elephants

বিদেহী আত্মার অস্তিত্ব আছে

—এসব ভাববাচক সাত্তিক বাক্য, আর

Unicorns do not exist

আকাশকুসুম অলীক

মাংসাশী গরু বলে কিছু নেই

—এসব অভাববাচক সাত্তিক বাক্য।

A, E, I, O বাক্যের উদ্দেশ্য পদ সাধারণত কোনো বিশিষ্ট শ্রেণী বোঝায়। যথা: সব দার্শনিক হয় বিজ্ঞানী, কোনো মানুষ নয় অমর-প্রাণী, কোনো কোনো ফুল সাদা বস্তু—এসব বাক্যের উদ্দেশ্য-পদ বিশিষ্ট শ্রেণী—দার্শনিক, মানুষ, ফুল—বোঝাচ্ছে। এখন, এরূপ কোনো বাক্যকে (মানে উক্তিকে) এমনভাবে ব্যক্ত করা যায় যে: বাক্যটির উদ্দেশ্য পদ কোনো বিশিষ্ট শ্রেণীকে বোঝাবে না। বোঝাবে কিছু, বস্তু, thing, হেন অবিশিষ্ট বা ব্যাপকতম শ্রেণী। সাধারণ অনপেক্ষ বাক্যকে এভাবে ব্যক্ত করা ভাল। এতে মূল বাক্যের অন্তর্নিহিত বক্তব্য স্পষ্টতর হয়। দেখা যাবে, এভাবে ব্যক্ত করলে—মূল অনপেক্ষ বাক্যের উদ্দেশ্য যুক্ত হয়ে যায় বিধেয়ের সঙ্গে; উদ্দেশ্য শ্রেণীর ও বিধেয় শ্রেণীর (বা এর পরিপূরকের) গুণফল বিধেয়-শ্রেণী হয়ে যায়। উদাহরণ

E: No sailors are philosophers
= Nothing that is a sailor is a philosopher
= Nothing is a sailor and philosopher
= Nothing is (sailor×philosopher)

No S are P
= Nothing that is S is P
= Nothing is S and P
= Nothing is SP

কোনো S নয় P
= কোনো কিছু নয় S এবং P
= কোনো কিছু নয় SP

A: All socialists are pacifists
= No socialists are non-pacifists
= Nothing that is a socialist is a non-pacifist

CENTRAL LIBRARY

= Nothing is a socialist and non-pacifist
= Nothing is a (socialist×non-pacifist)

All S are P
= No S are $\bar{P}$
= Nothing is S and $\bar{P}$
= Nothing is $S\bar{P}$

সব S হয় P
= কোনো S নয় $\bar{P}$
= কোনো কিছু নয় S এবং $\bar{P}$
= কোনো কিছু নয় $S\bar{P}$

লক্ষণীয়, মূল বাক্যের উদ্দেশ্য শ্রেণী ও বিধেয় শ্রেণীর (বা এর পরিপূরক শ্রেণীর) গুণফল রূপান্তর-লব্ধ বাক্যের বিধেয়-শ্রেণী। আর রূপান্তরলব্ধ বাক্যের উদ্দেশ্যশ্রেণী হল "thing", "কিছু"-এর মত অতিব্যাপক শ্রেণী। I, O-কেও অনুরূপভাবে রূপান্তরিত করা যায়।

I: Some scientists are pessimists
= Something that is a scientist is a pessimist
= Something is a scientist and pessimist
= Something is a (scientist×pessimist)

Some S are P
= Something that is S is P
= Something is S and P
= Something is SP

কোনো কোনো S হয় P
= কোনো কিছু হয় S এবং P
= কোনো কিছু হয় SP

O: Some saints are not puritans
= Something that is a saint is a non-puritan
= Something is a saint and non-puritan
= Something is a (saint×non-puritan)

Some S are not P
= Something S are $\bar{P}$
= Something that is S is $\bar{P}$
= Something is S and $\bar{P}$
= Something is $S\bar{P}$

কোনো কোনো S নয় P
= কোনো কোনো S হয় $\bar{P}$
= কোনো কিছু হয় S এবং $\bar{P}$
= কোনো কিছু হয় $S\bar{P}$

CENTRAL LIBRARY

আমরা দেখলাম, সাধারণ A, E, I, O বাক্যের উদ্দেশ্য বিধেয়কে (বা বিধেয়ের পরিপূরককে) যুক্ত করে বিধেয় হিসাবে লেখা যায়, দেখলাম—

১		২		৩
No S are P	=	কোনো কিছু নয় SP	=	Nothing is SP
All S are P	=	কোনো কিছু নয় $S\bar{P}$	=	Nothing is $S\bar{P}$
Some S are P	=	কোনো কিছু হয় SP	=	Something is SP
Some S are not P	=	কোনো কিছু হয় $S\bar{P}$	=	Something is $S\bar{P}$

এখন আবার ইচ্ছা করলে শেষোক্ত আকারের বাক্যের বিধেয়কে উদ্দেশ্য হিসাবে ব্যবহার করে বাক্যগুলিকে সমার্থক বাক্যে রূপান্তরিত করতে পারি : পারি এভাবে

৩		৪		৫
Nothing is SP	=	SP বলে কিছু নেই	=	SP does not exist
Nothing is $S\bar{P}$	=	$S\bar{P}$ বলে কিছু নেই	=	$S\bar{P}$ does not exist
Somethng is SP	=	SP বলে কিছু আছে	=	SP exists
Something is $S\bar{P}$	=	$S\bar{P}$ বলে কিছু আছে	=	$S\bar{P}$ exists

আবার

৫		৬		৭
SP does not exist	=	SP শ্রেণী শূণ্য	=	SP is empty
$S\bar{P}$ does not exist	=	$S\bar{P}$ শ্রেণী শূণ্য	=	$S\bar{P}$ is empty
SP exists	=	SP শ্রেণী অশূণ্য	=	SP is not empty
$S\bar{P}$ exists	=	$S\bar{P}$ শ্রেণী অশূণ্য	=	$S\bar{P}$ is not empty

এখন, নব্য যুক্তিবিজ্ঞানীরা বুলকে অনুসরণ করে

—does not exist, —শ্রেণী শূণ্য, —is empty

এ কথাগুলির পরিবর্তে লেখেন

$= 0$

আর

—exist, —শ্রেণী অশূণ্য, —is not empty

এ কথাগুলির পরিবর্তে লেখেন

$\neq 0$

এ সংকেতলিপিতে লিখলে সর্বশেষ সারণীর বাক্যগুলি কী রূপ পরিগ্রহ করবে তা নিচে দেখানো হল—

CENTRAL LIBRARY

৭		৮
SP is empty	↔	SP=0 *
$S\bar{P}$ is empty	↔	$S\bar{P}$=0
SP is non-empty	↔	SP≠0
$S\bar{P}$ is non-empty	↔	$S\bar{P}$≠0

ওপরে যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে প্রথম সারণীর বাক্যগুলির পরিবর্তে শেষোক্ত সারণীর বাক্যগুলি লেখা যায়। প্রথম সারণীর বাক্যগুলি E.A.I.O-এর গতানুগতিক রূপ। আর সর্বশেষ সারণীর বাক্যগুলি এদের বুলীয় রূপ। এ রূপ দুটি নিচে পাশাপাশি দেখানো হল

১		৮	
(E)	No S are P	SP=0	(E)
(A)	All S are P	$S\bar{P}$=0	(A)
(I)	Some S are P	SP≠0	(I)
(O)	Some S are not P	$S\bar{P}$≠0	(O)

লক্ষণীয়, ভানধারের সারণীর (সারণী ৮-এর) বাক্যগুলি সাত্তিক বাক্য: E.A সাত্তিক অভাববাচক, I.O সাত্তিক ভাববাচক।** আরও লক্ষণীয়, সার্বিক বাক্যগুলিতে বলা হয় নি : অমুক বস্তু আছে; বলা হয়েছে: অমুক শ্রেণী শূণ্য, সভাহীন। আর আংশিক বাক্যে বলা হয়েছে: অমুক অমুক প্রকারের বস্তু আছে, অমুক অমুক শ্রেণীর সভা আছে।

মনে রাখা দরকার

E, I-কে বুলীয় সংকেতলিপিতে ব্যক্ত করতে হলে উদ্দেশ্য বিধেয় অবিকৃত রেখে এদের গুণ করতে হবে, মানে এদের পরপর পাশাপাশি লিখতে হবে।

কিন্তু

A আর O-কে বুলীয় সংকেতলিপিতে ব্যক্ত করতে হলে এদের উদ্দেশ্য নিয়ে ও বিধেয়ের পরিপূরক নিয়ে শ্রেণীগুণফল গঠন করতে হবে।

১.৭ সেটলিপি

যারা সেটতত্ত্ব ব্যাখ্যা করেন বা গঠন করেন, তাদের একটা রীতি হল: শূণ্য শ্রেণী বোঝাতে তারা ['0' ব্যবহার না করে] গ্রীক অক্ষর Λ [গ্রীক ভাষায় বড় হাতের L, যার নাম Lambda] ব্যবহার করেন। আমরাও এ পদ্ধতি অনুসরণ করব। পুরানো শ্রেণীযুক্তিবিজ্ঞান থেকে সেটতত্ত্বে আসব প্রথমে Λ-কে স্বাগত জানিয়ে। এ লিপিতে লিখলে ৮-এর বাক্যগুলি এ আকার ধারণ করবে:

---

* এতক্ষণ পর্যন্ত "=" ব্যবহার করেছি "is equivalent to"-এর সংক্ষেপক হিসাবে। এখন "=" প্রয়োগ করছি "is equal to"-এর সংক্ষেপক হিসাবে (আর "≠" "is not equal to"-এর সংক্ষেপক হিসাবে।

"↔" হচ্ছে "is equivalent to"-এর সংক্ষেপক প্রতীক।

** সারণী ৪ আর ৫ দ্রষ্টব্য।

CENTRAL LIBRARY

৯

$$SP = \Lambda$$
$$S\bar{P} = \Lambda$$
$$SP \neq \Lambda$$
$$S\bar{P} \neq \Lambda$$

আমরা জানি, শ্রেণীতত্ত্বে কোনো শ্রেণীর পরিপূরক শ্রেণী বোঝাতে মাত্রা ব্যবহার করা হয়। যথা S-এর পরিপূরক হিসাবে লেখা হয় : $\bar{S}$। সেটতত্ত্বের কোনো কোনো বইতে এ মাত্রালিপি ব্যবহার করা হয়। আবার কেউ কেউ মাত্রা ব্যবহার না করে,

'~' চিহ্নটি ব্যবহার করেন।

এটা পরিপূরক বা বিরুদ্ধতার চিহ্ন। এ লিপিতে

not-A বা $\bar{A}$-এর পরিবর্তে লেখা হয় : ~A

$\bar{P}$-এর পরিবর্তে লেখা হয় : ~P

আমাদের পূর্বপরিচিত '$\bar{P}$' বাদ দিয়ে এখন থেকে আমরা '~P' লিখব। আর তাহলে ৯ এ রূপ ধারণ করবে :

১০ [১]

$$SP = \Lambda \quad \text{[No S are P]}$$
$$S{\sim}P = \Lambda \quad \text{[All S are P]}$$
$$SP \neq \Lambda \quad \text{[Some S are P]}$$
$$S{\sim}P \neq \Lambda \quad \text{[Some S are not P]}$$

আমরা জানি, SP, $S\bar{P}$ (নতুন লিপিতে S~P) এ সব শ্রেণী গুণফল। কাজেই ইচ্ছা করলে গুণচিহ্ন, ×, ব্যবহার করে আমরা ১০-এর বাক্যগুলি লিখতে পারি এভাবে :

১১

$$S \times P = \Lambda$$
$$S \times {\sim}P = \Lambda$$
$$S \times P \neq \Lambda$$
$$S \times {\sim}P \neq \Lambda$$

এভাবে E, A, I, O ব্যক্ত করতে আপত্তি নেই। বস্তুত অনেকে শ্রেণীগুণফল বোঝাতে এ চিহ্নই ব্যবহার করেন। তবে সাধারণত সেটতত্ত্বে

'×'-এর পরিবর্তে ব্যবহার করা হয় : ∩ চিহ্নটি

'∩' -এর নাম intersection, ব্যবচ্ছেদ [meet, product, cap, গুণচিহ্ন]

'A ∩ B' পড়ব এভাবে : A intersection B

'A ∩ B' এভাবেও পড়তে পার : A cap B

আমরা এ রীতিই অনুসরণ করব : '×'-এর বদলে '∩' ব্যবহার করব। আর তাহলে, এ রীতি অনুসারে, ১১ ধারণ করবে এ রূপ :

CENTRAL LIBRARY

১২

$S \cap P = \Lambda$ [No S are P]

$S \cap \sim P = \Lambda$ [All S are P]

$S \cap P \neq \Lambda$ [Some S are P]

$S \cap \sim P \neq \Lambda$ [Some S are not P]

গুণচিহ্ন (ও গুণফল) কত বিচিত্র রূপ ধারণ করতে পারে দেখ।

সাধারণ ভাষায়	গণিতে	বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানে	সেটতত্ত্বে
এবং	×	•	∩

সাধারণ ভাষায় শ্রেণীগুণফল ব্যক্ত করার আর একটি কায়দা। সাধারণ ভাষায় প্রায়ই শ্রেণীগুণফল ব্যক্ত করি—গুণ্য (multiplicand) এবং গুণক (multiplier)—এদের একটিকে বিশেষ্য একটিকে বিশেষণ করে, বিশেষ্যের আগে বিশেষণ যুক্ত করে। উদাহরণ

লাল বস্তু এবং ফুল [যা লাল বস্তুও বটে ফুলও বটে]

যা সাদা বস্তু এবং হাঁস [যা সাদাও বটে হাঁসও বটে]

-এর বদলে লেখা যায়, যথাক্রমে

লাল ফুল

সাদা হাঁস

এ কথাগুলিও গুণফল বোঝায়, এখানে "এবং"-এর দরকার হল না।

পরে দেখব, "এবং", "and" সব সময় গুণনের কাজ করে না।* কিন্তু বিশেষণ, [who, which ইত্যাদি দিয়ে গঠিত clause] দিয়ে সব সময় গুণনের কাজ হয়, মানে, বিশেষণ, adjunct যুক্ত করে যে শব্দগুচ্ছ গঠিত হয় তা সব সময় গুণফল বোঝায়। ফলে তাকে সংকেতায়িত করতে হলে —সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে হলে, '∩' যোজকটি ব্যবহার করতে হবে।

উদাহরণ

কাল হাঁস : $K \cap H$ [কাল-বস্তু শ্রেণী = K]
[হাঁস শ্রেণী = H]

যে দার্শনিকরা জড়বাদ প্রচার করেন : $D \cap J$

Observed right responses : $O \cap R$
[Right responses = R]

Left responses which were not predicted : $L \cap \sim P$

French murderers who drink wine : $F \cap M \cap W$

* দেখব, "এবং" যোগচিহ্ন হিসাবেও কাজ করে; দ্রঃ পৃঃ ২৮—২৯।

CENTRAL LIBRARY

১.৮ সাধারণ ভাষা ও সেটলিপি

আমরা জানি, গতানুগতিক ও আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে

A আর I ভাববাচক বাক্য

E আর O অভাববাচক বাক্য।

বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে ও সেটলিপিতে এ রকম বাক্য ব্যক্ত করা হয় সাত্তিক বাক্য হিসাবে—যে বাক্যে বলা হয় : অমুক শ্রেণীর [শ্রেণী গুণফলের] সভ্য নেই [= Λ], বা আছে [≠ Λ]

ওপরের সারণীগুলি দেখলে বোঝা যাবে, বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে ও সেটলিপিতে

A, E — এদের উভয়ই অভাববাচক [= Λ]

I, O — এদের উভয়ই ভাববাচক [≠ Λ]

A সম্পর্কে একটা কথার পুনরুক্তি করছি। সাধারণ A-তে, যথা

All humans are mortals

-এতে অভাববাচক চিহ্ন নেই, কিন্তু বুলীয় বা সেট লিপিতে লিখতে গেলে আমরা মনে মনে A-কে obvert করে নিই, যেমন, উক্ত বাক্যটি "অনুবাদ" করে নিই [obvert করে নিই] এভাবে

No humans are non-mortals

বা এভাবে

Non-mortal humans নেই

যার থেকে পাই

$$\sim M \cap H = \Lambda$$

বা $$H \cap \sim M = \Lambda$$

লক্ষ কর, A-তে একটা অভাববাচক চিহ্নের, '~'-এর, অনুপ্রবেশ ঘটে। বলতে পার, O-তেও ত '~' থাকে। কিন্তু মূল O-এতে [যেমন Some A are not B-এতে] ত একটি অভাববাচক চিহ্ন ["not"] আগে থেকেই থাকে। আবার বলছি

|| A, O -এর বেলায় বিধেয়ের বামে '~' আসে
|| E, I -এর উদ্দেশ্য ও বিধেয় অবিকৃত থাকে।

১.৯ ~~A = A, DN

এ প্রসঙ্গে আর একটা কথা।

$$\sim\sim A = A$$

—এটা এক রকম DN [Double Negation] সূত্র, শ্রেণী বা সেট সংক্রান্ত DN। এর সঙ্গে তুলনীয়

~~P সম P

এটা বাক্যসংক্রান্ত DN। একটা উদাহরণ

All humans are not-perfect

সেটলিপিতে এ বাক্য লিখতে পারি এভাবে

$$H \cap \sim\sim P = \Lambda$$

CENTRAL LIBRARY

কিন্তু DN প্রয়োগ করে এ বাক্যটি আরও সংক্ষেপে লিখতে পারি এভাবে

$$H \cap P = \Lambda$$

আর একটা উদাহরণ :

No observed responses were <u>not</u> predicted

এটা একটা অদ্ভুত ইংরেজি বাক্য। সাধারণ E বাক্যের [বা সাধারণ ভাষায় No–are–আকারের বাক্যে] বিধেয়ের আগে "not" থাকে না। এখানে আছে। কাজেই "not"টিকে বিধেয়ের সঙ্গে লাগিয়ে এর অংশ হিসাবে গণ্য করতে হবে। তার মানে এ বাক্যটি নিতে হবে এ রূপে

No observed responses were not-predicted

এখন

O = the class of all observed responses

P = the class of all predicted responses

—এ প্রতীকগুলি ব্যবহার করে E-কে symbolize করার বাঁধা গতে পাই

$$O \cap \sim P = \Lambda$$

অপরপক্ষে, যদি

All observed responses were not predicted

—এ বাক্যের সম্মুখীন হই তা হলে? তাহলে কী করব?

আমরা জানি

All S are not P = Not all S are P = Some S are not P

কাজেই উক্ত বাক্যটি প্রথম এভাবে লিখে নেব

Some observed responses were*not predicted

আর এ বাক্যটি সেট লিপিতে লিখে পাব

$$O \cap \sim P \neq \Lambda$$

১.১০ সাধারণ ভাষার "এবং" [আর "∩"]

সাধারণ ভাষায় আমরা "এবং" ব্যবহার করি নিম্নোক্ত ক্ষেত্রগুলিতে—

(১) দুটো** বিশেষণের মধ্যে, যথা

লম্বা এবং ফর্সা	সৎ এবং বুদ্ধিমান
নরম ও মসৃণ	শক্ত ও মোটা
ধনী ও বিনয়ী	ধনী ও দাম্ভিক

(২) "এবং" যা বোঝায় তা বোঝাতে গিয়ে অনেক সময় আরও জোরালো শব্দ "কিন্তু" ব্যবহার করা হয়। কিন্তু "কিন্তু" শব্দটি আমরা "এবং"-এর সমার্থক হিসাবেই নেব। উদাহরণ

ধনী কিন্তু সাধু	ক্ষুদ্রকায় কিন্তু সাহসী

---

* "are" আর "were"-এর পার্থক্য অগ্রাহ্য কর।

** বা ততোধিক

CENTRAL LIBRARY

—এরকম ক্ষেত্রেও এ বাক্‌বন্ধ (বাক্যাংশ)গুলি শ্রেণীগুণফল বোঝাচ্ছে এবং "∩" দিয়ে এদের সংকেতায়িত করতে হবে। যেমন

ধনী কিন্তু সাধু = ধনী এবং সাধু = R ∩ H

[R = ধনী শ্রেণী, H = সাধু-ব্যক্তি শ্রেণী]

(৩) বিশেষ্য ও বিশেষণের মধ্যে একটা "এবং" প্রচ্ছন্ন থাকে। যথা

সবুজ পাতা = সবুজ বস্তু এবং পাতা

[যা সবুজও বটে পাতাও বটে]

সাদা হাঁস = যা সাদা এবং হাঁস

কাজেই বামধারের কথাগুলি এভাবে ব্যক্ত করতে হবে

G ∩ L [G = সবুজ বস্তু শ্রেণী, L = পাতা শ্রেণী]

W ∩ S [W = সাদা বস্তু শ্রেণী, S = হাঁস শ্রেণী]

আমরা জানি, কোনো গুণাকে একাধিক গুণক দিয়ে গুণ করে পরপর গুণফল পাওয়া যায়, যেমন পাওয়া যায়

a × b, (a × b) × c, [(a × b) × c] × d, বা ab, abc, abcd

সেরকম শ্রেণীর বেলায়ও পেতে পারি

A ∩ B, (A ∩ B) ∩ C, [(A ∩ B) ∩ C] ∩ D

এরকম ক্ষেত্রে, মানে একই যোজক, যথা '∩', দিয়ে যোজনা করলে বন্ধনী বাদ দেওয়া যায়। যেমন, উক্ত শ্রেণী গুণফলগুলি লিখতে পারি এভাবে

A ∩ B, A ∩ B ∩ C, A ∩ B ∩ C ∩ D

এখন আমাদের এ বাক্যগুলিকে সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে পারার কথা।

(১) All predicted responses were observed.

(২) Some left responses were predicted.

(৩) All predicted left responses were reinforced.

(৪) No observed right responses were not predicted.

(৫) Some left responses which were observed were not predicted.

আমরা এ সংক্ষেপকগুলি ব্যবহার করব:

P = the class* of predicted responses

O = the class of all observed responses

L = the class of all left responses

R = the class of all right responses

E = the class of all reinforced responses

এ প্রতীকগুলি ব্যবহার করে উক্ত বাক্যগুলি এভাবে [যথাক্রমে] সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে পারি

---

* "class"-এর বদলে "set" লিখতে পারতাম।

CENTRAL LIBRARY

(১') $P \cap \sim O = \Lambda$

(২') $L \cap P \neq \Lambda$

(৩') $(P \cap L) \cap \sim R = \Lambda$

(৪') $(O \cap R) \cap \sim P = \Lambda$

(৫') $(L \cap O) \cap \sim P \neq \Lambda$*

আরও কয়েকটি উদাহরণ

(1) Some American wine-drinkers are philosphers

(2) No Frenchman is an American

(3) Some French murderers drink coffee and tea but not wine

সংক্ষেপক প্রতীক

A = the class of all Americans

F = the class of all Frenchmen

M = the class of all murderers

C = the class of all coffee-drinkers

T = the class of all tea-drinkers

W = the class of all wine-drinkers

উক্ত বাক্যগুলির সাংকেতিক রূপ

(1') $A \cap W \cap P \neq \Lambda$

(2') $F \cap A = \Lambda$

(3') $F \cap M \cap C \cap T \cap \sim W \neq \Lambda$

১.১১ যৌগিক পদ : সংযৌগিক ও বৈকল্পিক পদ

এটা সহজবোধ্য যে দুটি** পদ যুক্ত করে পাওয়া যায় একটি যৌগিক পদ। এতক্ষণ আমরা এক রকম যৌগিক পদের কথা বলেছি, বলেছি

ক এবং খ A and B

আকারের যৌগিক পদের কথা। এ রকম যৌগিক পদকে বলে সংযৌগিক পদ। আর, আমরা জানি, এ রকম পদবোধিত শ্রেণীকে বলে শ্রেণী গুণফল। আরও একভাবে পদ যোজনা করা যায়—যায় "অথবা", "or" দিয়ে, যথা

ছাত্র অথবা শিক্ষক

ছেলে অথবা মেয়ে

Tea or wine

এখানে পদযোজনা করা হয়েছে "অথবা" আর "or" দিয়ে। এ রকম পদকে বলে বৈকল্পিক পদ।

---

* (৩'), (৪'), (৫')-এতে বন্ধনী না দিলেও চলে।

** বা তত্তোধিক

CENTRAL LIBRARY
B
160
D26 C3

আর এ রকম কোনো পদ যে শ্রেণী বোঝায় তাকে বলে শ্রেণীযোগফল (class sum) সংক্ষেপে, যোগফল (sum)। এখন আমাদের আলোচ্য (শ্রেণী) যোগফল।

১.১২ যোগফল : সাধারণ ভাষার "অথবা" [আর "∪"]

যেসব বস্তু এ শ্রেণীর সভ্য বা ঐ শ্রেণীর সভ্য বা উভয় শ্রেণীরই সভ্য তাদের নিয়ে যে বৃহত্তর শ্রেণী গঠিত হয় তাকে বলে উক্ত শ্রেণী দুটির যোগফল।

কথাটা আরও একটু বিশদ করে এভাবে বলা যেত :

দুই বা ততোধিক শ্রেণীতে যত সভ্য তার সবগুলি নিয়ে যে বৃহত্তর শ্রেণী গঠিত হয়—যা সাধারণ ভাষায় ব্যক্ত হয় এ আকারে :—অথবা—অথবা—....তাকে বলে ঐ শ্রেণীগুলির যোগফল।

উদাহরণ

ফুল, লালবস্তু

এ শ্রেণী দুটির যোগফল হল সে শ্রেণী যার মধ্যে আছে সব লালবস্তু অথবা সব ফুল, মানে যার সভ্য হল

(i) লাল জিনিস কিন্তু ফুল নয়, যেমন লাল কলম, অথবা

(ii) ফুল কিন্তু যা লাল নয়, যেমন নীল ফুল, অথবা

(iii) যা ফুলও বটে, লালও বটে, মানে লাল ফুল

তাহলে লালবস্তু ও ফুল এ দুটি শ্রেণী যোগফল লিখতে পারি এভাবে

লালবস্তু অথবা ফুল

অনেক সময় যোগ চিহ্ন হিসাবে ব্যবহার করা হয় "+" চিহ্ন [গণিতের যোগচিহ্ন]। ধর, লাল বস্তু = R, ফুল = F। তাহলে উক্ত বৈকল্পিক পদ লিখতে পারি এভাবে R + F

এটা R আর F এর যোগফল। আবার অনেক সময় "+"-এর বদলে "∪" চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়, যেমন

Red things or flowers
R or F
R + F

লেখা হয় এভাবে

R ∪ F

প্রসঙ্গত, আমরা বাক্য প্রসঙ্গে "অথবা"র সংক্ষেপক হিসাবে লিখি "∨"। আর এখন দেখলাম পদ প্রসঙ্গে "∪" ব্যবহার করা হয়। আবার বলি

'+'—এর পরিবর্তে ব্যবহার করা হয় : ∪ চিহ্নটি

'∪'-এর নাম union [join, sum, cup বা যোগচিহ্ন]

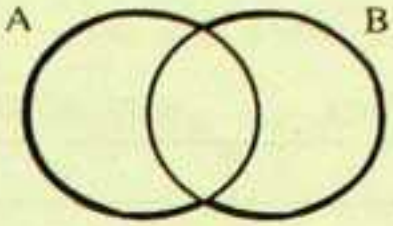
'A ∪ B' পড়ব : A union B

'A ∪ B' এভাবেও পড়তে পার : A cup B।

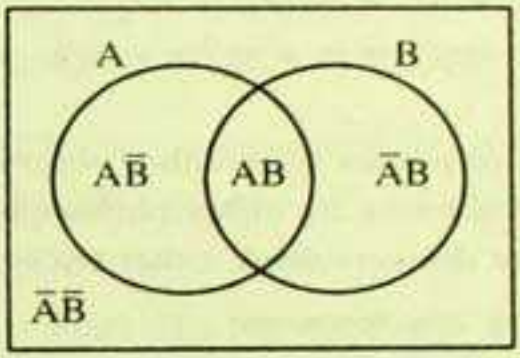
BCU 2289

CENTRAL LIBRARY

দুটি শ্রেণীর, ধর A আর B-এর, যোগফল চিত্রের সাহায্যেও দেখানো যায়। এখানে একটি বৃত্ত দিয়ে A শ্রেণী বোঝানো হয়েছে, আর একটি বৃত্ত দিয়ে B শ্রেণী।



এখানে মোটা দাগের চৌহদ্দির ভেতরে যা আছে তা হল A ∪ B। এ চৌহদ্দির মধ্যে আছে A শ্রেণীর সব সভ্য অথবা B শ্রেণীর সব সভ্য অথবা যা A-শ্রেণীরও সভ্য B-শ্রেণীরও সভ্য। এবার এ চিত্রটি দেখ



এ চিত্রটি থেকে বোঝা যাবে

$A \cup B = A\bar{B}$ অথবা AB অথবা $\bar{A}B$

বা এক কথায়

$\bar{A}\bar{B}$ ছাড়া সব কিছু

যা A-ও নয় B-ও নয়—তাছাড়া সব কিছু। এখানে 'A'-এর জায়গায় 'লালবস্তু' আর 'B'-এর জায়গায় 'ফুল' পড়লে পাবে আগে-দেওয়া উদাহরণটি : লালবস্তু ∪ ফুল।

যা বলা হল তার থেকে যেন এ (ভুল) ধারণা না হয় যে—কেবল দুটি শ্রেণীই যোগ করা যায়। আসলে দুটি শ্রেণীর

যোগফলের সঙ্গে অন্য কোনো শ্রেণী বা যোগফল যোগ করা যায়, বা

একাধিক শ্রেণী একসঙ্গে যোগ করা যায়

উদাহরণ

ধর, চোর শ্রেণী = T গুন্ডা = G ডাকাত = D মস্তান = H খুনী = M

তাহলে আমরা পেতে পারি এরকম যোগফল

T ∪ G. (T ∪ G) ∪ D. [(T ∪ G) ∪ D] ∪ H

(T ∪ G) ∪ (D ∪ M)

বা বন্ধনীর বন্ধন ছাড়া আরও সহজে এভাবে

13935

CENTRAL LIBRARY

T U G, T U G U D, T U G U D U H ইত্যাদি

এরকম ক্ষেত্রে, মানে কেবল এক রকমের যোজক, যেমন, 'U', দিয়ে যোজনা করলে বন্ধনীর দরকার হয় না।

যোগ চিহ্ন কত বিচিত্র রূপ ধারণ করতে পারে দেখ।

সাধারণ ভাষায়	গণিতে	বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানে	সেটতত্ত্বে
অথবা	+	∨	∪

এ সারণী আর পৃঃ ১৫-এতে-দেওয়া সারণী তুলনা কর।

আরও অগ্রসর হওয়ার আগে এ প্রশ্নটার উত্তর দাও।

প্রশ্ন : ভেন ছক এঁকে A ∩ B আর A ∪ B-এর পার্থক্য দেখাও।*

১.১৩ পুনশ্চ সাধারণ ভাষা ও সেটলিপি

এখন আমাদের নিম্নোক্ত বাক্যগুলিকে বা এ জাতীয় বাক্যকে সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে পারার কথা।

(1) No right responses were either observed or predicted.

(2) Some Frenchmen are either philosophers or murderers.

(3) All coffee drinkers drink either tea or wine.

এ বাক্যগুলিকে সেটলিপিতে ব্যক্ত করলে পাব

(1') $R \cap (O \cup P) = \Lambda$

(2') $F \cap (P \cup M) \neq \Lambda$

(3') $C \cap \sim(T \cup W) = \Lambda$

লক্ষণীয়, এ রকম ক্ষেত্রে, মানে যেখানে যোজকগুলি ভিন্ন জাতের [(যেমন, একটা '∩', অন্যটা '∪'], বন্ধনী অপরিহার্য; বন্ধনী ব্যবহার না করলে পদগুলিতে গ্রন্থনগত দ্ব্যর্থতা (ambiguity in grouping) দেখা দেবে। যেমন

$R \cap O \cup P$ [(1') দেখ]

লিখলে বোঝা যায় না পদটি সংযৌগিক

$R \cap (O \cup P)$

নাকি বৈকাল্পিক পদ

$(R \cap O) \cup P$

সেরকম

$\sim(T \cup W)$ [(3') দেখ]

আর

$\sim T \cup W$

---

* উত্তর দিয়ে তবে, পৃঃ ২৯ দেখবে উত্তরের জন্য

CENTRAL LIBRARY

অবশ্যই ভিন্ন প্রকারের পদ—দ্বিতীয়টি বৈকল্পিক পদ, প্রথমটি বৈকল্পিকের নিষেধ।

১.১৪ সেটলিপি ও DeM

লক্ষণীয়, শেষোক্ত বাক্যটি [(3')] আরও সহজ করে এভাবে ব্যক্ত করা যায় :

$$C \cap {\sim}T \cap {\sim}W = \Lambda$$

কেননা, সংযৌগিক ও বৈকল্পিক বাক্যের বেলায় যেমন DeM সূত্র খাটে, তেমনি যৌগিক পদের বেলায়ও DeM খাটে, যেমন

$${\sim}(p \vee q) \text{ সম } {\sim}p \,.\, {\sim}q$$

$${\sim}(p \,.\, q) \text{ সম } {\sim}p \vee {\sim}q$$

ঠিক তেমনি

$${\sim}(A \cup B) = {\sim}A \cap {\sim}B$$

$${\sim}(A \cap B) = {\sim}A \cup {\sim}B$$

আর কয়টি উদাহরণ

(১) All French murderers drink coffee, tea and wine

(২) All coffee drinkers drink either tea or wine

(৩) A philosopher drinks neither tea nor coffee

প্রথম বাক্য দুটি সেটলিপিতে এভাবে ব্যক্ত করতে পারি

(১') $F \cap M \cap {\sim}(C \cap T \cap W) = \Lambda$

(২') $C \cap {\sim}(T \cup W) = \Lambda$

DeM প্রয়োগ করে এ বাক্যগুলি এভাবে লিখতে পারি

(১") $F \cap M \cap ({\sim}C \cup {\sim}T \cup {\sim}W) = \Lambda$

(২") $C \cap {\sim}T \cap {\sim}W = \Lambda$

তৃতীয় বাক্যটি হাতে নেবার আগে দু-একটা কথা—বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানের কথা।

Neither p nor q

দু ভাবে সংকেতায়িত করা যায়; লিখতে পারি

$${\sim}(p \vee q)$$

বা

$${\sim}p \,.\, {\sim}q$$

ঠিক সেরকম

Neither T nor C

-এর সাংকেতিক রূপ হবে

$${\sim}(T \cup C)$$

বা $${\sim}T \cap {\sim}C$$

CENTRAL LIBRARY

প্রথম কায়দায় (৩)-কে সংকেতায়িত করে পাব

(৩') $P \cap \sim\sim(T \cup C) = \Lambda$

[মনে আছে ত A বাক্যের বিধেয়ের আগে '~'-এর আগম হয় ?]

বা DN প্রয়োগ করে

(৩") $P \cap (T \cup C) = \Lambda$

শেষোক্ত কায়দায় সংকেতায়িত করলে (৩) নেবে এ রূপ :

(৩"') $P \cap \sim(\sim T \cap \sim C) = \Lambda$

(৩)-এর তিনটি সাংকেতিক রূপের মধ্যে (৩") বেশি সরল ও পরিচ্ছন্ন, সুতরাং বাঞ্ছনীয়।

"এবং" আর "অথবা" ["∩" আর "∪"] সম্পর্কে কয়েকটি কথা

I. "এবং" কথাটি পদযোজক হিসাবেও ব্যবহৃত হয় আবার বাক্যযোজক হিসাবেও ব্যবহৃত হয়। উদাহরণ :

সুন্দর এবং স্বাস্থ্যবান

[সুন্দর বস্তু এবং স্বাস্থ্যবান বস্তু]

এখানে "এবং" পদযোজক [বা শ্রেণীযোজক]। কিন্তু

সে সুন্দর এবং সে স্বাস্থ্যবান

-এতে "এবং" বাক্যযোজক। এদের পার্থক্য বোঝা যাবে নিম্নোক্ত বাক্য দুটির সম্বন্ধ বিচার করলে।

কোনো কোনো ছাত্র বলবান এবং কোনো কোনো ছাত্র মেধাবী

$(\exists x)(Px \,.\, Sx) \,.\, (\exists x)(Px \,.\, Mx)$ [ছাত্র = Pupil = P]

আর

কোনো কোনো ছাত্র বলবান এবং মেধাবী

$(\exists x)[Px \,.(Sx \,.\, Mx)]$

—এ বাক্য দুটি সমার্থক নয় [প্রথম বাক্যটির "এবং" বাক্যযোজক, দ্বিতীয়টির পদযোজক]। কেননা, প্রথম বাক্যটি সত্য বলে ধরে নিলেও এ কথা মানতে হবে : এমন হতে পারে, একই ব্যক্তি বলবান ও মেধাবী নয়, যে বলবান সে মেধাবী নয়, আর যে মেধাবী সে বলবান নয়। কিন্তু দ্বিতীয় বাক্যটির বক্তব্য : অন্তত এমন একজন ছাত্র আছে যে বলবানও বটে, মেধাবীও বটে।

II. অনেক সময় পদযোজক "∪" বা বাক্যযোজক "∨" বোঝাতে সাধারণ ভাষায় "এবং" ব্যবহার করা হয়। কথাটার সমর্থনে দৃষ্টান্ত দেবার আগে বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানের একটা সূত্রের দিকে নজর দেওয়া যাক। দেখা যাবে

$(p \supset r) \,.\, (q \supset r)$

এ বাক্যকে সংক্ষেপিত করলে [এর সমার্থক হিসাবে] পাওয়া যাবে না

$(p \,.\, q) \supset r$

পাওয়া যাবে

$(p \vee q) \supset r$

CENTRAL LIBRARY

কী করে এ সমার্থতা পাই দেখ।

$(p \supset r) . (q \supset r)$

$(\sim p \vee r) . (\sim q \vee r)$

$(r \vee \sim p) . (r \vee \sim q)$

$r \vee (\sim p . \sim q)$

$(\sim p . \sim q) \vee r$

$\sim(\sim p. \sim q) \supset r$

$(p \vee q) \supset r$

এবার এ বাক্যটি নেওয়া যাক

এ ক্লাসের সব ছেলে মেধাবী এবং এ ক্লাসের সব মেয়ে মেধাবী (১)

বা সংক্ষেপে

এ ক্লাসের সব ছেলে এবং মেয়ে মেধাবী (২)

(১)-কে মানকলিপিতে ব্যক্ত করা যাবে এভাবে

$(x)(Bx \supset Mx) . (x) (Gx \supset Mx)$ (1)

কিন্তু (২)-কে এভাবে ব্যক্ত করলে চলবে না

$(x)[(Bx . Gx) \supset Mx]$ (2)

(১) আর (২) সমার্থক, কিন্তু (1) আর (2) সমার্থক নয়

(1)-এর সমার্থক হল

$(x) [(Bx \vee Gx) \supset Mx]$ (1)

[এ বাক্যের '$\vee$' লক্ষণীয়]

কী করে $(p \supset r) . (q \supset r)$ থেকে $(p \vee q) \supset r$ পাওয়া যায় দেখিয়েছি। এখন দেখ কীভাবে দেখানো যায় যে

$(x)(Bx \supset Mx) . (x)(Gx \supset Mx)$ সম $(x)[(Bx \vee Gx) \supset Mx]$

বাম ধারের অংশটি নিয়ে শুরু করলাম

$(x)(Bx \supset Mx) . (x)(Gx \supset Mx)$

$(x)(Bx \supset Mx)$

$Ba \supset Ma$

$(x)(Gx \supset Mx)$

$Ga \supset Ma$

$(Ba \supset Ma) . (Ga \supset Ma)$

$(\sim Ba \vee Ma) . (\sim Ga \vee Ma)$

$(Ma \vee \sim Ba) . (Ma \vee \sim Ga)$

$Ma \vee (\sim Ba . \sim Ga)$

$(\sim Ba . \sim Ga) \vee Ma$

CENTRAL LIBRARY

$$\sim(\sim Ba \,.\, \sim Ga) \supset Ma$$

$$(Ba \vee Ga) \supset Ma$$

$$(x)[(Bx \vee Gx) \supset Mx]$$

আর উল্টো দিক থেকে অগ্রসর হলে

$$(x)\,[(Bx \vee Gx) \supset Mx]$$

থেকে পাবে

$$(x)\,(Bx \supset Gx) \,.\, (x)\,(Gx \supset Mx)$$

দেখা গেল "এবং" থাকা সত্ত্বেও

এ ক্লাসের সব ছেলে এবং মেয়ে মেধাবী

এ বাক্যটিকে এভাবে সংকেতায়িত করা চলবে না

$$(x)\,[(Bx \,.\, Gx) \supset Mx]$$

এটা ভুল, বাক্যটি নির্ভুল সাংকেতিক রূপ হবে।

$$(x)[(Bx \vee Gx) \supset Mx]।$$

এ রকম ক্ষেত্রে কেন যোজক "এবং"-এর জায়গায় "$\vee$" লিখবে তা আর একভাবে বলছি। ধর আলোচ্য বাক্যটি তুমি সংকেতায়িত করলে এভাবে

$$(x)[(Bx \,.\, Gx) \supset Mx]$$

দেখ, এ কথা বললে একটা উদ্ভট উক্তি করা হয়, বলা হয়

x যাই হোক না কেন, x যদি ছেলে-এবং-মেয়ে হয় [যদি এমন কিছু যাকে যা যুগপৎ ছেলে এবং মেয়ে] তাহলে x মেধাবী।

অবশ্যই আমরা এ কথা বলতে চাই না যে কোনো কিছু ছেলে এবং মেয়ে; কিন্তু

$$Bx \,.\, Gx \qquad (\exists x)(Bx \,.\, Gx) \qquad (x)\,(Bx \,.\, Gx)$$

যাই লেখ না কেন এ উদ্ভট কথাটাই বলা হয়ে যায় যে অমুক বস্তু x ছেলে-এবং-মেয়ে। কাজেই আবার বলি

এ ক্লাসের সব ছেলে এবং মেয়ে মেধাবী

All boys and girls of this class are meritorious

এ বাক্য মানকলিপিতে ব্যক্ত করতে হবে এভাবে "$\vee$" দিয়ে

$$(x)[(Bx \vee Gx) \supset Mx]$$

আর সেটলিপিতে বাক্যটি এ রূপ নেবে

$$(B \cup G) \cap \sim M = \Lambda$$

মনে রাখবে এখানে

$$B \cap G$$

লিখলে চলবে না। আর একটা উদাহরণ

People who drink wine and coffee also drink tea

এ বাক্যের বক্তব্য এই নয় যে

CENTRAL LIBRARY

যারা মদ এবং কফি দুই-ই পান করে তারা.....

এর বক্তব্য :

All people who drink wine also drink tea.

All people who drink coffee also drink tea.

সংক্ষেপে

All wine drinkers and coffee drinkers are tea drinkers

যারা মদ্যপায়ী এবং কফিপায়ী তারা...

সুতরাং এ বাক্যের নির্ভুল সাংকেতিক রূপ হবে

মানকলিপিতে : $(x)[(Wx \vee Cx) \supset Tx]$

সেটলিপিতে : $(W \cup C) \cap \sim T = \Lambda$

১.১৫ "এবং", "and"-এর অনুবাদ

দেখা গেল, ক্ষেত্রবিশেষে "এবং"/"and" অনুবাদ করতে হয় "$\cup$" বা "$\vee$" দিয়ে। প্রশ্ন হল কোথায় যোগচিহ্ন "$\cup$" বসাব, আর কোথায় গুণচিহ্ন "$\cap$"? যা বলা হয়েছে তার থেকে যেন এ ভুল ধারণা না হয় যে : উদ্দেশ্যের মধ্যে "এবং" থাকলে, "এবং"-এর জায়গায় সব সময় "$\cup$" লিখতে হবে। এ উদাহরণগুলি লক্ষ করলে এ ভুল ধারণা ভেঙে যাবে।

যারা লম্বা এবং কৃষ্ণকায় তার সুদর্শন (১)

যারা বলবান এবং অধ্যবসায়ী তারা কৃতকার্য হবে (২)

(১)-এতে বলা হয়েছে : যাদের মধ্যে দীর্ঘকায়-হওয়া এবং কৃষ্ণকায়-হওয়া—এ দুটি ধর্মই আছে তারা সুদর্শন। সুতরাং সেটলিপিতে এ কথা ব্যক্ত করতে হলে লিখতে হবে

$$(T \cap D) \cap \sim H = \Lambda$$

বা $$T \cap D \cap \sim H = \Lambda$$

[T = the class of all tall persons
D = the class of all dark persons
H = the class of all handsome....]

(২)-এতে বলা হয়েছে : যারা বলবান ও অধ্যবসায়ী—উভয়ই তারা.... । কাজেই এ বাক্যের সাংকেতিক রূপ হবে এমন

$$(S \cap P) \cap \sim L = \Lambda$$

[এখানে কৃতকার্য-ব্যক্তির শ্রেণী = L]

প্রশ্ন থেকে গেল "এবং"-এর জায়গায় কোথায় "$\cap$" কোথায় "$\cup$" বসাব?

উত্তর

যে আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানের সঙ্গে আমাদের পরিচয় আছে তার একটা প্রধান উপকরণ হল চার রকমের অনপেক্ষ বাক্য—যাদের

(i) উদ্দেশ্য বিধেয় উভয়ই শ্রেণীবাচক

(ii) উদ্দেশ্য বিধেয় উভয়ই অযৌগিক শব্দ।

CENTRAL LIBRARY

আর যে বুলীয় যুক্তিবিজ্ঞানে আমাদের হাতে-খড়ি হয়েছে তাতে আছে

(iii) সংযৌগিক পদ—শ্রেণীগুণফলবাচক শব্দ, $A \times B$, AB, $A\bar{B}$ ইত্যাদি

আকারের পদ। আর একটা সম্ভাবনা। এমন হতে পারে, উদ্দেশ্য-বিধেয় এদের যে কোনোটি সংযৌগিক বা বৈকল্পিক পদ। মানে এমন হতে পারে

	(iv)	উদ্দেশ্যে	বিধেয়ে
		এবং	এবং
		এবং	অথবা
		অথবা	এবং
		অথবা	অথবা

আর একটা সম্ভাবনা

(v) উদ্দেশ্য বিধেয়ের কোনোটি অযৌগিক পদ, কোনোটি যৌগিক পদ।

এ রকম ক্ষেত্রে দেখতে হবে

যে বাক্যের উদ্দেশ্য পদ "এবং" আকারের তাকে সমার্থক সংযৌগিক বাক্যের আকারে ব্যক্ত করা যায় কিনা,

যদি যায় তাহলে ঐ "এবং" সংকেতায়িত করতে হবে "$\cup$" [বা "$\vee$"] দিয়ে, আর যদি না যায় তাহলে "এবং"-এর জায়গায় "$\cap$" [বা "$\cdot$"] বসবে।

উদাহরণ

Apples and oranges are delicious and nutritious

= All apples are . . . .and all oranges are . . . .

সুতরাং এ বাক্যটি সংকেতায়িত করতে হবে এভাবে

$(x)[(Ax \vee Ox) \supset (Dx \cdot Nx)]$

সেটলিপিতে এভাবে

$(A \cup O) \cap \sim(D \cap N) = \Lambda$

কিন্তু নিম্নোক্ত বাক্যটি অন্য ধরনের

Any man is attractive if he is dark and tall

= All men who are dark and tall are attractive

এ বাক্যের বক্তব্য এই নয় যে

All men who are dark are attractive .

All men who are tall are attractive।

সুতরাং মানকলিপিতে এ বাক্যের রূপ হবে

$(x)[(Dx \cdot Tx) \supset Ax]$

বা সেটলিপিতে এ রূপ

$D \cap T \cap \sim A = \Lambda$

CENTRAL LIBRARY

আর একটা ব্যবহারিক নিয়ম।

একটি ব্যতিক্রমী ক্ষেত্র ছাড়া সব জায়গায় "এবং"-এর জায়গায় "∩" আর "অথবা"র জায়গায় "∪" লিখতে হবে, আর

এ ব্যতিক্রমী ক্ষেত্রটি হল এই

উদ্দেশ্য পদে দুটি * বিশেষ্যের মধ্যে "এবং"/"and" থাকলে তা সংকেতায়িত করতে হবে "∪" [বা "∨"] দিয়ে

যথা

সব পিতা এবং মাতা সন্তানের যত্ন নেন

সব ছেলে এবং মেয়ে মিষ্টি খেতে ভালবাসে

এদের সাংকেতিক রূপ হবে [কী সংক্ষেপক ব্যবহার করা হয়েছে তা সহজবোধ্য] সেটলিপিতে

$(F \cup M) \cap \sim C = \Lambda$

$(B \cup G) \cap \sim L = \Lambda$

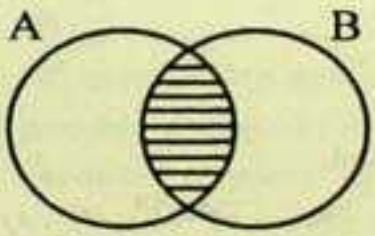
আর মানকলিপিতে

$(x)[(Fx \vee Mx) \cap Cx]$

$(x)[(Bx \vee Gx) \cap Lx]$

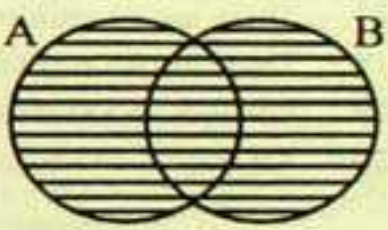
পৃঃ ২২ এতে দেওয়া প্রশ্নটির উত্তর

I



$[A \cap B]$

II



$[A \cup B]$

লক্ষণীয়

I-এর রেখায়িত এলাকা হল $A \cap B$,

আর II-এর রেখায়িত এলাকা $A \cup B$ ।

CALCUTTA UNIVERSITY CENTRAL LIBRARY

* বা তাত্ত্বিক

CENTRAL LIBRARY

অনুশীলনী

১. নিম্নোক্ত বাক্যগুলিকে সেটলিপিতে—মানে, সমীকরণ অসমীকরণের আকারে*—ব্যক্ত কর।**

1. Some philosophers are materialists.
2. Some materialists are not theists.
3. Some nontheists are materialists.
4. All materialists are nontheists.
5. Some philosophers are neither materialists nor theists.

—Barker

6. Never will the dead speak.
7. Many men labour in vain.
8. Most adults are married.
9. The virtuous alone are happy.
10. Only the unemployed are lazy.

— Cohen & Nagel

11. Not every visitor stayed for dinner.
12. Not any visitor stayed for dinner.
13. None but the brave deserve the fair.
14. Employees may use only the service elevator.
15. Only employees may use the service elevator.
16. Everything enjoyable is either immoral, illegal or fattening.
17. There are no uniforms that are not velvets.
18. There are no washable velvets.
19. Bananas and grapes are fruits.
20. All butlers and valets are obsequious and dignified.

— Copi

কোন সেট বোঝাতে কোন অক্ষর প্রয়োগ করলে তা স্পষ্ট করে বলে দিতে হবে। যেমন, প্রথম বাক্যটির বেলায় বলব

P = the set of all philosophers
M = the sets of all materialists

আরও একটা কথা। এ কথাটা বলছি বিশেষ করে নিম্নোক্ত বাক্যগুলির দিকে লক্ষ্য রেখে। কোনো প্রদত্ত বাক্য A, E, I, O-এর প্রথিত আকারে না থাকলে প্রথম ধাপে বাক্যটিকে

মানক → উদ্দেশ্য → সংযোজক → বিধেয় আকারে

এনে নেবে। যেমন ধর, দেওয়া আছে

---

* এ কথাটা বলা হল এজন্য। সেটলিপির নানা রূপ। যেমন, 'All swans are white' সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে গিয়ে লিখতে পারি : $S \subseteq W$, $S \cap \sim W = \Lambda$, $S \cup W = W$। কাজেই কেবল 'সেটলিপিতে ব্যক্ত কর' বললে কথাটির মধ্যে কিছুটা অস্পষ্টতা থেকে যেত।

** ২০ সংখ্যক বাক্যের পরে যে মন্তব্য করা হয়েছে তা আগে পড়ে নাও।

CENTRAL LIBRARY

He prayeth well who loveth well

একে সেটলিপিতে অনুবাদ করতে হলে প্রথমে A-এর যুক্তিবিজ্ঞানসম্মত আকারে নিয়ে আসবে এই বলে

All persons who love well are persons who pray well

আর স্পষ্টতই এর সাংকেতিক রূপ হবে

$L \cap \sim P = A$

যেখানে

L = the set of all persons who love well

P = the set of all persons who pray well

21. Any man is a coward who deserts.
22. They never pardon who have done wrong.
23. He jests at scars who never felt a wound.
24. All are not saints that go to church.
25. He sees not his shadow who faces the sun.
26. All is not gold that glitters.
27. None think the fools great but fools themselves.

নিম্নোক্ত অনুশীলনী দুটিতে আছে এ প্রতীকটি : 'V'=''। V কী? তা বিশদভাবে বলা আছে বিভাগ ৩.৫ পৃ: ৬০-এতে। এখানে V-এর সঙ্গে অতিসংক্ষেপে তোমাদের পরিচয় করিয়ে দিচ্ছি। যে সেটগুলি সম্পর্কে কিছু বলা হয় সে সবগুলি সেট যে বৃহত্তর সেটের অন্তর্ভুক্ত তাকে বলে Universal set বা Universe of discourse, বাংলায়— প্রসঙ্গ বিশ্ব; আর প্রসঙ্গ বিশ্ব বোঝাতে সাধারণত 'V' ব্যবহার করা হয়। যেমন, যদি বিভিন্ন প্রাণীর [কেবল প্রাণীর] কুকুর, বেড়াল, গরু, মোষ, বাঘ, সিংহ ইত্যাদির কথা বলি তাহলে আমাদের প্রসঙ্গ বিশ্ব বা V= প্রাণী শ্রেণী।

V= কী তা বলা থাকলে ভাল—বোঝা যাবে প্রসঙ্গ বিশ্ব কী। যেমন, নিম্নোক্ত অনুশীলনীতে V= the set of all possible responses। কিন্তু বাক্য সংকেতায়িত করতে "V" বাদ দিয়ে চলব। যেমন প্রথম বাক্যটিতে "predicted response"-এর সংক্ষেপক হিসাবে "$P \cap R$" ["Response"-এর জন্য "R"] লিখব না। কেননা 'R' ও 'P'-কথাটির মধ্যেই নিহিত। কেননা প্রস্তাবিত সংক্ষেপনে

P = the set of all predicted responses

এবার সুপিস-থেকে-নেওয়া অনুশীলনীটির দিকে নজর দাও।

২. Letting

V = the set of all possible responses,
P = the set of all predicted responses,
O = the set of all observed responses,
L = the set of all left responses,
R = the set of all right responses,
E = the set of all reinforced responses,
U = the set of all unreinforced responses,

translate into symbolic form the following statements....

(a) All predicted responses were observed.
(b) Some left responses were predicted.

CENTRAL LIBRARY

(c) All predicted left responses were reinforced.
(d) No observed responses were not predicted.
(e) No observed right responses were not predicted.*
(f) Some left responses which were observed were not predicted.
(g) No right responses were either observed or predicted.
(h) Some right responses which were reinforced were observed but not predicted.
(i) Some left responses which were not predicted were reinforced.
(j) All left responses which were predicted were observed and they were found to be reinforced.

৩. Letting

V = the set of all people,
A = the set of all Americans,
C = the set of all people who drink coffee,
F = the set of all Frenchmen,
M = the set of all murderers,
P = the set of all philosophers,
T = the set of all people who drink tea,
W = the set of all people who drink wine,

translate the following statements into symbolic form :

(a) Some American wine-drinkers are philosophers.
(b) No Frenchman is an American.
(c) People who drink wine and coffee also drink tea.
(d) All French murderers drink coffee, tea and wine.
(e) Some American murderers drink coffee and tea, but not wine.
(f) Some French murderers who drink wine do not drink either coffee or tea.
(g) A philosopher drinks neither tea nor coffee.
(h) Some Frenchmen are either philosophers or murderers.
(i) All coffee drinkers drink either tea or wine.

---

* (d) আর (e) লক্ষ করে ভাল করে। দেখ "No" দিয়ে শুরু হলেও বিধেয়ের বাক্যে একটা "not" আছে।

CENTRAL LIBRARY

২

সেট-নির্দেশ রীতি

২.১ শ্রেণী থেকে সেট

আমরা 'সেট' কথাটা বিশেষ ব্যবহার করি নি, 'শ্রেণী' দিয়ে 'সেট'-এর কাজ চালিয়ে গেছি। গণিতে বা উচ্চতর যুক্তিবিজ্ঞানে সেট ও শ্রেণীর মধ্যে পার্থক্য করার দরকার হতে পারে। আমরা কিন্তু সে পার্থক্য অগ্রাহ্য করব। কেননা আমাদের আলোচ্য হল লৌকিক সেটতত্ত্ব। তবে সাধারণ বা লৌকিক প্রয়োগ অনুসারেও সেট আর শ্রেণী ঠিক এক নয়।

শ্রেণী বলতে সাধারণত আমরা বুঝি মীল্ যাকে বর্ণনা করেছেন স্বাভাবিক বা প্রাকৃত শ্রেণী বলে। যথা—কুকুর, বেড়াল, বক, কাক, আমগাছ, জামগাছ

—এ রকম শ্রেণী সম্পর্কে বলা যায়, প্রকৃতি যেন এভাবে শ্রেণীকরণ করে দিয়েছে। এ রকম শ্রেণীর বৈশিষ্ট্য হল

এ সব মুক্ত শ্রেণী—এদের সভ্য সংখ্যা অসংখ্য, অগণ্য,

এদের সভ্যদের মধ্যে আছে অসংখ্য ব্যাপারে সাদৃশ্য,

যেমন, যা কুকুর শ্রেণীর সভ্য তাদের মধ্যে, মানে বিভিন্ন কুকুরের মধ্যে, আছে দাঁতের সংখ্যা ও বিন্যাস, অস্থিসংস্থান, রক্তসংবহন প্রণালী, নানা সহজাত প্রবৃত্তি—এ রকম হাজারো ব্যাপারে সাদৃশ্য।

এ রকম শ্রেণীর সঙ্গে তুলনীয় মীল যাকে বলেছেন কৃত্রিম শ্রেণী (artificial class), যেমন

লাল বস্তু, নরম বস্তু, কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের ছাত্র, এ ঘরে এখন যারা আছে

ইত্যাদি শ্রেণী। যেসব বস্তু দিয়ে এ রকম কোনো শ্রেণী গঠিত হয় [আমরাই শ্রেণী গঠন করি] তাদের মধ্যে বিশেষ সাদৃশ্য নেই, যথা; লাল-বস্তু শ্রেণীর সভ্য হল, ধর

এ লাল ফুলটা, ঐ লাল বইটা, ঐ (লাল) রক্তের ফোঁটাটা, ঐ লাল পতাকাখানা।

—এদের মধ্যে লাল-হওয়া ছাড়া আর কী মিল? আর এখন এ ঘরে যারা আছে, ধর আছে পাঁচ জন, তাদের দিয়ে গঠিত হয় একটা ক্ষুদ্র সীমিত শ্রেণী; কুকুর, মানুষ, মাছের মত মুক্ত শ্রেণী নয়।

কোনো শ্রেণীতে যে অনেক সভ্য থাকবে এমন কথা নেই।

ভারতের যে প্রধান মন্ত্রীরা আততায়ীর হাতে নিহত হয়েছিল

এ শ্রেণীবাচক কথাটি যে শ্রেণী বোঝায় তার দুটি মাত্র সভ্য—ইন্দিরা গান্ধী ও রাজীব গান্ধী।

ভারতের যে নারী প্রধান মন্ত্রী আততায়ীর হাতে নিহত হয়েছে

—এ শ্রেণীর একটি মাত্র সভ্য।

CENTRAL LIBRARY

কোনো শ্রেণীর ['কৃত্রিম শ্রেণী'র] সভ্যগুলির মধ্যে কিছুটা সাদৃশ্য থাকে—সে শ্রেণী যতই কৃত্রিম হোক না কেন, যেমন থাকে সব লাল বস্তুর মধ্যে। সাদৃশ্য যে থাকবে তার হেতু হল এই

সাধারণত শ্রেণী নির্ণিত হয় কোনো (শ্রেণী-) নির্ণায়ক ধর্ম দিয়ে

যেমন, লালত্ব, ভারতের প্রধানমন্ত্রী হওয়া, ইত্যাদি ধর্ম দিয়ে। অবশ্যই যে নির্ণায়ক ধর্ম দিয়ে কোনো শ্রেণী গঠিত হয় তার সব সভ্যে সে ধর্মটি বর্তাবে। যেমন, সব লাল বস্তুতে থাকবে লালত্ব।

সাধারণ ভাষায়, এমন কি বাংলা কথায়ও, আমরা 'সেট' কথাটি প্রয়োগ করি, যেমন আমরা

ডিনার সেট, চায়ের সেট, কফি সেট, জড়োয়া সেট, সোফা সেট

-এর কথা বলি। যে সব উপকরণ দিয়ে এসব সেট গঠিত হয় তাদের মধ্যে, সেটের সভ্যদের মধ্যে, বিশেষ মিল নেই—মিল নেই চেহারার, আকারের ও কাজের দিক থেকে। তবে মিল আছে এক দিক থেকে—একটা সেটের সব উপকরণ দিয়ে একটা কার্যসিদ্ধি হয়, সবগুলি মিলে একই কাজ হাসিল করে—যেমন ডিনার সেটের সব উপকরণগুলি ডিনার খাওয়ার কাজে লাগে, চা-সেটের সবগুলি উপকরণ চা তৈরি বা পরিবেশনে লাগে।

কিন্তু গণিতে বা যুক্তিবিজ্ঞানে 'সেট' আরও ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়। ধর্ম, আকৃতি, উদ্দেশ্যসিদ্ধি, কার্যকারিতা—এরকম কোনো দিক থেকে মিল নেই—এমন বস্তুও একই সেটের অন্তর্ভুক্ত হতে পারে। এভাবে সেট গঠনের নিয়ামক আমার [তোমার] খেয়াল খুশি। আমরা এই এই বস্তু একসঙ্গে বিবেচনা করব বলে সাব্যস্ত করেছি বলেই বলতে পারি : এ বস্তুগুলি একই সেটের সভ্য। যথা, আমরা এমন সেটের কথা বলতে পারি যা গঠিত হয় এ উপকরণগুলি দিয়ে

Δ, ০, ১, শঙ্কর, ঐ অতিথিশালাটা

বনলতা, ১৫ই জানুয়ারি, ৯৬ সাল, রাহু

আপাতদৃষ্টিতে মনে হয়, এ সভ্য [উপকরণ] গুলির মধ্যে কোনো মিল বা সম্পর্ক নেই। কিন্তু বলতে পারি, এর নিয়ামক হল এ ধর্ম, যা প্রত্যেকটি সভ্যের মধ্যে বর্তমান : এ মুহূর্তে আমার চিন্তার বিষয় হওয়া।

আর একটা সেট। ধর, এ সেটটার নাম A, আরও ধরা যাক, A-এর দুটি মাত্র সভ্য : r, s। এ সভ্য দুটির মধ্যে A-এর সভ্য হওয়া ছাড়াও অন্য কোনো ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক থাকতে পারে। যেমন, এ দুটির কথা আমার মনে এল এজন্য : এ দু জন এবং কেবল এ দু জনই মানসীর পাণিপ্রার্থী। তাহলে কেবল সভ্য [r, s] উল্লেখ না করে, এভাবে এ সেটের বর্ণনা দিতে পারতাম : যারা মানসীর পাণিপ্রার্থী। তবে কেবল সভ্য উল্লেখ করে কোনো সেটের পরিচয় দিয়ে দিলে আমরা সভ্যগুলির মধ্যে উক্তরূপ সম্বন্ধ খুঁজে বেড়াবো না। দেখা যাবে, কেবল সেটের সভ্য বা উপকরণ জানা থাকলেই আমাদের কাজ, যেমন দুটো সেটের সম্বন্ধ নির্ণয়, চলে যায়। কোন ধর্ম থাকার দরুন কতকগুলি বস্তুকে একই সেটের মধ্যে আনা হল তা না জানলেও চলবে।

দেখা গেল, তথাকথিত স্বাভাবিক শ্রেণী ও গণিত বা যুক্তিবিজ্ঞানে কথিত সেটের মধ্যে বিরাট ব্যবধান। আরও দেখা গেল,

সেট বলতে বোঝায় যে কোনো [যে কোনো রকম] বস্তুর সমষ্টি।

আমরা

CENTRAL LIBRARY

গুচ্ছ, গোছা, গাদা, তাড়া, দল, দঙ্গল, বাণ্ডিল, রাজি, রাশ, মালা, সংগ্রহ, সংকলন

এসব কথা দিয়ে সেট বা সমষ্টি বোঝাই। তবে মনে রাখতে হবে, এ রকম অধিকাংশ শব্দের মধ্যে এ ইঙ্গিত আছে যে, সমষ্টির অন্তর্গত বস্তুগুলি এক জাতীয়। 'সেট'-এতে [গণিত বা যুক্তিবিজ্ঞানে ব্যবহৃত 'সেট'-এতে] কিন্তু এমন ইঙ্গিত নেই। আবার

collection, class, aggregate, totality, group, family,
bunch, covey, pride, flock

এ কথাগুলি দিয়েও সেট বোঝানো হয়। তবে এ কথাগুলির দ্যোতনা ভিন্ন ভিন্ন। আবার, কোনো কোনো শব্দ [যথা, group, family] গণিতে বিশেষ অর্থে—technical অর্থে—ব্যবহৃত হয়। সাদামাঠা collection কথাটা নেওয়া যাক। সেট বোঝাতে collection প্রয়োগ করাও ঠিক বলে মনে হয় না। কেননা, collect করা মানে—সংগ্রহ করা, একত্রিত করা। কিন্তু কতকগুলি বস্তুকে কোনো সেটের সভ্য হতে হলে এদের একত্র করতে হবে, এদের এক জায়গায় বা কাছাকাছি থাকতে হবে—এমন কথা নেই।

'সেট'-এর প্রতিশব্দ হিসাবে
ফরাসিতে 'Ensemble', আর
জার্মান ভাষায় 'Menge'

ব্যবহার করা হয়।

এ কথা দুটির সঙ্গে পাঠকের পরিচয় করিয়ে দেওয়া হল এজন্য। সেট বোঝাতে অনেকে E ('Ensemble'-এর 'E'), অনেকে M ('Menge'-এর 'M') প্রয়োগ করেন। যেমন, বলেন: কোনো ব্যক্তি m যদি M সেটের সভ্য হয় তাহলে....

২.২ সেট নির্দেশ : দুটি পদ্ধতি

ওপরে সেটের যে সব উদাহরণ দেওয়া হয়েছে তা লক্ষ করলে বোঝা যাবে দুভাবে সেট নির্দেশিত (defined) হতে পারে, সেটের শনাক্তকরণ হতে পারে। সোজা কথায়, দেখানো যায়

(১) সেট যা দিয়ে গঠিত হয় তার, সেটের উপকরণ বা সভ্যের, পূর্ণ তালিকা দিয়ে, এক কথায় —সভ্য নির্দেশ করে; অথবা

(২) কোনো বিশিষ্ট ধর্ম উল্লেখ করে—এমন বর্ণনা দিয়ে যা ঐ সেটের সব সভ্য সম্বন্ধে খাটে, অন্য কিছু সম্বন্ধে খাটে না।

উদাহরণ

১. সুবীর ও সুজাতা দিয়ে গঠিত সেট
২. যারা বনলতার প্রণয়ী তাদের দিয়ে গঠিত সেট
৩. 1, 3, 5, 7 দিয়ে গঠিত সেট
৪. 1 আর 10-এর মধ্যেকার বিজোড় সংখ্যার সমষ্টি (সেট)
৫. a, e, i, o, u দিয়ে গঠিত সেট
৬. ইংরেজি বর্ণমালার ব্যঞ্জনবর্ণের সমষ্টি

CENTRAL LIBRARY

৭. রাম, শ্যাম, যদু, মধু দিয়ে গঠিত সেট

৮. যারা আজ স্কুল পালিয়েছে তাদের সমষ্টি*

৯. "নব্য যুক্তিবিজ্ঞান"-এর সেট—নব্যযুক্তিবিজ্ঞান ১ম ভাগ, ঐ ২য় ভাগ, ঐ ৩য় ভাগ, ঐ ৪র্থ ভাগ

১০. এ নির্বাচনে পশ্চিমবঙ্গের ভোটার সমষ্টি**

১১. অভ্র ও পূর্ণা—এদের দিয়ে গঠিত সেট

১২. ভারতের সব নদীর সমষ্টি

লক্ষণীয়, এখানে প্রত্যেকটি অযুগ্মসংখ্যাচিহ্নিত উদাহরণে সেটটি নির্দেশিত হয়েছে প্রথম কায়দায়—সভ্য তালিকা দিয়ে। আর প্রত্যেক যুগ্মসংখ্যাচিহ্নিত উদাহরণে সেটটি নির্দেশিত হয়েছে একটা সুনির্দিষ্ট বর্ণনা দিয়ে।

২.৩ সেট ও সভ্য-উল্লেখ : তালিকাকার সেট (Tabular Form of Set)

সেটের উদাহরণ দিতে গিয়ে আমরা এ রকম কথা বলেছি

— দিয়ে গঠিত সেট

-এর সমষ্টি/-এর সেট

এখন যদি সভ্য-তালিকা দিয়ে সেট নির্দেশ করা হয় তাহলে এ কথাগুলির সংক্ষেপক হিসাবে ধনুর্বন্ধনী ও কমা ব্যবহার করা হয়; যথা,

১ লেখা হয় এভাবে

{সুবীর, সুজাতা}

৩ এভাবে

{1, 3, 5, 7}

ধর, লিখলাম

হর, পার্বতী

বা আমাদের উদাহরণ ১-এর

সুবীর, সুজাতা

এতে কিন্তু কোনো সেট নির্দেশিত হল না, কেবল দুটি ব্যক্তির নাম উল্লেখ করা হল। ধর, সুজাতা হল সুবীরের স্ত্রী। এখন

সুবীর, সুজাতা

আর

দম্পতি

এ কথা দুটি তুলনা কর। স্বামী সুবীরও দম্পতি নয়, স্ত্রী সুজাতাও দম্পতি নয়। দুজন মিলেই একটা দম্পতি। এ বিশেষ দম্পতি একটা সেট। সেরকম

---

* ধরে নিতে হবে, স্পষ্ট সুনির্দিষ্টভাবে বলা হল কবে কার কথা, কোন স্কুলের কথা বলা হচ্ছে।

** ধরে নিতে হবে, কোন নির্বাচনের কথা বলা হচ্ছে তা সুনির্দিষ্টভাবে বলা হয়েছে।

CENTRAL LIBRARY

এক জোড়া দস্তানা।

একটা সেট। বাম হাতের দস্তানাটা দস্তানা-জোড়া নয়, ডান হাতেরটাও একজোড়া দস্তানা নয়। এর থেকে বোঝা যাবে

সেট কেবল তালিকাভুক্ত বস্তু বা এদের ব্যষ্টি বা স্বতন্ত্র সত্ত্ব বোঝায় না বা ব্যক্তির সমাহার বোঝায় না—সেট কল্পিত হয় তালিকাভুক্ত ব্যক্তিগুলির [বস্তুগুলির] অতিরিক্ত একটা পদার্থ বলে। যেমন, দম্পতি বলতে আলাদা করে স্বামীও বোঝায় না, স্ত্রীও বোঝায় না—বোঝায় অতিরিক্ত একটা পদার্থ।

ধর লিখলাম

জ্যোতি বসু। [১]

এটা একটা ব্যক্তির নাম। জ্যোতি বসু কোনো সেট নয়। কিন্তু

{জ্যোতি বসু} [২]

এ কথাটি, সেট ব্যক্ত করার রীতি অনুসারে, একটা সেট বোঝাচ্ছে—যে সেটের একটি মাত্র সভ্য। জ্যোতি বসু আর জ্যোতি-বসু-দিয়ে-গঠিত সেট এক পদার্থ নয়। জ্যোতি বসু পশ্চিমবঙ্গের মুখ্যমন্ত্রী, মুখ্যমন্ত্রীর কাজ করেন, সভা করেন, বক্তৃতা দেন। কিন্তু সেট একটা বিমূর্ত পদার্থ—কোনো সেটই মুখ্যমন্ত্রীর কাজ করতে পারে না, সভা করতে বা বক্তৃতা দিতে পারে না। কাজেই [১] আর [২] ভিন্ন। [২]-এতে যে সেট নির্দেশ করা হয়েছে তা [বর্ণনার সাহায্য নিয়ে] এভাবে করা যেত

যাদের নাম জ্যোতি বসু এবং যারা আজ ২০ বছর ধরে পশ্চিমবঙ্গের মুখ্যমন্ত্রী তাদের সমষ্টি [২']

বা এভাবে

পশ্চিমবঙ্গের যেসব মুখ্যমন্ত্রী সি.পি.আই.এম-এর পলিটবুরোর সদস্য তাদের দিয়ে গঠিত সেট বস্তুত এ সেটের সভ্য একজনই। [২"]

মনে রাখতে হবে

A set having just one member is not to be considered identical with the member.

যে সেটের একটিমাত্র সভ্য সে সেট আর ঐ সভ্যটিকে অভিন্ন মনে করলে চলবে না।

—এর সভ্য, —is a member of—

-এর সংক্ষেপক প্রতীক হিসাবে ব্যবহার করা হয় এ চিহ্নটি

$\in$

এ চিহ্ন ব্যবহার করে বলতে পারি

জ্যোতি বসু $\in$ {জ্যোতি বসু}

[Jyoti Basu is a member of the set consisting of Jyoti Basu]

কিন্তু বলা যায় না

জ্যোতি বসু $\in$ জ্যোতি বসু

আর একটা উদাহরণ

CENTRAL LIBRARY

> A set A may have only one element [মানে, member], a, say, so that $A = \{a\}$. This 'one-element set' is logically different from a itself, because, for example, it is true that $a \in \{a\}$, but not that $a \in a$.*

আর একটা উদাহরণ

$\{1, 2, 3\}$ [৩]

আর $\{\{1, 2, 3\}\}$ [৪]

অভিন্ন নয়, ভিন্ন সেট। লক্ষণীয়, ৩-সংখ্যক সেটটির তিনটি সভ্য

1, 2, 3

কিন্তু ৪-সংখ্যক সেটটির একটি মাত্র সভ্য

$\{1, 2, 3\}$

সর্বশেষ উদাহরণটি থেকে একটা শিক্ষা পেলাম : কেবল ব্যক্তি নয়, সেটও সেটের সভ্য হতে পারে

> The members of a set can themselves be sets
> কোনো সেটের সভ্য নিজেই একটা সেট হতে পারে।

আরও উদাহরণ

$\{1\}$ [৫]

$\{\{1\}\}$ [৬]

$\{\{\{1\}\}\}$ [৭]

[৫]-এর সভ্য : 1 সংখ্যাটি, [৬]-এর সভ্য হল : 1 দিয়ে গঠিত সেট—এখানে সভ্য কোনো ব্যক্তি নয়, একটা সেট; [৭]-এর সভ্য—একটা সেটের সেট : $\{\{1\}\}$।

২.৪ সেটের সভ্য নির্ণয়

আরও একটা কথা।

> [Ordinarily] it is not true that a set is a member of itself.

[সাধারণভাবে] এ কথা বলা যায় না যে কোনো সেট নিজেই নিজের [ঐ সেটের] সভ্য। একটা উদাহরণ। চেয়ার-এর সেটটা নেওয়া যাক। চেয়ার সেটটা ঐ সেটের সভ্য নয়—মানে, এমন নয় যে চেয়ার সেটটাও একটা চেয়ার। যদি বলতাম চেয়ার সেটটা চেয়ার-শ্রেণীর বা চেয়ার সেটের সভ্য, তাহলে বস্তুত বলা হত (চেয়ার) সেটটাও একটা চেয়ার। চেয়ার আর চেয়ার-সেট অবশ্য ভিন্ন জিনিস—চেয়ারে বসা যায়, কোনো সেটে বসা যায় না। আরও উদাহরণ। কতকগুলি বাক্যের সমষ্টি, যেমন, A is B. C is D. X is Y মিলে একটি অতিরিক্ত জটিল বাক্য হয় না, বাক্যের সমষ্টিকেও বাক্য বলে গণ্য করলে, [মীল বলেন :] we might as well call a street a complex house, রাস্তাকে, মানে গৃহের সমষ্টিকে, একটা জটিল গৃহ বলে গণ্য করতে পারতাম।

---

* J.A.Green : Sets and Groups, ELBS

CENTRAL LIBRARY

এ উদাহরণগুলি থেকে আর একটা কথা শিখলাম : এ-লিপিতে-লেখা কোনো সেটের সভ্য কী, বা কী কী, তা নির্ণয় করা খুব সহজ। সর্ববাম ধনুর্বন্ধনী ও এর সাথী বন্ধনী [মানে সর্বদক্ষিণ ধনুর্বন্ধনী] বাদ দিলে যা থাকে, এবং কমা দিয়ে যাদের পৃথক করা হয়, সেগুলি এর সভ্য।

উদাহরণ

{{1, 2}, {3, 4}}

-এর দুটি সভ্য

(১) সেট {1, 2} (২) সেট {3, 4}

{{1, 2}, {3, 4}, {5, 6}}

-এর তিনটি সভ্য

(i) {1, 2} (ii) {3, 4} (iii) {5, 6}

এ সভ্যগুলির প্রত্যেকটি আবার সেট।

আবার বলি

{1}

-এর একমাত্র সভ্য : 1 সংখ্যাটি

{{1}}

-এর সভ্য হল এ সেটটি : {1}

এবার আগের কথায় ফিরে আসি। সভ্য তালিকা দিয়ে, সেটলিপিতে, সেট নির্দেশ করতে হলে ধনুর্বন্ধনী ও কমা [দরকার মত] ব্যবহার করতে হবে।

ধর, এ বিধান লঙ্ঘন করে লিখলে

1, 2, 3, 4

এটা—এ সমষ্টিটা—কোনো সেট বলেই গণ্য হবে না, কিন্তু

{1, 2, 3, 4}

এটা একটা সেট। সেরকম

{{1, 2}, {3, 4}}

{{1, 2}, 3, 4}}

{1, {2, 3}, 4}

এসব সেট। লক্ষ কর, প্রথমটিতে ৪টি সভ্য, দ্বিতীয়টিতে ২টি, তৃতীয়টিতে ৩টি, চতুর্থটিতেও ৩টি সভ্য।

এ আকারের সেটকে বলা হয় সংকলক বা তালিকাকার সেট (tabular form of set)

কেবল '{ }' নয়, কমাও খুব গুরুত্বপূর্ণ। ধর, ব্যক্ত করতে চেয়েছ জয় আর শঙ্কর এ দুজনকে দিয়ে গঠিত সেট, আর লিখলে কিন্তু

{জয় শঙ্কর}

এটা ত একব্যক্তিক সেট, যার একটি মাত্র সভ্য জয়শঙ্কর নামক ব্যক্তিটি। লেখার দরকার ছিল

{জয়, শঙ্কর}

CENTRAL LIBRARY

এ লিপিতে উক্ত উদাহরণমালার বিজোড়-সংখ্যা-চিহ্নিত সেটগুলি এ রূপ ধারণ করবে [পৃ: ৩৫ দেখ]

১. {সুবীর, সুজাতা}
৩. {1, 3, 5, 7}
৫. {a, e, i, o, u}
৭. {রাম, শ্যাম, যদু, মধু}
৯. {নব্যযুক্তিবিজ্ঞান ১ম ভাগ, —২য় ভাগ,—৩য় ভাগ,—৪র্থ ভাগ}
১১. {অভ্র, পূর্ণা}

আরও একটা কথা।

সেট বোঝাতে সাধারণত বড় হাতের অক্ষর A, B, C ইত্যাদি [এসব সেটের নাম], আর সভ্য বোঝাতে ছোট হাতের অক্ষর a, b, c ইত্যাদি ব্যবহার করা হয়।

তবে সাধারণভাবে আমরা a, b, c—ব্যবহার করব না, বা সেটের উদাহরণ দিতে সভ্য হিসাবে মানুষের নাম [নদ, নদী, গাছপালা, পোষা প্রাণী, ইত্যাদির নাম] প্রয়োগ করব না। এসবের নাম জানতে হয়, খুঁজতে হয়, [আর মানুষ ছাড়া অন্য পদার্থের স্বীয় নাম দেওয়া হয় কদাচিৎ]। আরও অনেক সহজে উদাহরণ পেতে পারি।

আমাদের হাতে আছে অসংখ্য ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.....। আমরা সেটের সভ্য হিসাবে সাধারণভাবে নেব এসব সংখ্যা বা এ রকম সংখ্যা দিয়ে গঠিত সেট। এতে ভয় পাওয়ার কিছু নেই: 1, 2, 3 লিখলেই অঙ্কের সূত্রপাত হয় না। যেমন, সেটের উদাহরণ হিসাবে

{রাম, শ্যাম, যদু, মধু}
{গঙ্গা, যমুনা, মেঘনা}

এ রকম সেট না নিয়ে, আমরা সাধারণভাবে নেব এ রকম সেট

{1, 2, 3, 4}
{1, 2, 3, 4, 5, 6}
{{1, 2}, 3, 4, {5, 6}}

আরও একটা কথা। আগেই বলেছি, সেটের নাম হিসাবে 'A', 'B', 'C' ইত্যাদি ব্যবহার করব এবং অমুক সেটের [A, B ইত্যাদির] যে এই এই সভ্য তা বোঝাব 'A=', 'B=' ইত্যাদি দিয়ে। ধর উপরোক্ত প্রথম সেটটি A, আর দ্বিতীয়টি B। তাহলে এ সেট দুটো ব্যক্ত করতে হবে এভাবে

A = {1, 2, 3, 4}
B = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

২.৫ ∈

আমরা এতক্ষণ শ্রেণী ও শ্রেণীর সভ্যের, সেট ও সেটের সভ্যের, কথা বলে এসেছি। আমরা জানি, সেট যা দিয়ে গঠিত হয় তাই সেটের উপকরণ (element) বা সভ্য (member)। আবার সভ্যগুলি কী করে প্রদর্শন করতে হয়, সভ্য নির্দেশ করে কী করে সেটের পরিচয় দিতে হয় তাও আমরা জানি। যথা, জানি যে যদি বলতে হয় A শ্রেণীর সভ্য হল : a, b, c তাহলে আমাদের কথাটা সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে হবে এভাবে

CENTRAL LIBRARY

$A = \{a, b, c\}$

কিন্তু কোনো কিছু x যে অমুক সেটের সভ্য এ উক্তি করতে হলে [কেবল দেখানো নয়, বর্ণনা বা উক্তি করতে হলে] যে সংক্ষেপক প্রতীক দরকার তার কথা ভাল করে বলার সুযোগ পাই নি। একবার মাত্র [পৃ: ৩৭ দেখ] সংক্ষেপে বলেছি। কথাটা এ সুযোগে আরও একটু বিশদভাবে বলব।

— is a member of

— হল — এর সভ্য

এ কথার সংক্ষেপক হিসাবে ব্যবহার করা হয় একটা গ্রীক অক্ষর [ছোট হাতের গ্রীক e]

$\in$

বুলীয় ও আরিস্টটলীয় যুক্তিবিজ্ঞানের বা সেটতত্ত্বের একটা প্রধান আলোচ্য বিষয় শ্রেণী—ব্যক্তি নয়, শ্রেণী বা সেট, আর সেটের সঙ্গে সেটের সম্বন্ধ।

২.৬* সেট ও বর্ণনা : বর্ণনক/লাক্ষণিক সেট (Set-builder Form of Sets)

আমরা দেখেছি, কেবল সভ্য উল্লেখ করে, সভ্যের তালিকা দিয়ে যে সব সময় সেট নির্দেশ করতে হয়, তা নয়। কোনো নির্দিষ্ট বর্ণনা, সাধারণ ধর্ম বা লক্ষণসূচক ধর্ম দিয়েও সেটের পরিচয় দেওয়া যায়। যেমন পৃ: ৩৫-এতে দেওয়া উদাহরণমালার জোড় সংখ্যা চিহ্নিত উদাহরণগুলিতে এ কায়দায় সেট নির্দেশ করা হয়েছে। এখন এ কায়দায় কথাই বলব।

ধর,

B is the set of all even numbers

আলোচ্য লিপিতে এ কথাটা লেখা হয় এভাবে

$B = \{x \mid x \text{ is even}\}$

এখানে x হল একটা সেটের [যুগ্মসংখ্যা শ্রেণীর] প্রতিভূ, প্রতিনিধি দৃষ্টান্ত, খুশিমত নির্বাচিত দৃষ্টান্ত। খাড়া লাইনটার জায়গায় পড়তে হবে "such that" ["এমন যে"] আর এ লাইনের বামের x, বা ধর্নুবন্ধনীর ভেতরকার প্রথম x, পড়তে হবে এবাবে : the set of all x। তার মানে, উক্ত সাংকেতিক-লিপিতে-লেখা বাক্যটিতে বলা হল : B is the set of all x (number) such that x is even, মানে B is the set of all even numbers। যা বলা হল, তা একজন ব্যক্ত করেছেন এভাবে

> Let B be the set of all even numbers, then we use a letter, usually x, to represent an arbitrary element and we write
> $B = \{x \mid x \text{ is even}\}$
> which reads : B is the set of numbers such that x is even **

আর একটা উদাহরণ। ধর

Z is the set of all integers

---

* এ বিভাগটি [প্রথম পাঠে] বাদ দিতে পার।

** Lipschutz : Set Theory and Related Topics, Schaum's Outline Series

CENTRAL LIBRARY

উক্ত কায়দায় এ কথা ব্যক্ত করতে হবে এভাবে

$$Z = \{x \mid x \text{ is an integer}\}$$

এ প্রসঙ্গে বলা হয়েছে।

> This is read 'Z is the set of all x such that x is an integer', which means the same as 'Z is the set of all integers'. In this notation the symbol (such as x) on the left of the vertical line | stands for a typical element of the set, while on the right of the line is a statement about this typical element (such as the statement 'x is an integer') which serves to determine the set exactly.*

আরও একটা উদাহরণ। আলোচ্য লিপিতে বা রীতিতে

A is the set of all integers divisible by 3

ব্যক্ত করব এভাবে

$$A = \{x \mid x \text{ is an integer divisible by } 3\}$$

বা এভাবে

$$A = \{x \mid x \text{ is an integer. } x \text{ is divisible by } 3\}$$

এ রীতিতে লিখলে পৃ: ৩৫-এতে দেওয়া উদাহরণমালার যুগ্মসংখ্যা চিহ্নিত দৃষ্টান্তগুলি এরূপ ধারণ করত

২. {x | x হল বনলতার প্রণয়ী}

৪. {x | x হল ১—১০-এর মধ্যবর্তী অযুগ্ম সংখ্যা}

৬. {x | x হল ইংরেজি বর্ণমালার ব্যঞ্জনবর্ণ}

৮. {x | x আজ স্কুল পালিয়েছে}

১০. {x | x হল নির্বাচনে পশ্চিমবঙ্গের ভোটার}

১২. {x | x হল ভারতের নদী}

সেটের এ রকম আকারকে বলে বর্ণনক বা লাক্ষণিক আকার (set-builder form)। একটা প্রচলিত রীতির, লেখনরীতির, সঙ্গে পরিচয় করিয়ে দিলাম। কিন্তু এ বইতে আমরা এ রীতি অনুসরণ করব না। উদাহরণ হিসাবে নেব তালিকাকার সেট; আর কখনও কখনও বর্ণনা দিয়ে সেট নির্দেশ করব।

২.৭ সারসংক্ষেপ

সেট সম্পর্কে ছড়িয়ে ছিটিয়ে নানা কথা বলেছি। এখন কথাগুলি একটু গুছিয়ে পুনরুক্তি করছি। এ সুযোগে আরও দু একটা নতুন কথা যোগ করলাম।

১. সেট বলতে বোঝায় যে কোনো সমষ্টি।

২. কোনো সেট যা দিয়ে গঠিত হয় তাকে বলে ঐ সেটের সভ্য (member) বা উপকরণ (element)। এবং অমুক অমুক-সেটের, A-এর, সভ্য এ কথা সংকেতলিপিতে ব্যক্ত করা হয় epsilon '$\in$' দিয়ে এভাবে

---

* J.A.Green : Set Theory and Groups

CENTRAL LIBRARY

$x \in A$

এখানে "$\in$"-এর জায়গায় পড়তে হবে:— is a member of, – belongs to –, – হল – -এর সভ্য। যথা

$a \in A$

পড়তে হবে এভাবে:— a is a member of A, a belongs to A; বলা বাহুল্য

$a \notin B$

পড়তে হবে এভাবে

a is not a member of B

~ (a is a member of B)

[এবং পরে দেখব 'a $\notin$ B'-এর জায়গায় লেখা যায় : $a \in -B$]

৩. সেট লেখা হয় দুভাবে

(১) সভ্য উল্লেখ করে [tabular আকারে] বা

(২) বর্ণনা দিয়ে [set-builder আকারে]

উদাহরণ

(১') $A = \{1, 3, 5, 7\}$

(২') $A = \{x \mid x \text{ is an odd positive integer less than } 9\}$

এভাবে সেট লেখার উপকরণ :

সভ্যের নাম, কমা ও brace (বা ধনুর্বন্ধনী)

সভ্য-নামগুলি কমা দিয়ে পৃথকভাবে উল্লেখ করে '{ }'-এর মধ্যে আনতে হবে। কোনো সভ্য নিজেই যদি একটা সেট হয় তবে তার জন্য স্বতন্ত্র brace দরকার। যথা

$B = \{\{1\}\}$

এখানে B-এর সভ্যও একটা সেট।

৪. আমরা সেট ব্যক্ত করব কেবল tabular আকারে, তালিকাকারে।

৫. কোনো সেটের সভ্যগুলি কোন ক্রমে উল্লেখ করা হল তার কোনো তাৎপর্য নেই; যে কোনো ক্রমে সভ্যগুলি উল্লেখ করা চলে। ধর, A-এর সভ্য হল : 1, 2, 3। তাহলে আমরা লিখতে পারব

$A = \{1, 2, 3\}$,

$A = \{2, 1, 3\}$

$A = \{3, 2, 1\}$

মানে

$\{1, 2, 3\} = \{2, 1, 3\} = \{3, 2, 1\}$

৬. আরও দু একটা কথা।

(i) কোনো সভ্যের একাধিক বার উল্লেখ থাকলে একটা উল্লেখই গ্রাহ্য, অন্যগুলি ধর্তব্যের মধ্যে নয় [অন্য অবস্থানগুলি বাদ দেব]

CENTRAL LIBRARY

{5, 6, 5, 7} = {5, 6, 7}

{1, 1, 3, 5, 7} = {1, 3, 5, 7}

(ii) একই সভ্যকে একাধিকভাবে একাধিক নামে উল্লেখ করলেও তা একই সভ্য বলে গণ্য হবে, যথা

{1, 1+2, 5, 7} = {1, 3, 5, 7} = {1, 3, 3+2, 7}

এখানে '3' আর '1+2' অভিন্ন, '5' আর '3+2' অভিন্ন।

(iii) দুটি সেটের A ও B-এর সভ্য অভিন্ন হলেই সেট দুটি সমান বা অভিন্ন, A=B যথা

সমবাহু ত্রিভুজের সেট = সদৃশকোণী ত্রিভুজের সেট

(iii)-এতে যা বলা হল তা আর একটু বিশদভাবে বলা হল পরবর্তী বিভাগে।

২.৭.১ The Principle of Extensionality for Sets
সেট সংক্রান্ত বাচ্যসর্বস্বতা সূত্র

আমরা বলেছি, কোনো সেট নির্দেশ করতে পারি দুভাবে : ধর্ম উল্লেখ করে বা সভ্য উল্লেখ করে। কোনো ধর্ম বা ধর্মসমষ্টি দিয়ে কেবল একটি সেট নির্ণিত হতে পারে, যেমন মনুষ্যত্ব ধর্মটি দিয়ে পাই : মনুষ্য সেটটি। কিন্তু একাধিক [বিকল্প] ধর্ম প্রয়োগ করেও একই সেট পেতে পারি। যথা রোমন্থনশীলতা ও দ্বিখণ্ডিতখুরত্ব অবশ্যই ভিন্ন ধর্ম। কিন্তু এ দুটি ভিন্ন ধর্ম একই শ্রেণীর নিয়ামক, মানে

সব রোমন্থক প্রাণী

-র কথা বললে যে যে ব্যক্তির কথা বলা হয়,

সব দ্বিখণ্ডিতখুর প্রাণী

-র কথা বললেও ঠিক সে সে ব্যক্তির কথা বলা হয়। কাজেই উক্ত শ্রেণী দুটি অভিন্ন,

রোমন্থক প্রাণী সেট = দ্বিখণ্ডিতখুর প্রাণী সেট

[নেতিবাচক ভাষায় বলছি] আমরা বলব না, অর্থ ভিন্ন ভিন্ন বলে [মানে, ভিন্ন ভিন্ন ধর্ম জ্ঞাপন করে বলে]

রোমন্থক প্রাণী

দ্বিখণ্ডিতখুর প্রাণী

এ সেট দুটো ভিন্ন। সেরকম, বলব না

অর্থ ভিন্ন ভিন্ন [মানে, ভিন্ন ভিন্ন ধর্মের দ্যোতক] বলে

সমবাহু ত্রিভুজ

সদৃশকোণী ত্রিভুজ

ভিন্ন সেট; বলতে হবে

সমবাহু ত্রিভুজ সেট = সদৃশকোণী ত্রিভুজ সেট

যা বলতে চেয়েছি তাই বলা হয়েছে এভাবে

CENTRAL LIBRARY

a set is completely determined when its members are given i.e. if A and B are sets which have exactly the same members, then A=B
কোনো সেটের সভ্য উল্লেখ করলেই সেটটি সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণিত হয়ে যায়। তার মানে, যদি A সেট ও B সেটের সভ্য অভিন্ন হয় তাহলে সেট দুটো সমান বা অভিন্ন, A=B।

স্পষ্টতই সেটসংক্রান্ত extensionality সূত্রটি এভাবে ব্যক্ত করতে পারি

$A=B \leftrightarrow (x)\ (x \in A \leftrightarrow x \in B)$

২.৮ অমুক ধর্ম থাকা, আর অমুক শ্রেণীর সভ্য হওয়া

বলা হয়েছে

there is a close relationship between saying that something has a property and saying that it belongs to a set,
কোনো বস্তুতে অমুক ধর্ম আছে আর বস্তুটি অমুক শ্রেণীর সভ্য—এ কথা দুটির মধ্যে ঘনিষ্ঠ সম্বন্ধ আছে।

কেননা, শ্রেণী বা সেটের নির্ণায়ক হল কোনো ধর্ম, a set is determined by a property বা set of properties। সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানে এ সত্য ব্যক্ত হয় এভাবে : connotation determines denotation। যথা, মানুষ শ্রেণীটি কী তা নির্ণিত কতকগুলি লক্ষণসূচক ধর্ম—প্রাণিত্ব, বুদ্ধিবৃত্তি দিয়ে; মানুষ শ্রেণীতে আছে এমন বস্তু যার বৈশিষ্ট্য প্রাণিত্ব ও বুদ্ধিবৃত্তি। ত্রিভুজ শ্রেণীর নিয়ামক ধর্ম তিনবাহুত্ব ও দ্বিমাত্রিকতা—যাতে এ ধর্ম আছে তাই ত্রিভুজ সেটটির সভ্য।

কথাটা এভাবে বলতে পারি

কোনো কিছুতে, x-এতে, অমুক ধর্ম [A-ness] আছে

এ উক্তি করলে বলা হয়

x অমুক শ্রেণীর [A সেটের] সভ্য,

$x \in A$, x belongs to A।

উদাহরণ

৬-এতে আছে যুগ্মসংখ্যা হওয়া ধর্মটি—এ উক্তি করলে বলা হয়

৬ হল যুগ্মসংখ্যা নামক শ্রেণীর সভ্য।

কাজেই [আমরা আগেই বলেছি] শ্রেণী ধর্মের [শ্রেণীর লক্ষণসূচক ধর্মের] কথা না তুলে আমরা কেবল শ্রেণীসভ্যের কথাই বলতে পারি, এবং তাই বলব; শ্রেণী বা সেট বলতে বুঝব : এমন সমষ্টি [তা যে ধর্মের দ্বারাই নির্ণিত হোক না কেন] যাতে আছে অমুক অমুক সভ্য, যথা a, b, c, d ইত্যাদি।

$x \in A \leftrightarrow x =$ অমুক সভ্য $\vee$ $x =$ তমুক সভ্য $\vee$ ....

কোনো সেটের সভ্য হওয়া মানে অমুক ব্যক্তি-হওয়া অথবা তমুক-ব্যক্তি-হওয়া। এখানে "অথবা"র প্রয়োগ লক্ষণীয়। ধর

$A = \{a, b, c\}$

[এখানে

$a \in A\ .\ b \in A\ .\ c \in A$

CENTRAL LIBRARY

"." লক্ষণীয়]। কিন্তু কোনো কিছু, x, A-এর সভ্য—এ কথার মানে

$$x = a \vee x = b \vee x = c$$

["∨"-এর প্রয়োগ লক্ষ কর]। একটা মূর্ত দৃষ্টান্ত। কোনো কিছু x মানুষ—এ কথার মানে: x = রাম ∨ x = শ্যাম ∨ x = যদু ∨ x = মধু ....। মানুষ মুক্ত শ্রেণী। সুতরাং এখানে বৈকল্পিক বাক্যটি হবে অসীমিত বৈকল্পিক (infinite disjunction)। কিন্তু আমাদের কাজ বদ্ধ সীমিত শ্রেণী নিয়ে, মুক্ত শ্রেণী নিয়ে নয়। কাজেই এ সেটটি নেওয়া যাক

B = {1—9 এর মধ্যবর্তী যুগ্ম সংখ্যা}

বা আরও সহজ করে

B = {2, 4 6, 8}

এখন,

$x \in B$

মানে কী? মানে

$$x = 2 \vee x = 4 \vee x = 6 \vee x = 8$$

[এর মানে এই নয় যে

$$x = 2 \,.\, x = 4 \,.\, x = 6 \,.\, x = 8]$$

আমরা বলব

B-এর সভ্য হল 2 এবং 4 এবং 6 এবং 8।

কিন্তু বলতে হবে কোনো কিছু x-কে B-এর সভ্য হতে হলে ওটাকে হতে হবে

2 অথবা 4 অথবা 6 অথবা 8।

২.৯ "∈" আর "is"/"are" : "is" -এর বিভিন্ন মানে

সেট বা শ্রেণীর সঙ্গে এর উপকরণের সম্বন্ধ ব্যক্ত করতে যুক্তিবিজ্ঞানের বা গণিতের বইতে এ রকম বাকভঙ্গিতে কথা বলা হয় : —is a member of—, — belongs to, —হল—শ্রেণীর সভ্য, — ∈ —। যথা, বলা হয়

Santa is a member of the class girl

1 belongs to the class of positive integers

এ রকম কথা যুক্তিবিজ্ঞান বা গণিতের বইতে মেলে। সাধারণ ভাষায় আমরা এ রকম কথা প্রয়োগ করি না। এ রকম ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা হয় "is", যথা, উক্ত বাক্য দুটি সাধারণ ভাষায় ব্যক্ত হয় এভাবে

Santa is a girl

1 is a positive integer

বাংলায় "হয়"-ও, বা অন্য কোনো যোজকও, দরকার হয় না। শব্দবিন্যাস থেকে বোঝা যায়—বলা হচ্ছে অমুক অমুক-শ্রেণীর সভ্য। যেমন

শান্তা হয় মেয়ে শ্রেণীর সভ্য

এ রূপ নেবে

শান্তা একটি মেয়ে

CENTRAL LIBRARY

যদি বলা হত

Santa has the property of being a girl

1 has the property of being a positive integer

তাহলেও বাক্যগুলি এ রূপ নিত

Santa is a member of ..... বা Santa ∈ .....

1 belongs to .....বা 1∈ .....

কেননা, আমরা জানি, সভ্য উল্লেখ করে যেমন সেট নির্দেশ করা যায়, তেমনি ধর্মের কথা বলেও সেট নির্দেশ করা যায়। তাহলে কি বলব

is = is a member of / belongs to / has the property of —?

না, তা বলা যায় না, কেননা,

"is" কথাটি অভিন্নতাও বোঝায়, যেমন এ বাক্যগুলিতে

2 + 2 is 4

Partha is Arjuna

Scott is the author of Waverley

Jyoti Basu is the present (in 1999) Chief Minister of West Bengal

স্পষ্টতই এ বাক্যগুলি ∈ দিয়ে সাংকেতায়িত করা যাবে না, করতে হবে "=" দিয়ে এভাবে

2 + 2 = 4

Partha = Arjuna

Scott = the author of Waverley

Jyoti Basu = the present Chief Minister of West Bengal

তার মানে, এখানে

"is" অর্থ : is identical with

"is"-এর একটা দ্বিতীয় মানে পেলাম।

তৃতীয় মানে : "is"/"are"-এর আরো একটা মানে হল

is included in

যথা

Man is mortal

Dogs are animals

এসব বাক্যে "is", "are" —এ যোজকগুলি "—এর সভ্য হল" বা "is identical with" অর্থে ব্যবহৃত হয় নি; এদের "∈" বা "=" দিয়ে সংকেতায়িত করলে চলবে না। যেমন, বলা যাবে না

Dogs = animals

The set of all dogs = The set of all animals

এ রকম ক্ষেত্রে "is" বোঝায় অন্তর্ভুক্তির সম্বন্ধ, যেমন

Dogs are animals

-এর বক্তব্য

The class of dogs is included in the class of animals

CENTRAL LIBRARY

কুকুর শ্রেণীটি প্রাণী শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত।

'অন্তর্ভুক্ত' বলতে কী বোঝায়, তা পরে আরও বিশদভাবে ব্যাখ্যা করব (পৃ: ৭৮, বি: ৪.৩ দ্র:)।

দেখা গেল "is"-এর তিন তিনটে মানে

"is" মানে : is a member of
"is" মানে : is identical with/equal to
"is" মানে : is included in

"is" নিয়ে এত কথা বললাম কেন? বললাম এজন্য

কোনো বাক্যে "is" দেখলেই যেন বাক্যটিকে '— ∈ —' আকারে সংকেতায়িত করে বসো না,

দেখবে—"is"টি অভিন্নতা বোঝায়, অন্তর্ভুক্তি বোঝায়, নাকি অমুক-শ্রেণীর-সভ্য-হওয়া বোঝায়।

[স্পষ্টতই এ আলোচনা অসম্পূর্ণ। কেননা, প্রথমত অন্তর্ভুক্তি সম্বন্ধটি ব্যাখ্যা করা হয় নি। দ্বিতীয়ত কোথায় অন্তর্ভুক্ত-হওয়া সম্বন্ধ আর কোথায় সভ্য-হওয়া সম্বন্ধ ব্যক্ত হয়েছে তা নির্ণয়ের মানদণ্ডের সন্ধান দেওয়া হয় নি। এ আলোচনা সম্পূর্ণ হবে বিভাগ ৫.১-এতে।]

২.১০ অভিন্নতা : অভেদ্যের অভিন্নতা, লাইবনিটস্-এর সূত্র

অভিন্নতার কথা যে আলাদা করে বলছি তার দুটো হেতু। এক, এর গুরুত্ব। দুই, অভিন্নতা সামনে রেখে, সেট নির্দেশে

ধর্মকথন-এর 'ভাষা', আর

সভ্য উল্লেখ-এর 'ভাষা'র

মধ্যে যে অনুষঙ্গ ও আনুরূপ্য [বা সমান্তরালতা] তা দেখাবার আর একটা সুযোগ পাওয়া যাবে। এর গুরুত্বের কথা।

> Among the logical concepts not belonging to sentential calculus the concept of Identity or Equality is probably the one which has the greatest importance. —Tarski

এ প্রত্যয়টি এ শব্দবন্ধের রূপ গ্রহণ করে

x is identical with y
x is the same as y
x equals y
x আর y সমান/অভিন্ন

এসব কথাতে একই অর্থ আরোপ করা হয়, এবং এসব এ সাংকেতিক রূপে ব্যক্ত করা হয়

$x = y$

অপরপক্ষে

x is not identical with y
~ (x is identical with y)

CENTRAL LIBRARY

x is different from y

x আর y ভিন্ন/অসমান

এ কথাগুলি ব্যক্ত করা হয়

$x \neq y$

দিয়ে।

অভিন্নতা সম্পর্কে যেসব নিয়ম খাটে তার মধ্যে সব চেয়ে গুরুত্বপূর্ণ হল এটি :

$x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x-এর প্রত্যেকটি ধর্ম y-তে বর্তায়, এবং y-এর প্রত্যেকটি ধর্ম x-এতে বর্তায়।

কথাটা আরও সহজে এভাবে বলা যেত

$x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে,

x, y—এদের প্রত্যেকটির প্রত্যেক ধর্ম অন্যটিতে সমভাবে বর্তায়।

অনেক সময় আরও স্পষ্ট ও সহজবোধ্য করতে গিয়ে নিয়মটি ব্যক্ত করা হয় এভাবে*

$x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে x বা y—এদের কোনোটি সম্পর্কে যা যা বলা যায়, অন্যটি সম্পর্কেও তা তা বলা যায়।

উক্ত নিয়মটি অভিহিত হয় অভিন্নতার নিয়ম, লাইবনিটস্‌ের নিয়ম বা অভেদ্যের অভিন্নতার সূত্র, the Principle of Identity of Indiscernibles বলে।

সেট নির্দেশ প্রসঙ্গে ধর্মকথন ও সভ্য উল্লেখের সম্বন্ধ সম্পর্কে যা বলা হয়েছে তার থেকে বোঝা যাবে, লাইবনিটস্‌-এর নিয়ম এভাবে ব্যক্ত করা যায় [এবং প্রধানত এ কথাটা বলার জন্যই এ অনুচ্ছেদ]:

$x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x, y এদের কোনোটি যে যে শ্রেণীর সভ্য, অন্যটিও তার প্রত্যেকটি শ্রেণীর সভ্য,

বা এভাবে

$x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে x যে যে সেটের সভ্য, y সে প্রত্যেকটি সেটের সভ্য।

লাইবনিটস্‌-এর নিয়মটি হল অভিন্নতা সংক্রান্ত মৌল নিয়ম। এর থেকে নিম্নোক্ত নিয়মগুলি নিঃসৃত হয়:

১. সব কিছু নিজে নিজের সমান, $x = x$

২. যদি এমন হয় যে, $x = y$ তাহলে $y = x$

---

* এ সূত্র সম্পর্কে টারস্কির মন্তব্য : [এটা] 'more apparent, though less correct' । 'less correct কেন? এজন্য—এ সম্পর্কে এ আপত্তি উঠতে পারে। এমন হতে পারে, $x = y$ কিন্তু এদের একটি সম্পর্কে যা বলা যায় অন্যটি সম্পর্কে তা বলা যায় না। এ বাক্য তিনটি নেওয়া যাক।

(১) সন্ধ্যাতারা = প্রভাত তারা

(২) রাম জানে, সন্ধ্যাতারা হল শুক্রগ্রহ

(৩) রাম জানে, প্রভাততারা হল শুক্রগ্রহ।

এখানে (১) সত্য। কিন্তু রামের জ্যোতির্বিদ্যার জ্ঞান এত সীমিত যে (২) সত্য, (৩) মিথ্যা [বা, ধর, (৩) সত্য, (২) মিথ্যা]। তবে যুক্তিবিজ্ঞানে বা গণিতে "জানে যে"-এর মত অ-সত্যাপেক্ষ যোজকের, সুতরাং (২), (৩)-এর মত বাক্যের, স্থান নেই।

CENTRAL LIBRARY

৩. যদি এমন হয় যে $x = y$ এবং $y = z$ তাহলে $x = z$

৪. যদি এমন হয় যে $x = z$ এবং $y = z$ তাহলে $x = z$

"যদি . . . . তাহলে" এর জায়গায় "$\rightarrow$" আর "এবং"-এর জায়গায় "." লিখে এ নিম্নাঙ্কিত নিয়মগুলি পুনরুক্তি করছি

1. $x = x$
2. $x = y \rightarrow y = x$
3. $(x = y \,.\, y = z) \rightarrow x = z$
4. $(x = z \,.\, y = z) \rightarrow x = y$

২.১১ শূণ্য শ্রেণী

ব্যক্তিমাত্রই কোনো না কোনো প্রকারের। কোনো ব্যক্তির কথা বলতে গেলে, এর প্রকার-নাম, সাধারণ বা জাতিবাচক নাম বা কোনো ধর্ম উল্লেখ দরকার। যেমন, বলার দরকার : এ হাঁসটা, ঐ বইটা। লক্ষণীয় 'হাঁস', 'বই' জাতিবাচক নাম। কিন্তু সব সময় ব্যক্তির দিকে নজর রেখে যে আমরা ধর্ম উল্লেখ করি, বা বর্ণনা দিই তা নয়। সাধারণ বর্ণনা বা কোনো ধর্মের কথা বলতে গিয়ে—হয়ত আমরা অমুক ধর্মবিশিষ্ট বস্তু আছে বলে আশা করি বা আশঙ্কা করি, বা এমন [এমন ধর্মবিশিষ্ট] বস্তু যে নেই বা থাকতে পারে না তার দিকে শ্রোতার দৃষ্টি আকর্ষণ করতে চাই, যেমন, বলতে চাই

মাংসাশী গরু

বলে কিছু নেই; বা আমি ভেবেছিলাম, আছে এমন

কুলীন ব্রাহ্মণ যারা ৩৬৫ বার বিয়ে করেছে

কিন্তু জানতে পারলাম আসলে এমন কোনো ব্রাহ্মণ নেই। এভাবেই শূণ্য শ্রেণী সৃষ্টি হয় [এর মূলে আছে এ সত্য : লক্ষণসূচক ধর্মই বাচ্যের নিয়ন্তা, কোনো কিছু x কিনা, X শ্রেণীর সভ্য কিনা তা নির্ভর করে লক্ষণসূচক ধর্মকথনের ওপর]।

দেখা গেল, এমন শ্রেণীর কথা বলতে হয় যার সম্পর্কে জানি না—ঐ শ্রেণীর কোনো সভ্য আছে কিনা, ঐ শ্রেণী নাম কোনো বাস্তব বস্তুতে প্রযোজ্য কিনা, বা জানি, ঐ শ্রেণীর কোনো সভ্য নেই।

শূণ্য শ্রেণীর কথা এভাবেও উত্থাপন করতে পারতাম। এমন হতে পারে ক, খ দুটি অ-শূণ্য শ্রেণী এমন শ্রেণী যার সভ্য আছে। কিন্তু এদের গুণ করে [যেমন কোনো বিশেষ্যকে কোনো বিশেষণে বিশেষিত করে] যে শ্রেণী, শ্রেণী গুণফল, পাওয়া গেল তা বস্তুত শূণ্য। উদাহরণ

বন্ধ্যা (নারী) $\neq \Lambda$ মাতা $\neq \Lambda$

কিন্তু

বন্ধ্যামাতা $= \Lambda$

শূণ্য সেটের আর একটি উদাহরণ

বর্গক্ষেত্র $\neq \Lambda$ বৃত্তাকার (ক্ষেত্র) $\neq \Lambda$

কিন্তু

বৃত্তাকার বর্গক্ষেত্র $= \Lambda$

CENTRAL LIBRARY

অনুশীলনী

৪. "is" কী বোঝায়? উদাহরণ দিয়ে "is"-এর বিভিন্ন মানে ব্যাখ্যা কর।

৫. What is the principle of extensionality? Explain with examples.

৬. Explain Leibnitz's law [of Identity]. Formulate and illustrate the laws [four laws] that may be derived from it [Leibnitz's Law].
[Derive

$x = x$

$x = y \rightarrow y = x$

$(x = y \,.\, y = z) \rightarrow x = z$

$(x = z \,.\, y = z) \rightarrow x = z$

from Leibnitz's Law.]

CENTRAL LIBRARY

৩

ব্যক্তি, সেট ও সেট—এদের সম্বন্ধ

৩.১ সেট যোজনা

বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানে

p, q, r, s ইত্যাদি, [বন্ধনী] ( ), [ ] { }.

আর যোজক

~, ., ∨, ⊃, ≡

নিয়ে, আর বিধেয় যুক্তিবিজ্ঞানে, এসব চিহ্ন আর

Fx, Gx, (∃x), (x)

ইত্যাদি নিয়ে আমাদের সংসার। আর সেটতত্ত্বে আমাদের ঘরকন্নার জন্য দরকার আরও তিনটি যোজক

~, ∩, ∪

লক্ষণীয়, "~" বাক্য যোজনার জন্যও ব্যবহার করা হয়, পদ (সেট) যোজনার জন্যও ব্যবহার করা হয়। উদাহরণ

~A [~Animal]

এখানে একটা সেটকে, Animal set-কে, নিষেধ করা হল; '~Animal' বলতে সব অ-প্রাণীর সেট। এ সেটবোধক প্রতীকটিকে [~A কে] বিধেয় করে এবং

x-কে যে কোনো খুশিমত-নির্বাচিত ব্যক্তির, প্রতিভূ দৃষ্টান্তের, প্রতীক হিসাবে নিয়ে পাই

x ∈ ~A (1) [x is a non-animal]

এ কথাটা এভাবেও লেখা যেত

~x ∈ A (2)

এখানে '~' (1)-এতে পদযোজক, (2)-এতে বাক্যযোজক।

আবার ধর, বলা হল, কোনো সেট K শূণ্য, মানে বলা হল

K = Λ

তাহলে বলা হয়, x যাই হোক না কেন, x K-এর সভ্য নয়,

~x ∈ K

এখানেও "~" বাক্য যোজক। প্রসঙ্গত

K ≠ Λ

CENTRAL LIBRARY

থেকে অনুমান করা যায়

$x \in K$

K-এর সভ্য আছে; এমন কিছু, x, আছে যা K-এর সভ্য

$x \in K$

তাহলে দুটো যুক্তিবিধি পেলাম

$K = \Lambda \therefore \sim x \in K \quad [\sim (\exists x)\, Kx]$
$K \neq \Lambda \therefore x \in K \quad [(\exists x)\, Kx]$

আর পেলাম একটা সমার্থতা

$x \in \sim A \leftrightarrow x \notin A \leftrightarrow \sim x \in A$

[বলা বাহুল্য $x \notin A$ = x is not a member of A]

দেখলাম, "~" পদযোজক হিসাবে ব্যবহৃত হয়, বাক্যযোজক হিসাবেও ব্যবহৃত হয়। "∩" আর "∪" কিন্তু কেবল পদযোজক হিসাবে কাজ করে, বাক্যযোজক হিসাবে নয়। তবে বাক্য যোজক "." আর "∨"-এর সঙ্গে এদের আনুরূপ্য আছে। এখন এ আনুরূপ্যের কথা বলব।

পদযোজক "∩"-এর সঙ্গে আনুরূপ্য আছে বাক্যযোজক "."-এর। এ গুণফলটি নেওয়া যাক

$A \cap B$ [Red thing ∩ Flower, বা ইংরেজিতে Red Flower]

এখন, যৌগিক [সংযৌগিক, conjunctive পদ]

'$A \cap B$'-কে বিধেয় করে এবং 'x'-কে উদ্দেশ্য করে পাই

$x \in A \cap B$

এ বাক্যের বক্তব্য

$x \in A \,.\, x \in B$ **[x is red . x is a flower]**

ঠিক সেরকম '∪'এর সঙ্গে আনুরূপ্য/অনুষঙ্গ আছে বাক্যযোজক '∨'-এর। এ যোগফলটি নেওয়া যাক

$C \cup D$ [ছেলে ∪ মেয়ে]

এ যৌগিক [বৈকল্পিক, alternative] পদটিকে বিধেয় করে এবং 'x' কে উদ্দেশ্য করে পাই

$x \in C \cup D$

এ বাক্যের বক্তব্য

$x \in C \vee x \in D$ **[x is a boy ∨ x is a girl]**

~, ∩, ∪-এর সঙ্গে আগেই আমাদের পরিচয় হয়েছে। এখন আমরা সংক্ষেপে এদের স্বরূপ পুনরুক্তি করতে যাচ্ছি।

৩.২ ∩ : গুণচিহ্ন K আর L-এর intersection, ব্যবচ্ছেদ, meet [cap]

আমাদের জানা

$K \cap L$

লিখলে বলা হয়

CENTRAL LIBRARY

সে সমস্ত জিনিষের কথা যা যা K-তেও আছে L-এতেও আছে

তার মানে

x যাই হোক না কেন, $x \in K \cap L$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে $x \in K$ এবং $x \in L$

সংকেতলিপিতে

$$(x)\ (x \in K \cap L \leftrightarrow x \in K \cdot x \in L)$$

উদাহরণ

K = বাঙালী, L = পুরুষ মানুষ

তাহলে

$K \cap L$ = সব বাঙালী পুরুষের সমষ্টি

ধর

$A = \{1, 2, 3, 4,\}$ $B = \{3, 4, 5, 6\}$

তাহলে এ ক্ষেত্রে পাই

$A \cap B = \{1, 2, 3, 4,\} \cap \{3, 4, 5, 6\} = \{3, 4\}$

লক্ষণীয়, কেবল 3, 4-এর বেলাতেই বলা যায়, এদের প্রত্যেকটি দুটো সেটেরই—A-এরও, B-এরও—সভ্য, বলা যায়

$3 \in A \,.\, 3 \in B \,.\, 4 \in A \,.\, 4 \in B$

বিসংবাদী সেট (Mutually Exclusive Sets)

মনে করা যাক

$E = \{1, 3, 5, 7\}$ $F = \{2, 4, 6, 8\}$

তাহলে

$E \cap F = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \Lambda$

কেননা, এমন কোনো উপকরণ নেই যা E, F—এদের উভয়ের সভ্য।

গণিত থেকে একটা উদাহরণ

G = 2-এর চেয়ে বৃহত্তর মৌল সংখ্যার [যথা, 3, 5, 7, 11 ইত্যাদির] সমষ্টি

H = সব যুগ্ম সংখ্যার সমষ্টি

তাহলে

$G \cap H = \Lambda$

আরও বিশদভাবে

G = {3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 এবং অন্য সব মৌল}

H = {2, 4, 6, 8, 10, 12 ও অন্যান্য যুগ্ম সংখ্যা}

দেখ, এখানে এমন কোনো সংখ্যা নেই যা G-এরও সভ্য, H-এরও সভ্য; মানে, $G \cap H = \Lambda$

CENTRAL LIBRARY

লক্ষণীয়, 2-ও মৌল সংখ্যা, এবং মৌল সংখ্যাগুলির মধ্যে কেবল 2-ই যুগ্ম, অন্যগুলি অযুগ্ম [যদি যুগ্ম হত তা হলে 2 দিয়ে ভাগ করা যেত]।

প্রসঙ্গত, শূণ্য শ্রেণীর একটা বিখ্যাত উদাহরণ হল

2-এর চেয়ে বড় যুগ্ম মৌল সংখ্যা

যদি এ সেটটার নাম দাও Z তাহলে অবশ্যই

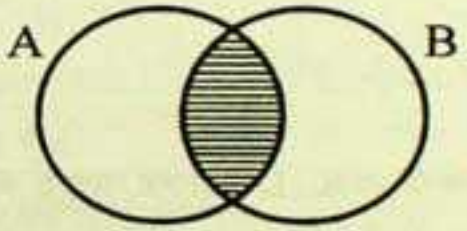
$$Z = \Lambda$$

মনে রাখার কথা : 2-ই একমাত্র যুগ্ম মৌল সংখ্যা।

এখন

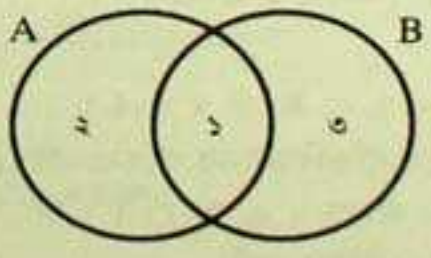
যদি এমন হয় $L \cap M = \Lambda$ তাহলে বলা হয় L আর M হল বিসংবাদী (mutually exclusive) সেট।

গুণফলকে intersection বলে [meetও বলে] কেন? বলে এ হেতু : "$\cap$" প্রাথমিক জ্যামিতির ব্যবচ্ছেদের মত। জ্যামিতিতে ব্যবচ্ছেদ বলতে বোঝায়: [যে বিন্দুগুলি বা] যে দেশাংশ দুটি বৃত্তের মধ্যে সমভাবে বর্তমান সে অংশ, যেখানে দুটো বৃত্ত meet করে সে অংশ। নিচেকার রেখাচিত্রে সে অংশটি রেখায়িত করে দেওয়া হল*



[$A \cap B$ হল রেখায়িত অংশটুকু।]

প্রসঙ্গত, এ রকম অংশকে বলে **lens**, বাংলায় : চোখ। আর এর বাম ও ডান ধারে অংশের মত অংশকে বলে **lune**, বাংলায় : চাঁদ।



* ভেনচিত্রে বাকাচিত্রণের সঙ্গে যাদের পরিচয় আছে তাদের জন্যই এ পাদটীকা। তারা জানে, কোনো প্রকোষ্ঠ শূণ্য-এ কথা বোঝাবার জন্যই shading (রেখায়িতকরণ) করা হয়। কিন্তু মনে রাখতে হবে, shading এখানে শূণ্যতা বোঝাচ্ছে না। এখানে shading করছে নির্দেশের কাজ—যেন অঙ্গুলিনির্দেশ করে বর্ণিত এলাকাটা দেখিয়ে দিচ্ছে।

CENTRAL LIBRARY

এখানে A ∩ B বলতে ১-সংখ্যা চিহ্নিত চোখটি বোঝাচ্ছে, ২ আর ৩ হল চাঁদ। [২ হল A ∩ ~B, ৩ হল ~A ∩ B]

আমরা আগেই বলেছি

$$A \cap B = A \times B = AB$$

মানে, meet, product বা intersection এ তিনটি রূপ পরিগ্রহ করতে পারে [আর পারে চোখের রূপ গ্রহণ করতে]

"∩" সংক্রান্ত কয়েকটি সূত্র

(1) K, L যে সেটই হোক না কেন,

$K \cap K = K$ [Law of Idempotence, পুনর্বাদের সূত্র]

(2) K, L যে সেটই হোক না কেন,

$K \cap L = L \cap K$ [Law of Commutation, ক্রমান্তরকরণের সূত্র]

(3) K, L, M যে সেটই হোক না কেন,

$K \cap (L \cap M) = (K \cap L) \cap M$ [Law of Association, যূথান্তরকরণের সূত্র]

৩.৩ ∪ : যোগচিহ্ন K আর L-এর Union, sum বা join [cup]

আমাদের জানা কথা

$$K \cup L$$

লিখলে বলা হয়

সে সমস্ত জিনিষের কথা যা K, L—এদের অন্তত একটিতে আছে

মানে

....যা K-তে আছে অথবা L-এতে আছে, অথবা K আর L-এর উভয়েতে আছে,

তার মানে

x যাই হোক না কেন

$x \in K \cup L$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

$x \in K$ অথবা $x \in L$ [অথবা $x \in K \cap L$]

সংকেতলিপিতে

$$(x)\,(x \in K \cup L \leftrightarrow x \in K \vee x \in L)$$

বলা বাহুল্য, এখানে 'V' হল বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের অবিসংবাদী (non-exclusive) 'V'। কাজেই আলাদা করে বলার দরকার নেই : অথবা $x \in K \cap L$। ধর

A = প্রাণী শ্রেণী, B = উদ্ভিদ শ্রেণী

তাহলে

$A \cup B$ = সমস্ত সপ্রাণ পদার্থ

এখানে A আর B বিসংবাদী শ্রেণী। কিন্তু দুটি set যোগ করতে হলে, সেট দুটিতে বিসংবাদী হতে হবে এমন কথা নেই। ধর

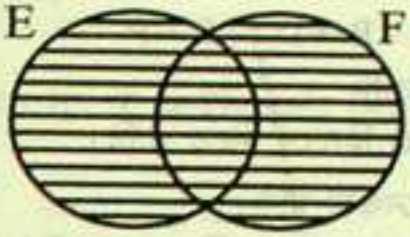
CENTRAL LIBRARY

$C = \{1, 2, 3, 4\}$ $D = \{3, 4, 5, 6\}$

তাহলে

$C \cup D = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

এটা সহজবোধ্য যে দুটি সেট যোগ করতে হলে, পুনরুক্তি বাদ দিয়ে সব সভ্য একত্র সংগ্রহ করে একটা [বৃহত্তর] সেট গঠন করতে হয়। নিম্নোক্ত ভেন চিত্রে 'E ∪ F' যে অংশটি নির্দেশ করছে তা রেখায়িত করে দেওয়া হল*



[E ∪ F হল সমস্ত রেখায়িত অংশ।] মানে, 'A ∪ B' বলতে বোঝায় সে সব সভ্যের সমষ্টি যা বাম ধারের চাঁদে আছে, চোখে আছে, বা ডান ধারের চাঁদে আছে। আমরা জানি union বোঝাতে কেউ কেউ যোগচিহ্ন ব্যবহার করেন। তার মানে

$A \cup B = A + B$

Union-এর অপর নাম join। আর Union-এর চিহ্নটিকে, "∪"-কে, Cup বলেও পড়তে পার।

"∪" সংক্রান্ত কয়েকটি সূত্র

(1) K, L যে সেটই হোক না কেন

$K \cup K = K$ [Law of Idempotence]

(2) K, L যে সেটই হোক না কেন,

$K \cup L = L \cup K$ [Law of Commutation]

(3) K, L, M যে সেটই হোক না কেন,

$K \cup (L \cup M) = (K \cup L) \cup M$ [Law of Association]

৩.৪ ~ : বিয়োগচিহ্ন, Difference

আমরা জানি

Some S are not P

সেটলিপিতে ব্যক্ত করা যায় এভাবে

$S \sim P \neq \Lambda$**

ধর,

S = the set of all flowers P = the set of all red things

* পৃঃ ৫৫-এর পাদটীকা দ্রষ্টব্য

** বা এভাবে $S \cap \sim P \neq \Lambda$

CENTRAL LIBRARY

তাহলে

S~P

বোঝাবে

ফুল কিন্তু লাল নয় এমন জিনিস, অ-লাল ফুল

মানে

ফুল শ্রেণী থেকে সব লাল বস্তু [ফুল] বাদ দিলে যা থাকে তা।

এ উদাহরণ থেকে বোঝা যায়। আমরা এ রকম ক্ষেত্রে, মানে

A ~B, A ~C, B ~D, S ~P

এ আকারের যৌগিক পদের বেলায়

'~' কে বিয়োগ চিহ্ন হিসাবে নিতে পারি।

আগের ফুলের উদাহরণটি নেওয়া যাক।

ফুল শ্রেণী = সব ফুল — সাদা, নীল, হলদে ইত্যাদি [এদের মধ্যে লাল ফুলও আছে]

এখন এ ফুল শ্রেণী থেকে লাল বস্তু [লাল ফুল]গুলি বাদ দিলে [বিয়োগ দিলে] পাওয়া যাবে

সব ফুল যেগুলি অ-লাল, S ~P

সেটতত্ত্বে "~"এর একটা প্রয়োগ হল এই : এ প্রয়োগ অনুসারে

'~' হল বিয়োগ চিহ্ন

'A ~B' হল : A থেকে B-এর বিয়োগফল

the difference of A and B

শেষোক্ত কথাটির বদলে এ কথাগুলিও বলা হয়

A difference B, A minus B, A বিয়োগ B

এখন যদি

A বিয়োগ B

-এর কথা বলি তাহলে বলা হয়

এমন সমস্ত জিনিষের কথা যা A-এতে আছে, B-এতে নেই

মানে,

x যাই হোক না কেন $x \in A \sim B$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে $x \in A . X \notin B$

সংকেতলিপিতে

$(x)\ (x \in A \sim B \leftrightarrow x \in A\ .\ x \notin B)$

ধর,

A = মানুষ শ্রেণী B = নারী শ্রেণী

তাহলে,

A ~B = পুরুষ [মানুষ] শ্রেণী*

---

* আর B ~A = Λ

CENTRAL LIBRARY

এখানে একটি সেট অন্যটির [দ্বিতীয়টি প্রথমটির] উপশ্রেণী। প্রথমটি ভোক্তা, দ্বিতীয়টি ভুক্ত শ্রেণী। কিন্তু একটা সেট থেকে অন্য একটা সেট বিয়োগ করতে হলে একটিকে ভুক্ত শ্রেণী [উপসেট] হতে হবে এমন কথা নেই।

উদাহরণ

A = মানুষ শ্রেণী B = সব স্ত্রী জাতীয় প্রাণী [যেমন, মুরগী, ময়ূরী, গাই, বাঘিনী . .]

তাহলে

$A \sim B$ = পুরুষ মানুষ শ্রেণী

আর

$B \sim A$ = মানুষ নয় এমন সব স্ত্রী জাতীয় প্রাণী [মুরগী, ময়ূরী ইত্যাদি]

আরও উদাহরণ

এবার মনে করা যাক

$A = \{a, b, c, d\}$ $B = \{c, d\}$

তাহলে

$A \sim B = \{a, b, c, d\} \sim \{c, d\} = \{a, b\}$

আমাদের ফরমূলা

'$A \sim B$' মানে : যা A-এতে আছে B-এতে নেই তার সমষ্টি।

এখন c, d B-এতে আছে। সুতরাং এগুলি A থেকে বাদ দিতে হবে।

কাজেই পাব

$A \sim B = \{a, b, c, d\} \sim \{c, d\} = \{a, b\}$

দেখ, a, b A-এতে আছে B-এতে নেই।

ধরা যাক

$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $D = \{4, 5, 6, 7, 8\}$

এখানে অবশ্যই

$C - D = \{1, 2, 3, 4, 5\} \sim \{4, 5, 6, 7, 8\} = \{1, 2, 3\}$

C থেকে 4, 5 বাদ গেল। D-এর 6, 7, 8 সম্পর্কে কিছু করার নেই—এগুলির কোনোটি C-এতে নেই, কাজেই C থেকে এদের বাদ দেবার কথা ওঠে না। এবার নেওয়া যাক এ বিয়োগফলটি

$D \sim C$

এটা কী সেট নির্দেশ করে?

$D \sim C = \{4, 5, 6, 7, 8\} \sim \{1, 2, 3, 4, 5\}$

এখানে চাই এমন সব জিনিষ [সংখ্যা] যা D-এতে আছে C-এতে নেই; 4, 5 C-এতেও আছে। সুতরাং D থেকে 4, 5 বাদ দিতে হবে। তাহলে পাই

$D \sim C = \{4, 5, 6, 7, 8\} \sim \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 7, 8\}$

C-এর 1, 2, 3 নিয়ে আমাদের কিছু করার নেই, এগুলি D থেকে বাদ দেবার কথা ওঠে না। কেননা, এ সভ্যগুলি D-এতে নেই।

CENTRAL LIBRARY

আবার পূর্বোক্ত A, B নেওয়া যাক

$A = \{a, b, c, d\}$ $B = \{c, d\}$

প্রশ্ন : $B \sim A$ কী?

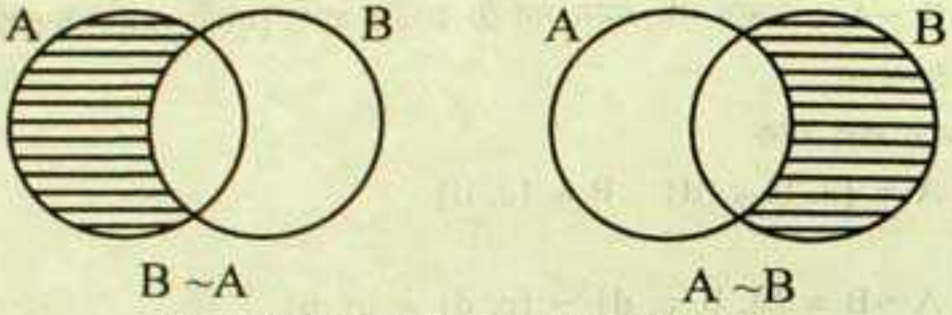
উত্তর : $B \sim A = \{c, d\} \sim \{a, b, c, d\}$

$= \{\phi, d\}$

$= \{\ \}$

$= \Lambda$

ভেন চিত্রে $A \sim B$ $B \sim A$ দাঁড়াবে যথাক্রমে এ রকম।



$B \sim A$ $A \sim B$

বিয়োগফলটা রেখায়িত করে দেওয়া হল।*

আমরা দেখব, '~' দিয়ে অন্য কাজও হয় : '~' দিয়ে কোনো সেটের পরিপূরক সেট গঠন করা হয়। এ কথাটা বিশদভাবে ব্যাখ্যা করার আগে প্রসঙ্গ বিশ্ব (Universe of Discourse)—পরিপূরক শ্রেণী (Complementary Class)—এ কথা দুটির মানে বলে নেওয়া দরকার।

৩.৫ প্রসঙ্গ বিশ্ব : Universe of Discourse Domain of Individuals

বিভিন্ন, বা বিভিন্ন প্রকারের, সেটের কথা [যেমন, স্বতন্ত্র বা বিসংবাদী সেটের কথা] না বলে, অনেক সময় আমরা চাই—একই নির্দিষ্ট সেটের উপকরণগুলির মধ্যে আলোচনা সীমাবদ্ধ রাখতে। যে সেটের মধ্যে নিজেদের সীমাবদ্ধ রাখি, বা ধরে নিই যে অমুক সেটের মধ্যেকার ব্যক্তি [সভা] বা উপসেটের কথাই বলা হচ্ছে, তাকে বলে আলোচ্য ব্যক্তিগুলির চৌহদ্দি, সীমানা (Domain of individuals) বা প্রসঙ্গ বিশ্ব (Universe of discourse)।

প্রসঙ্গ বিশ্ব বোঝাতে আমরা 'V' [বড় হাতের 'V'] ব্যবহার করব।

[কেউ কেউ U [universe-এর 'U' ব্যবহার করেন।] স্পষ্টতই V একটা সেট, এর নাম Universal Set, সার্বিক শ্রেণী, সর্বগ্রহ সেট।

উদাহরণ

সেট : রামবাবুর লজিক ক্লাসের ছাত্রছাত্রীর সমষ্টি I

[জয়ন্ত, ভবেশ, যতীন, রবিন, রুমা, ঝুমা, মিলি, লিলি] I'

* পৃঃ ৫৫-এর পাদটীকা দ্রষ্টব্য

CENTRAL LIBRARY

এখন ধরা যাক [বন্ধুত্বের সম্বন্ধ দেখে] এদের এ কয়টি সেটে ভাগ করা হল

A = {জয়ন্ত, ঝুমা} B = {ভবেশ, মিলি}

C = {যতীন, রুমা} D = {রবিন, লিলি}

এখানে প্রসঙ্গ বিশ্ব হল I বা I′ চিহ্নিত সেটটি; ওটা A, B, C, D-এর, আবার জয়ন্ত, ঝুমা, ভবেশ-এদের সবাইর, প্রসঙ্গ বিশ্ব। ধর উক্ত V সেটের ব্যক্তিগুলি সম্পর্কে [A, B ইত্যাদির উপকরণগুলি সম্পর্কে] কিছু বলতে চাই। তাহলে অমুক হল V সেটের সভ্য—এ কথাটা বারবার বলার দরকার নেই, যেমন বলার দরকার নেই

জয়ন্ত ∈ রামবাবুর লজিক ক্লাসের ছাত্র . জয়ন্ত ∈ আবেগপ্রবণ লোক

ভবেশ ∈ রামবাবুর লজিক ক্লাসের ছাত্র . ভবেশ ∈ বুদ্ধিমান ছাত্র

রবিন ∈ রামবাবুর . . . .রবিন ∈ অসমসাহসী [লোক]

এখানে উক্ত প্রত্যেকটি সংযৌগিকের প্রথম সংযোগীটির কোনো দরকার নেই, কেননা বক্তা ও শ্রোতা ধরে নিয়েছে রামবাবুর লজিক ক্লাসের ছাত্রছাত্রীদের কথা বলা হচ্ছে।

ওপরের উদাহরণে V সেট দুভাবে ব্যক্ত হয়েছে — বর্ণনাকারে ও তালিকাকারে। এখন যে উদাহরণ দিচ্ছি তাতে আছে কেবল তালিকাকার সেট।

উদাহরণ

E = {1, 2} F = {1, 2, 3} V = {1, 2, 3, 4, 5}

E, F, বা E, F-এর সভ্য, সম্পর্কে উক্তি করলে উক্ত প্রসঙ্গ বিশ্বের মধ্যেই নিজেদের সীমাবদ্ধ রাখা হয়। সাধারণভাবে, কোনো "অঙ্ক" করতে বললে V দেওয়া থাকে। V স্পষ্টভাবে দেওয়া না থাকলেও [তালিকাকার] V উদ্ধার করা যায়।

যদি দেওয়া থাকে

G = {1, 3} H = {5, 7} I = {9}

তাহলে বুঝব এখানে

V = {1, 3, 5, 7, 9}

উদাহরণ

A_1 = {1, 2} A_2 = {1, 3} A_3 = {2, 3} A_4 = {3, 4}

এগুলি সব গঠিত হয়েছে {1, 2, 3, 4}-এর সভ্য নিয়ে, সুতরাং এখানে

V = {1, 2, 3, 4}

উদাহরণ

ধরা যাক, এ সেটগুলির কথা বলা হচ্ছে

B_1 = সব যুগ্ম ধনসংখ্যা

B_2 = সব অযুগ্ম ধনসংখ্যা

B_3 = ১০-এর চেয়ে বৃহত্তর সব ধনসংখ্যা

B_4 = ১৫-এর চেয়ে ক্ষুদ্রতর সব ধনসংখ্যা

CENTRAL LIBRARY

স্পষ্টতই এখানে

V = ধনসংখ্যা শ্রেণীটি

৩.৬ পরিপূরক সেট

M, ~M—এ জাতীয় যৌগিক পদের সঙ্গে আমাদের পরিচয় হয়েছে। এ বাক্যটি নেওয়া যাক

Some flower are not red

সেটলিপিতে

$F\bar{R} \neq \Lambda$ $F \sim R \neq \Lambda$

[আমরা মাত্রার বদলে কেবল "~" ব্যবহার করব।

এখানে F আর ~R-এর সম্বন্ধের কথা না ভেবে কেবল ~R-এর দিকে নজর দেওয়া যাক। এ কথা আপাতত ভুলে যাওয়া যাক যে, F থেকে R বাদ দিলে ~R পেতে পারি। এখানে

~R = non-red things

এ সেটটি [~R] হচ্ছে Red things শ্রেণীর পরিপূরক। এটা পাই কী করে? প্রসঙ্গ বিশ্ব হল : ফুল শ্রেণী। এ বিশ্ব থেকে সব লাল বস্তু [R] বাদ দিয়ে পাই : ~R। আর একটা উদাহরণ। ধরা যাক

$A = \{1, 2\}$

~A পাই কী করে? পেতে পারি V দেওয়া থাকলে [বা প্রদত্ত উপকরণগুলি যোগ করে V গঠন করে নিয়ে]। ধরা যাক, দেওয়া আছে

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

তাহলে

$\sim A = V \sim A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \sim \{1, 2\} = \{3, 4, 5, 6\}$

"Complement"বা "পরিপূরক"-এর সংজ্ঞা দিতে পারি এভাবে

কোনো সেট A-এর পরিপূরক হল এমন ব্যক্তির সেট যার কোনোটি A-এর সভ্য নয় কিন্তু [প্রাসঙ্গিক]V-এর সভ্য।

সংকেতলিপিতে

$$x \in \sim A \leftrightarrow (x \in V \,.\, x \notin A)$$

বা সংক্ষেপে

$$x \in \sim A \leftrightarrow x \notin A \leftrightarrow \sim x \in A$$

৩.৭ পুনশ্চ '~' : পরিপূরক সেট

আমরা '~' দিয়ে গঠিত দু রকম যৌগিক পদের সাক্ষাৎ পেলাম

(১) A~B, A~C, B~A ইত্যাদি

(২) ~A, ~B, ~C ইত্যাদি

প্রথম ক্ষেত্রে পাই : difference, বিয়োগফল

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে : পরিপূরক সেট

প্রথম ক্ষেত্রে প্রক্রিয়ার নাম : বিয়োগকরণ

CENTRAL LIBRARY

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে : পরিপূরকগঠন

প্রথম ক্ষেত্রে : বামধারে উল্লেখ করা সেট থেকে ডানধারে উল্লেখ করা সেট বাদ দেওয়া হয়

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে : ~A, ~B ইত্যাদি পাই V থেকে A, B ইত্যাদি যথাক্রমে বাদ দিয়ে।

দেখা যাচ্ছে, পরিপূরক অনুসন্ধান আসলে বিয়োগকরণ। এর থেকে বোঝা যাবে। কেন দুটি ভিন্ন কাজ—বিয়োগকরণ ও পরিপূরকশ্রেণী গঠন সম্পাদনের জন্য একই প্রতীক ব্যবহার করা হয়।

আবার বিয়োগকরণে ফিরে যাই। দেখা যাবে

$$A \sim B\ (1) = A \cap \sim B\ (2)$$

(1)-এতে A থেকে B বিয়োগ দেওয়া হল। (2)-এতে : V থেকে B বাদ দিয়ে ~B গঠন করা হল, এর পর A আর ~B গুণ করা হল; এবং গুণ করে পেলাম : A × ~B বা A ∩ ~B।

$$\mathbf{A \sim B = A \cap \sim B}$$

—এ সূত্রের সমর্থনে একটা উদাহরণ। ধর

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \qquad B = \{3, 4\}$$

তাহলে

$$A \sim B = \{1, 2, 3', 4'\} \sim \{3, 4\} = \{1, 2\} \qquad [I]$$

এখানে প্রসঙ্গ বিশ্ব দেওয়া নেই, ঠিক। কিন্তু A আর B যোগ করে পাই প্রসঙ্গ বিশ্ব বা সাকল্য শ্রেণী V; পাই :

$$V = \{1, 2, 3, 4\} \cup \{3, 4,\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

V থেকে B বিয়োগ দিয়ে পাই

$$V \sim B = \{1, 2, 3, 4\} \sim \{3, 4\} = \{1, 2\}$$

এখন A আর ~B গুণ করে পাই

$$A \cap \sim B = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{1, 2\} = \{1, 2\} \qquad [II]$$

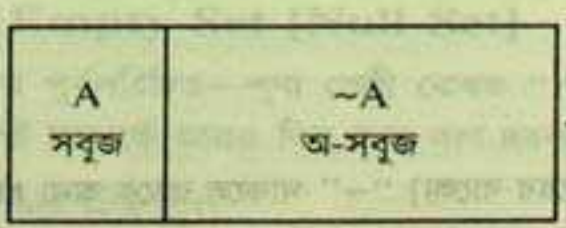
দেখ, [I] আর [II] সমান।

একই চিহ্ন দিয়ে দু রকম কাজ করানো অসঙ্গত, বিশেষত গণিতে ও যুক্তিবিজ্ঞানে। কিন্তু দেখা গেল, পরিপূরক গঠন আসলে V থেকে বিয়োগকরণ। এজন্যই বিয়োগকরণের চিহ্নই পরিপূরক গঠনের চিহ্ন হিসাবে ব্যবহৃত হয়।

৩.৮ পরিপূরক সম্পর্কে কয়েকটি সূত্র

কোনো শ্রেণীকে যদি দুটি শ্রেণীতে [A আর ~A তে] নির্ভুলভাবে ভাগ করা যায় তাহলে শ্রেণী দুটি পরস্পরের পরিপূরক।

উদাহরণ



CENTRAL LIBRARY

বর্ণ-বিশ্বের প্রত্যেক বাক্তিই [সভাই] হয় A-তে থাকবে না হয় থাকবে ~A-তে, মানে—কোনো কিছু x [বর্ণবিশ্বের সভ্য] হয় A-তে থাকবে, অথবা থাকবে ~A-তে; এ ছাড়া তৃতীয় বিকল্প নেই।

$$(x)\ (x \in A \vee x \in {\sim}A) \text{ বা}$$

$$(x)\ (x \in A \vee {\sim}x \in A)$$

কথাটা এভাবেও বলা যায় : দুটি পরিপূরক শ্রেণী [যেমন, উক্ত উদাহরণে A, ~A] যোগ করলে পাওয়া যাবে V [ঐ উদাহরণের বর্ণবিশ্ব]। তার মানে

[সূত্র ১]

$$A \cup {\sim}A = V$$

$$[A + {\sim}A = V]$$

তারপর, এমন হতে পারে না, কোনো কিছু x যুগপৎ A-এরও সভা ~A-এরও সভ্য। তার মানে

[সূত্র ২]

$$A \cap {\sim}A = \Lambda$$

উদাহরণ

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

তাহলে

$${\sim}A = V{\sim}A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \sim \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$$

এখন

$$A \cap {\sim}A = \{1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\} = \Lambda$$

[সূত্র ২'] $A\ {\sim}A = \Lambda$

A থেকে ~A বাদ দিলে কিছুই থাকে না

আগের উদাহরণের A নিয়ে পাই

$$A\ {\sim}A = \{1, 2, 3\} \sim \{1, 2, 3\} = \Lambda$$

[২] আর [২']-এতে যা বলা হল তার থেকে দেখা গেল

$$A\ {\sim}A = A \cap {\sim}A$$

[সূত্র ৩] $\sim\sim A = A$

এটা বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের DN

$$\sim\sim p \equiv p$$

-এর অনুরূপ। এটাকে আমরা সেট সংক্রান্ত DN বলে অভিহিত করতে পারি। সহজেই দেখানো যায়

$$x \in \sim\sim A \leftrightarrow x \in A$$

প্রথমে বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের একটি সূত্র

"$\equiv$"-এর কোনো ধারে [ধারের বাক্য] "~" থাকলে তাকে অন্য ধারে সরানো যায়।

CENTRAL LIBRARY

এটিকে আমরা নিষেধ স্থানান্তর বা '~'-এর স্থানান্তর সূত্র বলে অভিহিত করতে পারি। এ সূত্র অনুসারে

$$\sim\sim p \equiv p$$
$$\sim p \equiv \sim p \quad \text{[একটা '~'-এর অন্য ধারে স্থানান্তর]}$$
$$p \equiv \sim\sim p \quad \text{[বাকি '~'-এর অন্য ধারে স্থানান্তর]}$$

ন্যায়তত্ত্ব থেকে একটা উদাহরণ

$$\sim Asp \equiv Osp$$
$$Asp \equiv \sim Osp$$

বাক্যযুক্তিবিজ্ঞান থেকে আর একটা সূত্র।

$\sim(p \equiv q)$ আকারের বাক্যের '~'কে সরিয়ে নিয়ে p-এর সঙ্গে যুক্ত করা যায় অথবা* q-এর সঙ্গে যুক্ত করা যায়, '≡'-এর যে কোনো ধারের সঙ্গে যুক্ত করা যায়।

মানে

$$\sim(p \equiv q) \leftrightarrow p \equiv \sim q \leftrightarrow \sim p \equiv q$$

এটা নিষেধ স্থানান্তরকরণের সূত্র।

আরও একটা কথা। '~'-এর স্থানান্তরকরণ সূত্র কেবল যে '≡'-যুক্ত বাক্য সম্পর্কে খাটে তা নয়; আমরা জানি "$\in$"-যুক্ত বাক্য সম্পর্কেও খাটে। মানে

$$x \in \sim A \leftrightarrow x \notin A \leftrightarrow \sim x \in A$$

এখন দেখ, '~~A'-কে বিধেয় করে এবং 'x'-কে উদ্দেশ্য করে যোজক '$\in$' দিয়ে এদের যুক্ত করে পাই

$$x \in \sim\sim A$$
$$\leftrightarrow \sim x \in \sim A \quad \text{[একটি '~'-এর স্থানান্তরকরণ]}$$
$$\leftrightarrow \sim\sim x \in A \quad \text{[ডান ধারের '~' কে বামে এনে}$$
$$\leftrightarrow x \in A \quad \text{[বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের DN প্রয়োগ করে]}$$

[সূত্র ৪] $V \neq \Lambda$

অবশ্যই সাকল্য শ্রেণী [V] আর শূণ্য শ্রেণী অভিন্ন হতে পারে না। এ সূত্রটি এভাবেও লেখা যেত

$$\sim(V = \Lambda)$$

এর থেকে '~' স্থানান্তর করে পাই এ দুটি সূত্র

[সূত্র ৫] $\sim V = \Lambda$

[সূত্র ৬] $V = \sim\Lambda$

৩.৯ শূণ্য শ্রেণী Empty Set [Null Set]

শূণ্য শ্রেণী আমাদের পূর্বপরিচিত—শূণ্য শ্রেণী বোধক "Λ" আমরা হাজারো বার ব্যবহার করেছি। কিন্তু শূণ্য শ্রেণী সম্পর্কে আরও কিছু কথা বলা দরকার।

* এ "অথবা" exclusive অর্থে নিতে হবে।

CENTRAL LIBRARY

(১) আমরা জানি শূণ্য সেটের লক্ষণ হল এই :

[শূণ্য সেট হল এমন সেট যে] কোনো কিছুই ঐ সেটের সভ্য নয়

বা

x যাই হোক না কেন, x শূণ্য সেটের সভ্য নয়

সংকেতলিপিতে

[সূত্র I] $(x)\ (x \notin \Lambda)$ $[(x)\ (-x \in \Lambda)]$

(২) কোনো কিছুই Λ-এর সভ্য নয়, ঠিক; কিন্তু Λ নিজে যে কোনো সেটের সভ্য হতে পারে। ধর, বলা হল

{1, 2}

—এ সেটের

(i) সব সম্ভাব্য অ-শূণ্য উপসেটের সেট দেখাও

[দেখাও, the set of all non-empty subsets of the set {1, 2}]

(ii) সব সম্ভাব্য উপসেটের সেট দেখাও

[দেখাও, the set of all subsets of the set {1, 2}]

(i)-এর উত্তর হবে :

{{1}, {2}, {1, 2}}

এ সেটের [সেটের-সেট-এর] তিনটি সভ্য।

(ii)-এর উত্তর হবে

{{1}, {2}, {1, 2}, Λ}

এ সেটের চারটি সভ্য—যেখানে প্রত্যেকটি সভ্য আবার সেট।

যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে

এমন সেট A থাকতে পারে যাতে Λ-ও একটা সভ্য, আবার এমন সেট A থাকতে পারে যাতে Λ সভ্য নয়।

সংকেতলিপিতে

[সূত্র II] $(\exists A)\ (\Lambda \in A)\ .\ (\exists A)\ (\Lambda \notin A)$

[এখানে $(\exists A)$ কী তা বুঝতে অসুবিধা হওয়ার কথা নয়। এটা পূর্বপরিচিত $(\exists x)$-এর অনুরূপ

$(\exists x)$ = এমন কোনো x, অন্তত একটা x, আছে

সে রকম

$(\exists A)$ = এমন কোনো A [শ্রেণী], অন্তত একটা A, আছে।

(৩) তৃতীয় সূত্রটি ব্যাখ্যা করার আগে বাকাযুক্তিবিজ্ঞানের একটি সূত্রের দিকে দৃষ্টি আকর্ষণ করছি

'$p \rightarrow q$' সত্য বলে গণ্য, যদি এমন হয় যে 'p' মিথ্যা

যথা, উক্ত সূত্র অনুসারে নিম্নোক্ত বাকাগুলি সত্য

CENTRAL LIBRARY

$2 + 2 = 5 \rightarrow$ today is Monday

$(p \cdot \sim p) \rightarrow Q$

$(p \cdot \sim p) \rightarrow \sim Q$

আমরা জানি, A হল B-এর উপসেট, A B-এর অন্তর্ভুক্ত, $A \subseteq B$—এ কথা বলা যাবে, যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x যাই হোক না কেন,

$$x \in A \rightarrow x \in B$$

এ সূত্র অনুসারে, Λ হল B-এর উপসেট, Λ B-এর অন্তর্ভুক্ত বা $\Lambda \subseteq B$—এ কথা বলা যাবে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x যাই হোক না কেন,

$$x \in \Lambda \rightarrow x \in B$$

[অব্যবহিত পূর্ববর্তী প্রাকল্পিকটিতে 'A'-এর জায়গায় Λ বসিয়ে পেতে পারি এ বাক্যটি।]

এখন

'$x \in \Lambda$' মিথ্যা

$\therefore$ '$x \in \Lambda \rightarrow x \in B$' সত্য

সুতরাং পাই এ সূত্র

$$x \in \Lambda \rightarrow x \in B$$

আর [নিবেশনের নিয়ম অনুসারে] 'B'-এর বদলে যে কোনো অক্ষর, যেমন 'A'-ও, লিখতে পারি। সেক্ষেত্রে পাব

$$x \in \Lambda \rightarrow x \in A$$

এ বাক্যটি যেকোনো সেটের বেলায় খাটে—এ কথা ব্যক্ত করতে গেলে বলতে হয়

A যে সেটই হোক না কেন, $\Lambda \subseteq A$

সোজা কথায়,

শূণ্য শ্রেণী যে কোনো শ্রেণীর উপশ্রেণী,

the empty set is a subset of every set

সংকেতলিপিতে

[সূত্র III] (A) ($\Lambda \subseteq A$)

['(A)' মানক '(x)' এর অনুরূপ

(x) = x যাই হোক না কেন,

সেরকম

(A) = A যে সেটই হোক না কেন।]

(8) এবার আর একটি সূত্র

[সূত্র IV] (A) ($A \subseteq \Lambda \rightarrow A = \Lambda$)

এ সূত্রের বক্তব্য

শূণ্য শ্রেণী এবং কেবল শূণ্য শ্রেণীই শূণ্য শ্রেণীর উপসেট হতে পারে।

কথাটা বোধ হয় এভাবে বলা ভাল

CENTRAL LIBRARY

যদি কোনো সেট A শূণ্য সেটের অন্তর্ভুক্ত হয়, শূণ্য সেটের উপসেট হয়, তাহলে বুঝতে হবে, A হল Λ, $A = \Lambda$।

আবার বলি

কোনো সেট A Λ-এর উপসেট হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে $A = \Lambda$।

সতর্কতা : সূত্র II আর III-এর পার্থক্য

সূত্র II আর III-এর পার্থক্য লক্ষ কর। সূত্র II-এর এক অংশে বলা হয়েছে

এমন A আছে—Λ যার সভ্য নয়

$(\exists A)\ \Lambda \notin A$

আর III-এতে বলা হয়েছে

শূণ্য শ্রেণী মাত্রই প্রত্যেক সেটের উপসেট

$(A)\ (\Lambda \subseteq A)$

লক্ষণীয়, II-এতে membership সম্বন্ধে, আর III-এতে is included in, অন্তর্ভুক্তি, সম্বন্ধে কথা বলা হয়েছে।

II-এতে বলা হয়েছে

এমন A থাকতে পারে, Λ যার সভ্য নয় (১)

III-এতে বলা হয়েছে

এমন কোনো সেট নেই, Λ যার অন্তর্ভুক্ত নয়। (২)

প্রথম ক্ষেত্রে বলা হয়েছে সভ্য-হওয়া সম্বন্ধের কথা, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অন্তর্ভুক্তির কথা।

৩.১০ শূণ্য শ্রেণী : এক, অদ্বিতীয়

শূণ্য শ্রেণী সম্পর্কে একটা গুরুত্বপূর্ণ কথা এখনও বলা হয় নি:

শূণ্য শ্রেণী একমেবাদ্বিতীয়ম্

শূণ্য শ্রেণী আছে কেবল একটি

there is just one empty set

আমরা জানি, বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের "$\rightarrow$"-এর সংজ্ঞা অনুসারে

যদি কোনো প্রাকল্পিকের পূর্বকল্প মিথ্যা হয় তাহলে প্রাকল্পিক সত্য

মানে

'$p \rightarrow q$' সত্য যদি এমন হয় যে 'p' মিথ্যা

'$a \in A \rightarrow a \in B$' সত্য যদি এমন হয়ে '$a \in A$' মিথ্যা।

এখন ধরা যাক, A-এর কোনো সভ্য নেই। A একটি শূণ্য সেট। উক্ত সূত্র অনুসারে

$(x)\ (x \in A \rightarrow x \in B)$ (১)

এ বাক্যটি সত্য। কেননা, $x \in A$ মিথ্যা। মিথ্যা, কেননা $A = \Lambda$ এবং $(x)\ (x \notin \Lambda)$। সেরকম, ধরা যাক, B-ও শূণ্য সেট, তাহলে

$(x)\ (x \in B \rightarrow x \in A)$ (২)

CENTRAL LIBRARY

এ বাক্যও সত্য। কেননা : [আমরা ধরে নিয়েছি] $B = \Lambda$, কাজেই '$x \in B$' মিথ্যা।

এখন (১) আর (২) যুক্ত করে পাই

$$(x)\,(x \in A \rightarrow x \in B)\,.\,(x)\,(x \in B \rightarrow x \in A)$$

বা

$$(x)\,[(x \in A \rightarrow x \in B)\,.\,(x \in B \rightarrow x \in A)]$$

বা

$$(x)\,(x \in A \leftrightarrow x \in B) \qquad (৩)$$

এখন, বাচ্যসর্বস্বতা সূত্র (extensionality সূত্র) [পৃ: ৪৪] অনুসারে, মানে

$$A = B \leftrightarrow (x)\,(x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

—এ সূত্র অনুসারে (৩) থেকে পাই

$$A = B$$

প্রমাণিত হল : যদি A শূণ্য সেট হয়, অন্য কোনো সেট B-ও শূণ্য হয় তাহলে A আর B অভিন্ন।

যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে শূণ্য শ্রেণী আছে কেবল একটি

মানে, একটির বেশী শূণ্য সেট মানবার দরকার নেই। কেননা, ধরা যাক, দুটি শূণ্য সেট দেওয়া আছে। তাহলে বাচ্যসর্বস্বতার সূত্র অনুসারে সেট দুটি অভিন্ন। কাজেই আমরা বলব

the empty set

-এর কথা। আর, আগেই বলেছি, empty set বোঝাতে গ্রীক অক্ষর Lambda ব্যবহার করাই প্রথা।

৩.১১ Λ আর V

আমরা জানি

Λ একটা সুনির্দিষ্ট অনন্য পদার্থ
(uniquely determined entity)

মানে

শূণ্য শ্রেণী বলতে বোঝায় একটি সুনির্দিষ্ট একক সেট। 'V' কিন্তু কোনো নির্দিষ্ট সেট বোঝায় না, বিভিন্ন প্রসঙ্গে ভিন্ন ভিন্ন আলোচনায় V ভিন্ন ভিন্ন রূপ নেয়। যেমন

$A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 3\}$, $C = \{2, 4\}$

এখানে $V = \{1, 2, 3, 4\}$ কিন্তু ধর

$D = \{a, b\}$, $E = \{b, c\}$, $F = \{d, e\}$

এখানে $V = \{a, b, c, d\}$

CENTRAL LIBRARY

অনুশীলনী

৭. Let

$V = \{1, 2, 3\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$

find

(i) $\sim A$ (ii) $\sim(A \cup B)$ —Suppes

৮. If

$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $A = \{1, 2\}$ $B = \{2, 3\}$

what are the following

$\sim A$	$\sim A \cap \sim B$	$A \sim(\sim B)$
$\sim B$	$\sim(A \cap B)$	$\sim A \sim B$
		$\sim A \sim(\sim B)$ —Suppes

৯. Let V be the set of all positive integers and let

A = set of all even positive integers

B = set of all odd positive integers

C = set of all positive integers greater than 10

D = set of all positive integers less than 15.

Find

(a) $\sim A$	(e) $D \sim C$	(i) $A \sim(\sim C)$
(b) $\sim(A \cup B)$	(f) $\sim(D \sim C)$	(j) $(A \cap D) \sim(\sim B)$
(c) $\sim(A \cap B)$	(g) $C \cup \sim D$	(k) $A \sim(\sim C \cup D)$
(d) $\sim C$	(h) $\sim C \cap D$	—Suppes

১০. Letting

A = the set of all positive integers, $B = \{3, 5\}$, $C = \{2, 4\}$, $D = \{1, 2\}$

find the following :

$A \sim B$	$(B \cup C) \cap (B \cup D)$
$A \sim C$	$A \sim(C \cap D)$
$A \sim D$	$(A \sim C) \cup (A \sim D)$ —Suppes

১১. Let

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ $C = \{3, 4, 5, 6\}$

find

(a) $A \sim B$ (b) $C \sim A$, (c) $B \sim C$, (d) $B \sim A$ (e) $B \sim B$

CENTRAL LIBRARY

১২. If A is the set of all even positive integers, B is the set of all integers greater than 10, what are the following?

$A \cup B$ $A \sim B$

$A \cap B$ $B \sim A$

— Suppes

১৩. If A is any set, what are the following?

(a) $A \cap \Lambda$ (c) $A \sim \Lambda$

(b) $A \cup \Lambda$ (d) $\Lambda \sim A$

— Suppes

১৪. Find the following.

$\Lambda \cap \{\Lambda\}$

$\{\Lambda\} \cap \{\Lambda\}$

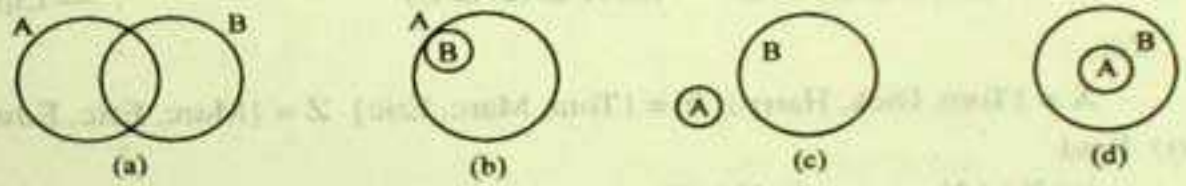
$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \Lambda$

$\{\Lambda, \{\Lambda\} \sim \{\Lambda\}$

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \{\{\Lambda\}\}$

— Suppes

১৫. In the Venn diagrams below, shade A minus B, that is, $A \sim B$.



— Lipschutz

১৬. Letting

$A = \{1, 2\}$

$B = \{\{3, 4\}, 1, 7\}$

$C = \{\{3, 4\}, 1, 2\}$

$D = \{\{1, 3\}, 4, 7\}$

$E = \{\{1, 3\}, 1, 7\}$

$F = \{\{1, 3\}, 1, 2\}$

$G = \{\{1, 2\}, 1, 7\}$

$H = \{\{1, 2\}, 1, 2\}$

$I = \{\{1, 2\}, \{1\}, \{2\}\}$

$J = \{\{1\}, \{2\}\}$

find the following

$A \cap B$ $A \cap G$

$A \cap C$ $A \cap H$

$A \cap D$ $A \cap I$

$A \cap E$ $A \cap J$

$A \cap F$

—Suppes

CENTRAL LIBRARY

১৭. Letting

$A = \{1\}$ $C = \{1, 2\}$ $E = \{1, \{1, \{1\}\}\}$

$B = \{1, \{1\}\}$ $D = \{1, 2, \{1\}\}$

find the following

$A \cap B$ $(C \cup D) \sim B$

$A \cup B$ $(A \cap D) \sim E$

$(A \cup B) \cap C$ $\{B\} \cap E$

$\{A\} \cap B$ $(\{A\} \cup D) \cap (E \sim C)$

—Suppes

১৮. Let

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ $C = \{3, 4, 5, 6\}$

(i) Find (a) $A \cap B$, (b) $A \cap C$, (c) $B \cap C$ (d) $B \cap B$

(ii) Find (a) $(A \cap B) \cap C$ (b) $A \cap (B \cap C)$ — Lipschutz

১৯. Let

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{2, 4, 6, 8\}$ $C = \{3, 4, 5, 6\}$

(i) Find (a) $A \cup B$ (b) $A \cup C$ (c) $B \cup C$ (d) $B \cup B$

(ii) Find (a) $(A \cup B) \cup C$ (b) $A \cup (B \cup C)$ — Lipschutz

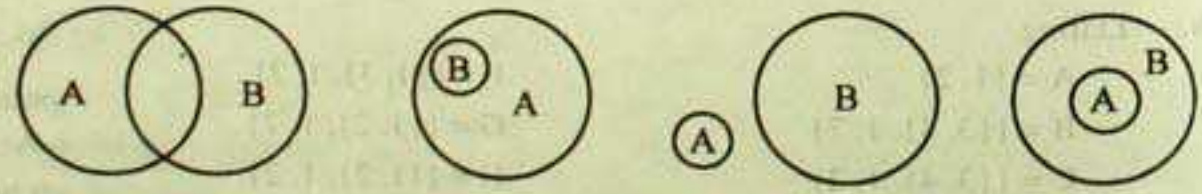
২০. Let

X = {Tom, Dick, Harry} Y = {Tom, Marc, Eric} Z = {Marc, Eric, Edward}

(i) Find

(a) $X \cup Y$, (b) $Y \cup Z$, (c) $X \cup Z$ — Lipschutz

২১. (i) In the Venn diagrams below, shade A union B, that is, $A \cup B$.



(ii) In the Venn diagrams given above, shade the intersection of A and B, that is $A \cap B$.

— Lipschutz

২২. প্রমাণ কর

$(\exists A)(\Lambda \in A) \& (\exists A)(\Lambda \notin A)$

$(A)(\Lambda \subseteq A)$

$(A)(A \subseteq \Lambda \leftrightarrow A = \Lambda)$

There is just one empty set.

— Suppes

CENTRAL LIBRARY

২৩. Which word is different from the others, and why?
(1) empty, (2) void, (3) zero, (4) null? — Lipschutz

২৪. Which of the following are different :
Λ $\{0\}$, $\{\Lambda\}$* — Lipschutz

২৫. Let $A = \{x, y, z\}$. How many subsets does A contain, and what are they?
— Lipschutz

২৬. Let $A = \{1, 2\}$
(i) What is the set of all subsets of A?
(ii) What is the set of all non-empty subsets of A? — after Suppes

২৭. Let $B = \{0, 1, 2\}$. Find all the subsets of B.

২৮. Let $F = \{0, \{1, 2\}\}$. Find all the subsets of F.

---

* মূলে আছে : $\varnothing$, $\{0\}$, $\{\varnothing\}$। কেউ কেউ "Λ" -এর বদলে লেখেন : "$\varnothing$"

CENTRAL LIBRARY

৪

সেট যোজক—সেট যোজনা

৪.১ সেট—সভ্য
সেট—সেট
—এদের সম্বন্ধ

আমাদের আলোচ্য : সেট ও তার উপকরণের সম্বন্ধ, আর সেট ও সেটের সম্বন্ধ। এ সম্বন্ধগুলি দু দফায় আলোচনা করা ভাল

I কোনো সেট ও তার সভ্যের সম্বন্ধ

II দুটো [বা ততোধিক] সেটের সম্বন্ধ

I

সেট ও এর উপকরণ বা সভ্যের সম্বন্ধের কথা আগেই বলা হয়েছে [বিভাগ ২.৪, ২.৫ দ্রষ্টব্য]। পুনরুক্তি করে বলি : কোনো সেট ও তার সভ্যের সম্বন্ধ আমরা ব্যক্ত করি

$\in$

দিয়ে। [আলোচনার সুবিধার জন্য ধরে নেওয়া গেল]

সভ্য হল কোনো ব্যক্তি

যথা, ১, ২, ৩, রাম, শ্যাম। ধরা যাক, দেওয়া আছে / জানা আছে, সেট

$A = \{1, 2, a, b\}$

এখানে আমরা দেখতে পাচ্ছি

$1 \in A,\ 2 \in A,\ a \in A,\ b \in A$

প্রশ্ন : 3, c—এসব কি A-এর সভ্য? উত্তর : না

$3 \notin A,\ c \notin A$

এ রকম ক্ষেত্রে আমাদের জিজ্ঞাসা হল : অমুক ব্যক্তি কি এ শ্রেণীর সভ্য? আগেই বলেছি, কোনো সেট-জ্ঞাপক বাক্যের, "{ }"-এর, শুরুর ও শেষের ধনুর্বন্ধনী বাদ দিলে যা [যা যা] থাকে তা [তা তা] ঐ সেটের সভ্য।

আমরা ধরে নিয়েছি, সেটের সভ্য হল কোনো না কোনো ব্যক্তি। কিন্তু কোনো ব্যক্তিই যে সেটের সভ্য হবে এমন কথা নেই। যথা, ধর,

CENTRAL LIBRARY

$B = \{1, \{1\}\}$

এখানে ব্যক্তি "1" *যেমন B-এর সভ্য, তেমনি সেট "{1}"-ও B-এর সভ্য। আবার ধরা যাক,

$C = \{\{\{1\}\}, 2\}$

এখানে 2 যেমন C-এর সভ্য, তেমনি 1-এর সেটের সেটও, [{{1}}]-ও, C-এর সভ্য। দেখা গেল, কেবল ব্যক্তি নয়,

কোনো সেটও অন্য সেটের সভ্য হতে পারে।

এ সত্যের উদাহরণ আমরা দিয়েছি গাণিতিক, "কৃত্রিম সেট" দিয়ে। সাধারণ ভাষা থেকে এমন সেটের উদাহরণ দেওয়া যাবে না—যার সভ্যও কোনো শ্রেণী?

যাবে, কেন যাবে, কী করে যাবে—তা আলোচনা করা হয়েছে বিভাগ ৫.১-এতে, দ্র: পৃ: ৯১—৯৩। আপাতত সাধারণ ভাষা থেকে কেবল একটা উদাহরণ দিলাম।

[গ্রহ হল নয়টি] Planets are nine

এ বাক্যের বক্তব্য

$P \in N$

যেখানে

P = the set of planets [গ্রহ শ্রেণী, সব গ্রহের সমষ্টি]

N = the set of all ninesome * groups [sets]
= the set of sets having nine members

II

৪.২ সেট ও সেটের সম্বন্ধ

দুটো সেটের সম্বন্ধ আলোচনা করতে গিয়ে আমরা ধরে নেব, সেট দুটি স্বতন্ত্র নয়। স্বতন্ত্র ও অস্বতন্ত্র সেটের পার্থক্য বোঝা যাবে এ দুটি উদাহরণ তুলনা করলে

লালবস্তু (R)	ফুল (F)	— এ শ্রেণী দুটি স্বতন্ত্র
মানুষ (M)	প্রাণী (A)	— এ দুটি অস্বতন্ত্র শ্রেণী

দেখ, প্রথম ক্ষেত্রে কোনো কিছু অসম্ভব নয়—সব রকম গুণফল সম্ভব; মানে, সব গুণফলই অশূণ্য শ্রেণী বোঝাতে পারে। দ্বিতীয় ক্ষেত্রে একটি গুণফল = Λ

প্রথম ক্ষেত্রে,

$R \cap F,\ R \cap {\sim}F,\ {\sim}R \cap F,\ {\sim}R \cap {\sim}F$

এ চারটি বিন্যাসই সম্ভব। বস্তুতঃ

$R \cap F \neq \Lambda,\ R \cap {\sim}F \neq \Lambda,\ {\sim}R \cap F \neq \Lambda,\ {\sim}R \cap {\sim}F \neq \Lambda$

---

* ব্যক্তি 1 = "1" যে বিশেষ সংখ্যাটির বাচক

** ৯টা জিনিস দিয়ে গঠিত শ্রেণী, ৯ সভ্যবিশিষ্ট সেট ["some" দিয়ে (বিশেষ্যের শেষে যুক্ত করে) বিশেষণ গঠন করা হয়। যথা quarrelsome, troublesome, tiresome]

CENTRAL LIBRARY

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে

$M \cap A$, $\sim M \cap A$, $\sim M \cap \sim A$

এসব বিন্যাস সম্ভব। কিন্তু

$M \cap \sim A$

এ বিন্যাস সম্ভব নয়;

$M \cap \sim A = \Lambda$

এমন হতে পারে না, কোনো কিছু x মানুষ, কিন্তু x প্রাণী নয়।

এত গেল "স্বতন্ত্র", "অস্বতন্ত্র"-এর ব্যাখ্যা।

এখন দুটি [অস্বতন্ত্র] সেটের মধ্যে যে সাধারণ সম্বন্ধ তা সাধারণভাষায় ব্যক্ত হয়

is a subclass of is included in -এর অন্তর্ভুক্ত

দিয়ে, এভাবে

K is a subclass of L K is included in L K হল L-এর অন্তর্ভুক্ত।

এ কথাগুলি কর্তৃবাচ্যেও বলা যায়। কর্তৃবাচ্যে বলতে হলে K আর L-এর অবস্থান ঘুরিয়ে বলতে হবে

L includes K L comprehends K as a sub-class

L হল ভোক্তা আর K হল ভুক্ত শ্রেণী

[পরে দেখব, উক্ত is included in সম্বন্ধটি তিনটি রূপ পরিগ্রহ করতে পারে। দ্র. বিভাগ ৪.৩]

কোনো সেট ও তাঁর সভ্যের বেলায় আমাদের জিজ্ঞাসা ছিল

অমুক ব্যক্তি [বা সেট]অমুক সেটের সভ্য কিনা;

এখন, বিশেষভাবে লক্ষণীয়, সেট ও সেটের সম্বন্ধ সম্পর্কে আমাদের জিজ্ঞাসা, যে জিজ্ঞাসা নেয় এ রূপ

অমুক সেট তমুক সেটের অন্তর্ভুক্ত কি?

এ কথা বললে, এ প্রশ্ন তুললে, আসলে কিছুই বলা হয় না। কেননা, প্রশ্ন থেকে গেল : কী করে বুঝব অমুক সেট তমুক সেটের অন্তর্ভুক্ত কিনা। "অন্তর্ভুক্ত", "is included in"-এর মানে বিশ্লেষণ করে জিজ্ঞাসাটা এভাবে ব্যক্ত করা যায়

অমুক সেটের, K-এর, সব সভ্য কি তমুক সেটের, L-এরও সভ্য?

যদি এর উত্তর হয় হাঁ, তাহলে বলতে হবে : K হল L-এর অন্তর্ভুক্ত, K is included in L.

উদাহরণ

$A = \{1\}$

$B = \{1, 2, 3\}$

এখানে A-এর সব সভ্য [এখানে "সব" বলতে সবে ধন নীলমণি 1] B-এরও সভ্য, সুতরাং

A is included in B

ধরা যাক [B = C]

$C = \{1, 2, 3\}$

প্রশ্ন : B-এর সব সত্য কি C-এরও সভ্য? উত্তর : হাঁ, সুতরাং বলতে হবে

CENTRAL LIBRARY

B is included in C

প্রশ্ন : C-এর সব সভ্য কি B-এরও সভ্য? উত্তর : হাঁ, সুতরাং বলতে হবে

C is included in B

ধরা যাক,

D = {1, 2, 3, 4}

D-এর সব সভ্য কি C-এরও সভ্য? না, 4 D-এর সভ্য, কিন্তু C-এর সভ্য নয়। সুতরাং বলতে হবে

D is not included in C ~(D is included in C)

আরও একটা সেট E নিলাম :

E = {{1}, 2}

প্রশ্ন : A কি E-এর অন্তর্ভুক্ত?

উত্তর : না, কেননা A-এর সভ্য 1 E-এর সভ্য নয়। এটা ঠিক সমগ্র A সেট E-এর সভ্য, মানে বলতে পারি

$A \in E$

কিন্তু এখানে বলা যাবে না

A is included in E

এ প্রসঙ্গে সভ্য নির্ণায়ক প্রশ্ন, আর অন্তর্ভুক্তি নির্ণায়ক প্রশ্নের পার্থক্য লক্ষ কর।

I সভ্য নির্ণায়ক প্রশ্ন

x কি অমুক সেট L-এর সভ্য?

II অন্তর্ভুক্তি নির্ণায়ক প্রশ্ন

কোনো সেটের, L-এর, সভ্য [L নয়, L-এর সভ্য] কি অন্য সেটের, M-এরও, সভ্য?

I. উদাহরণ

1 কি {1}-এর সভ্য? উত্তর : হাঁ

{1} কি {{1}}-এর সভ্য? উত্তর : হাঁ

1 কি {{1}}-এর সভ্য? উত্তর : না

II. 1 কি {1}-এর অন্তর্ভুক্ত? উত্তর : না [1 সেটই নয়, একটা ব্যক্তি]

{1} কি {{1}}-এর অন্তর্ভুক্ত? উত্তর : না

[কেননা {1}-এর সভ্য হল 1, এই 1 কিন্তু {{1}}-এর সভ্য নয়। লক্ষ কর, দ্বিতীয় শ্রেণীটি সভ্য 1 নয়, {1}]

{1, 2, 3} কি {1, 2, 3, {1}}-এর অন্তর্ভুক্ত? উত্তর : হাঁ

নিম্নোক্ত উদাহরণটি বিশেষভাবে লক্ষণীয়।

$$\begin{Vmatrix} K = \{1\} \\ L = \{1, \{1\}\} \end{Vmatrix}$$

এখানে সভ্য-হওয়া সম্বন্ধটিও খাটে, অন্তর্ভুক্তির সম্বন্ধও খাটে। দেখ

CENTRAL LIBRARY

$K \in L$

K is included in L

এ দুটি বাক্যই যুগপৎ সত্য।

৪.৩ অন্তর্ভুক্তির প্রকারভেদ

"is included in" জাতিবাচক। কেবল "is included in" ব্যবহার করলে যথেষ্ট সুনির্দিষ্ট উক্তি করা হয় না। আমরা দেখব, "is included in" তিন রকম সম্বন্ধ বোঝাতে পারে।

১. is a proper subset of, যথার্থ ভুক্তশ্রেণী

এমন হতে পারে

L-এর সব সভ্য M-এরও সভ্য, কিন্তু M-এতে এমন সভ্য আছে যা L-এর সভ্য নয়।

এ ক্ষেত্রে বলা হয়

L is a proper subset of M L হল M-এর যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী

[এখানে ভুক্ত শ্রেণীর চেয়ে ভোক্তা শ্রেণী বৃহত্তর।]

উদাহরণ,

$A = \{1, 2\}$ $B = \{1, 2, 3\}$

এখানে A হল B-এর proper subset, যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী।

২. is identical with, অভিন্ন/সমান

এমন হতে পারে

L-এর সব সভ্য M-এরও সভ্য। আবার, M-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য

এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয়

L is equal to M L is identical with M

L হল M-এর সমান L ও M অভিন্ন

উদাহরণ

$C = \{1, 2, 3, 4\}$ $D = \{1, 2, 3, 4\}$

৩. is a subset of,-এর ভুক্ত শ্রেণী [-এর অন্তর্ভুক্ত]

এমন হতে পারে

হয় L M-এর যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী, অথবা L আর M সমান

এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয়

L is a subset of M L হল M-এর ভুক্ত শ্রেণী

উদাহরণ

$A = \{1, 2\}$ $B = \{1, 2, 3\}$ $E = \{1, 2, 3\}$

এখানে

A B-এর ভুক্ত শ্রেণী [subset] A E-এর ভুক্ত শ্রেণী B E-এর ভুক্ত শ্রেণী

কিন্তু বলা যাবে না

CENTRAL LIBRARY

B E-এর [বা E B-এর] যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী [proper subset]

বলতে হবে

~(B is a proper subset of E)

~(E is a proper subset of B)

প্রসঙ্গত এখানে

A B-এর [E-এরও] proper subset / যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী।

৪.৩.১ Proper Subset, যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী [— ⊂ —]

যদি এমন হয় যে

L-এর সব সভ্য M-এরও সভ্য। কিন্তু

M-এর সব সভ্য L-এর সভ্য নয়

বা বলতে পারি

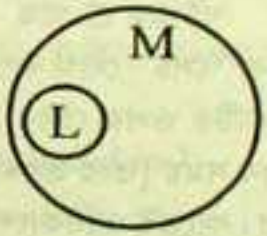
যদি এমন হয় যে L-এর সব সভ্য M-এরও সভ্য। কিন্তু

M-এতে আরও অতিরিক্ত [L-এতে নেই এমন] সভ্য আছে

মানে

যদি L M-এর অন্তর্ভুক্ত হয় এবং M বৃহত্তর শ্রেণী হয়,

যদি L আর M-এর সম্বন্ধ এমন হয় যে



তাহলে বলা হয়

L M-এর proper subset / যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী / যথার্থ উপশ্রেণী।

উদাহরণ

B = {1, 2, 3} F = {1, 2, 3, 4}

এখানে

B is a proper subset of F B হল F-এর যথার্থ ভুক্ত শ্রেণী।

এখন

— is a proper subset of —

-এর বদলে লেখা হয়

— ⊂ —

যথা, উক্ত উদাহরণের বেলায়

B ⊂ F

CENTRAL LIBRARY

ধর,

$G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

তাহলে বলতে হবে

$B \subset G \quad F \subset G$

ধর

$H = \{1, 2, 3, 4\}$

প্রশ্ন : এ কথা কি বলা যাবে

$F \subset H$?

উত্তর : না, যাবে না। কেননা এখানে এ কথা বলা যায় না যে H-এতে এমন সভ্য আছে যা F-এতে নেই; বলা যাবে না : কেননা H F-এর চেয়ে বৃহত্তর শ্রেণী নয়।

আমরা বলেছি, "— ⊂ —" যে সম্বন্ধ বোঝায় কোনো দুটো সেট K আর L-এর মধ্যে সে সম্বন্ধ খাটতে হলে এমন হতে হবে $K \neq L$ এবং K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য [কিন্তু L-এতে আরও অতিরিক্ত অন্তত একটা বেশি সভ্য থাকবে]।

— ⊂ — -এর আরও উদাহরণ

মানুষ ⊂ মরণশীল প্রাণী	ছাত্র ⊂ মানুষ	গোলাপ ⊂ ফুল
হাঁস ⊂ পাখি	কাক ⊂ কালবস্তু	গরু ⊂ তৃণভোজী
অভিধান ⊂ বই	কাব্য ⊂ সাহিত্য	দার্শনিক ⊂ জ্ঞানী ব্যক্তি
ত্রিভুজ ⊂ সমতল ক্ষেত্র	বটগাছ ⊂ গাছ	রুইমাছ ⊂ মাছ

"⊂"-এর দু ধারের শব্দের পর "শ্রেণী" বা "সেট" যোগ করে নিতে হবে।

এতগুলি উদাহরণ দেওয়া হল এ কথাটির ওপর জোর দেবার জন্য। আমরা যে সব ভাববাচক সার্বিক বাক্য প্রয়োগ করি, দেখবে প্রায় সব সময় [তার উদ্দেশ্য-শ্রেণী বিধেয়-শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত এবং] বিধেয় শ্রেণী উদ্দেশ্য শ্রেণীর চেয়ে বৃহত্তর। কাজেই অধিকাংশ সার্বিক সদর্থক বাক্যের [যাকে বলা হয় A বাক্য তার] বেলায় বলা যায়

উদ্দেশ্য শ্রেণী ⊂ বিধেয় শ্রেণী

The subject-class is a proper subset of the predicate-class

আমরা "প্রায় সব সময়", "অধিকাংশ ক্ষেত্রে" প্রয়োগ করেছি কিছু ব্যতিক্রমের কথা ভেবে।

যে বাক্যে কোনো কিছুর লক্ষণ দেওয়া হয়, কোনো শব্দের সংজ্ঞা দেওয়া হয়,

যে বাক্যের উদ্দেশ্য পদ ও বিধেয় পদের বাচ্য অভিন্ন

তার বেলায় এ কথা খাটে না যে

Subject-class ⊂ Predicate-class

উদাহরণ

[সব] মানুষ বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন জীব

[সব] ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র

এগুলি লক্ষণবাক্য,

CENTRAL LIBRARY

[সব] সমবাহু ত্রিভুজ হল সদৃশকোণী ত্রিভুজ

এখানে দুটি বর্ণনার বাচ্য অভিন্ন।

এ রকম ক্ষেত্রে "⊂" প্রয়োগ করলে চলবে না, '=' ব্যবহার করতে হবে, যেমন বলতে হবে

মানুষ = বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন জীব

ত্রিভুজ = তিনবাহুবেষ্টিত সমতল ক্ষেত্র

সমবাহু ত্রিভুজ = সদৃশকোণী ত্রিভুজ

"="-এর দুধারের শব্দের বা শব্দযূথের পর "শ্রেণী"/"সেট" যোগ করে নিতে হবে।

৪.৩.২ Set Identity সেট অভিন্নতা [— = —]

ধর,

$J = \{a, b\}$ $K = \{a, b\}$

এখানে বলা যাবে না

$J \subset K$

বলতে হবে *

$J = K$

অন্তর্ভুক্তির আর একটি প্রকারের সন্ধান পেলাম।

$J = K$

$\{a, b\} = \{a, b\}$

এখানে J-এর সব সভ্য K-এরও সভ্য, আবার K-এর সব সভ্য J-এরও সভ্য; মানে J K-এর অন্তর্ভুক্ত, আবার K J-এর অন্তর্ভুক্ত

J is included K · K is included in J

এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয়

J is equal to K J is identical with K $J = K$

আর ধর,

$I = \{a, b, c\}$

তাহলে

I is not identical with J I is not identical with K

সংকেতলিপিতে

$I \neq J$ $I \neq K$

আরও উদাহরণ [আমরা আগেই এ সম্বন্ধের উদাহরণ দিয়েছি।] ধর

$L = \{1, 2, 3\}$

$M = \{1, 1, 2, 3\}$ $[= \{1, 2, 3\}]$

$N = \{3, 2, 1, 2\}$ $[= \{1, 2, 3\}]$

* পরে দেখব, বা বলা যাবে : $J \subseteq K$, বা $K \subseteq J$

CENTRAL LIBRARY

এ ক্ষেত্রে বলব

$$L = M = N$$

৪.৩.৩ Subset of / Subclass of [— ⊆ —]

বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের একটি যুক্তিবিধি

$$p \therefore p \vee q \qquad \text{[Add. বিধি]}$$

আর একটি বিধি

$$p \cdot q \therefore p$$

$$p \cdot q \therefore q \qquad \text{[Simp. বিধি]}$$

দুটিই দুর্বলীকরণের বিধি। আমি যদি জানি, 'p' সত্য তাহলে ও রকম সুনির্দিষ্টভাবে 'p'-এর সত্যতা দাবি না করে, দাবি আরও সীমিত করে বলতে পারি : 'p অথবা q' সত্য। যদি আমি জানি, 'p' সত্য এবং 'q' সত্য তাহলে দাবি সীমিত করে অবশ্যই বলতে পারি। 'p' সত্য / 'q' সত্য।

অনুরূপভাবে

$$K \subset L$$

মানে

K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য · $K \neq L$

এ সুনির্দিষ্ট ['p . q' আকারের উক্তি না করে [Simp. বিধি অনুসারে] কেবল বলতে পারি

K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য [কিন্তু আমি জানি না L K-এর চেয়ে বৃহত্তর কিনা, এমনও ত হতে পারে, L K-এর চেয়ে বৃহত্তর নয়, K = L]

তার মানে, আমি এমন অনির্দিষ্ট উক্তি, ব্যাপকতর উক্তি, করতে পারি,

$$K \subset L \vee K = L$$

আমরা এ রকম উক্তি করি কেন? করি, কেননা আমরা জানি না, বলছি না, বলতে চাই না, বা বলা যাচ্ছে না : $K \subset L$, আবার এ কথাও বলা যাচ্ছে না : K = L; কাজেই '⊂' আর '=' এ দুটো সম্বন্ধের [মানে, সম্বন্ধ বোধক প্রতীকের] সাহায্য নিচ্ছি। এখন

$$\subset \text{ আর } =$$

এ দুটো চিহ্নকে একত্র করা হয় এভাবে : "⊂"-এর নিচেকার ডাঁটের সঙ্গে "="-এর একটা ডাঁট নিয়ে "⊂"-এর নিম্নাংশে একটা অভিন্নতা চিহ্ন বানানো হয়—বানানো হয় এ প্রতীকটি

$$\subseteq$$

এ প্রতীকটি দিয়ে কী রকম কথা বলা হয় দেখ। এটা সহজবোধ্য যে

$$K \subseteq L$$

লিখলে বলা হয়

$$K \subset L \vee K = L$$

এর সঙ্গে তুলনীয় বীজগণিতের

$$a \leq b$$

যদি বলা হয়, দুটো সেটের, K আর L-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ খাটে তাহলে এ উক্তি করা হয়

K is a subset [subclass] of L

[লক্ষ কর, "subset", "proper subset" নয়—কেবল "subset"]

আমরা জানি

'$p \therefore p \vee q$' বৈধ

কিন্তু

'$p \vee q \therefore p$' অবৈধ

সেরকম

$\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ [p]

সত্য, সুতরাং

$\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ [$p \vee q$]

-ও সত্য। আবার

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

সত্য, কিন্তু এ সত্যের জোরে বলা যায় না : সুতরাং

$\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$

যায় না, কেননা '$\subset$'-এর সংজ্ঞা অনুসারে, '$\subset$'-এর ডান-ধারে-লেখা সেটে এমন সভ্য থাকতে হবে যা '$\subset$'-এর বাম-ধারে-লেখা সেটেতে নেই, মানে ডানধারের সেটটাকে বৃহত্তর হতে হবে।

আবার বলি

$K \subset L \therefore K \subseteq L$

বৈধ [যেমন বৈধ '$p \therefore p \vee q$'], কিন্তু

$K \subseteq L \therefore K \subset L$

অবৈধ [যেমন অবৈধ '$p \vee q \therefore p$']। সে রকম

$K = L \therefore K \subseteq L$

বৈধ, কিন্তু

$K = L \therefore K \subset L$

অবৈধ।

দেখা গেল, সাধারণ ভাষার *is included in* তিনটি রূপ ধারণ করতে পারে :

	সাংকেতিক রূপ
i) K is a proper subset of L	$K \subset L$
ii) K is identical with / equal to L	$K = L$
iii) K is a subset of L	$K \subseteq L$

যে তিনটি সেট-সেট সম্বন্ধ পেলাম সেগুলি আরও একটু গুছিয়ে এভাবে ব্যক্ত করতে পারি :

iii') $K \subseteq L \leftrightarrow (x)(x \in K \rightarrow x \in L)$

i') $K \subset L \leftrightarrow (x)(x \in K \rightarrow x \in L) . K \neq L$

ii') $K = L \leftrightarrow (x)(x \in K \leftrightarrow x \in L)$

CENTRAL LIBRARY

শেষোক্ত সম্বন্ধ দুটি আরও সংক্ষেপে এভাবে ব্যক্ত করা যায় :

$$K \subset L \leftrightarrow (K \subseteq L \,.\, K \neq L)$$

$$K = L \leftrightarrow (K \subseteq L \,.\, L \subseteq K)$$

৪.৪ সারসংক্ষেপ

ব্যক্তি, সেট ও সেটের সম্বন্ধ অনুসন্ধান করতে গিয়ে এ চারটি সম্বন্ধ পেলাম।

সম্বন্ধের নাম	সংক্ষেপক
১. is a member of	$\in$
২. is a proper subset of	$\subset$
৩. is a subset of	$\subseteq$
৪. is identical with / equal to	$=$

সম্বন্ধগুলিকে দুভাগে ভাগ করা হল। কেননা, ১ আর বাকি তিনটি সম্বন্ধের মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে।

[আমরা দেখব, "is a member of" সংক্রামক সম্বন্ধ নয়। অন্য তিনটি সংক্রামক। আবার ১ একমুখী। কিন্তু অন্য সম্বন্ধগুলির প্রত্যেকটি একমুখী নয়। "সংক্রামক সম্বন্ধ", "একমুখী সম্বন্ধ" এদের মানে কী তা, আর উক্ত পার্থক্যের কথা পরে [অধ্যায় ৬-এতে] বলা হবে।]

৪.৫ নিষেধকরণ

আমরা দেখেছি, নিষেধকরণ দুভাবে করা যায় — '~' দিয়ে, আর যোজককে কেটে দিয়ে। যেমন $x \in A$-এর নিষেধ হিসাবে পেতে পারি।

$$\sim x \in A \text{ বা } x \notin A$$

সেরকম 'A = B' কে নিষেধ করতে পারি এভাবে

$$\sim (A = B)$$

বা এভাবে

$$A \neq B$$

সেটতত্ত্বে আমরা শেষোক্ত রীতি [যোজক কেটে দেওয়া] অনুসরণ করব। এ রীতিতে

$\sim (A \subset B)$-এর বদলে লিখব : $A \not\subset B$

$\sim (A \subseteq B)$-এর বদলে লিখব : $A \not\subseteq B$

৪.৬ যোজকের পরিধি ও বন্ধনীর ব্যবহার

আমরা জানি, যোজকের পরিধির পার্থক্য বোঝাতে বন্ধনী ব্যবহার করা হয়। বন্ধনী ছাড়া একাধিক ভিন্ন জাতের যোজক প্রয়োগ করলে গ্রন্থনগত দ্ব্যর্থতার (ambiguity in grouping-এর) সৃষ্টি হয়। যেমন ধরা যাক, লেখা হল

$$A \cap B \cup C \qquad [p \,.\, q \vee r]$$

এটা দ্ব্যর্থক, এর এক মানে হতে পারে

$(A \cap B) \cup C$ $[(p \,.\, q) \vee r]$

আর এক মানে

$A \cap (B \cup C)$ $[p \,.\, (q \vee r)]$

আরও সঠিকভাবে বলতে গেলে

$A \cap B \cup C$ $A \cup B \cap C$

এসব কথার মানেই হয় না, কেননা এ সব সুগঠিত পদ নয়, যেমন 'p . q ∨ r' বা 'p ∨ q . r' সুগঠিত বাক্য (wff*) নয়।

এ রকম ক্ষেত্রে বন্ধনী অপরিহার্য। কিন্তু বন্ধনীর ব্যবহার কিছুটা সীমিত করা যায়—যদি আমরা কোনো একটা রীতি [লেখনরীতি] মেনে চলব বলে সাব্যস্ত করি। এ রকম একটা রীতির কথা বলা হল।

The convention is '↔' and '→' dominate '&' and '∨'

মানে, এ রীতি অনুসারে

'↔' আর '→'-এর শক্তি, প্রভাব বা পরিধি '&' আর '∨'-এর চেয়ে বেশী।

তাহলে

$P \rightarrow (Q \,\&\, R)$

না লিখে, এর বদলে লিখতে পারি

$P \rightarrow Q \,\&\, R$

সেরকম বন্ধনী ছাড়াই লিখতে পারি

$P \leftrightarrow Q \vee R$

অনুরূপভাবে আমরা লিখতে পারি

$x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A \,\&\, x \in B$

$x \in A \cup B \leftrightarrow x \in A \vee x \in B$

কিন্তু এ কথা বললে চলবে না

$P \leftrightarrow Q \rightarrow R$

কেননা এর থেকে বোঝা যায় না, বক্তার বক্তব্য

$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow R)$

নাকি

$P \leftrightarrow (Q \rightarrow R)$

সে রকম, এ কথা লেখা চলবে না

$A \subseteq B \leftrightarrow x \in A \rightarrow x \in B$

লিখতে হবে

$A \subseteq B \leftrightarrow (x)\,(x \in A \rightarrow x \in B)$

বা সংক্ষেপে, [x কে প্রতিভূ হিসাবে নিয়ে]

$A \subseteq B \leftrightarrow (x \in A \rightarrow x \in B)$

---

* wellformed formula

CENTRAL LIBRARY

অনুশীলনী

২৯. Rewrite the following statements using set notation :
x does not belong to A
d is a member of E
F is not a subset of S
H does not include D. — Lipschutz

৩০. What is meant by the symbol : {{2, 3}}? — Lipschutz

৩১. Which of the following are statements and which are not?

$A \cup B$	$\sim A \cap B$	$A \subseteq B$	$V \sim A$
$x \notin A$	$A = B$	$A \subset B$	$A \sim B$

$A \cup B \leftrightarrow (x)(x \in A \vee x \in B)$

৩২. Which of the following are correct expressions and which incorrect?

$A \cap B \cup C$	$A \cap B \cap C$	
$P \rightarrow Q \leftrightarrow R$	$A \& B = C$	
$x \in A \cup x \in B$	$x \in A \rightarrow x \in B$	
$P \rightarrow Q \vee R$	$A \subset B$	$A \rightarrow B$

$x \in A \& x \in B = x \in B \& x \in A$

৩৩. Let
$M = \{r, s, t\}$
State whether each of the four statement is correct or incorrect. If a statement is incorrect tell why.

(a) $r \in M$	(b) $r \subset M$
(c) $\{r\} \in M$	d) $\{r\} \subset M$

— Lipschutz

৩৪. Let

$A = \{1\}$	$C = \{1, 2\}$	$E = \{1, \{1, \{1\}\}\}$
$B = \{1, \{1\}\}$	$D = \{1, 2, \{1\}\}$	

Which of the following statements are true?

(a) $A \in B$	(f) $C \subseteq D$
(b) $A \subseteq B$	(g) $B \subset D$
(c) $B \in E$	(h) $B \sim A \in D$
(d) $B \subseteq E$	(i) $E \sim B \subseteq A$
(e) $C \in D$	

— Suppes

৩৫. Let

$T = \{d\}$	$W = \{c, d\}$	
$X = \{a, b, c\}$	$Y = \{a, b\}$	$Z = \{a, b, d\}$

CENTRAL LIBRARY

Determine whether each of the following statements is true or false.

(1) $Y \subset X$ (2) $W \neq Z$ (3) $T \not\subset Y$ (4) $T \subset X$

(5) $X = W$. (6) $Y \not\subset Z$. (7) $W \subset Y$ —Lipschutz

[কিছুটা পরিবর্তিত]

৩৬. Let

$A = \{2, \{4, 5\}, 4\}$

Which statements are incorrect and why?

(1) $\{4, 5\} \subset A$ (2) $\{4, 5\} \in A$ (3) $\{\{4, 5\}\} \subset A$ — Lipschutz

৩৭. Let

$E = \{2, \{4, 5\}, 4\}$

Which statements are incorrect and why?

(1) $5 \in E$ (2) $\{5\} \in E$ (3) $\{5\} \subset E$ — Lipschutz

৩৮. In each of the following examples decide which of the following statements are true.

$A \in B$, $A \subseteq B$. $A \subset B$. $A = B$

Example (1)

$A = \{1, \{1\}, \text{Roosevelt}, 4\}$

$B = \{1, \{1\}, \text{Roosevelt, Churchhill}\}$

Example (2)

A = The set of positive integers

B = The set of positive and negative intergers

Example (3)

$A = \{1, 3, 4, 2, 9\}$

$B = \{1, 2 + 1, 1 + 8, 10, 2 + 0, 10, 8, 4\}$ — Suppes

[একটু পরিবর্তিত]

CENTRAL LIBRARY

৫

সেট : সমষ্টিবাচক ও ব্যষ্টিবাচক পদ

৫.১ সেট — সেট ও $\in$

কোথায় জাতিবাচক বাক্যেও '$\in$' চাই?

কী করে সাধারণ ভাষার অনপেক্ষ বাক্যকে সেটলিপিতে অনুবাদ করা যায়—এটাই ছিল ১.৮ — ১.১৫-এর আলোচ্য। এখন আবার অনুবাদের কথা, বিশেষত এ দু রকম বাক্যের কথা, বলব

(১) ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য—যথা, ফতিমা বাঙালী

(২) জাতিবিষয়ক সার্বিক বাক্য—যথা, সব হাঁস সাদা, সব কাক কাল, পাখি অসংখ্য।

(১') আমরা জানি, ব্যক্তিবিষয়ক বাক্যে বলা হয়: অমুক অমুক-সেটের সভ্য, এবং

ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য সেটলিপিতে ব্যক্ত করতে হলে দরকার '$\in$'

যেমন, উক্ত ব্যক্তিবিষয়ক বাক্যটি ব্যক্ত করতে হবে এভাবে : $f \in B$।

(২') সাধারণভাবে বলা যায়*, জাতিবিষয়ক সার্বিক বাক্যে বলা হয় : অমুক সেট তমুক সেটের অন্তর্ভুক্ত, এবং

সেটলিপিতে এ রকম বাক্য ব্যক্ত করতে হলে দরকার $\subseteq$ বা $\subset$, **

যেমন, হাঁস সাদা

ব্যক্ত করা হবে এভাবে : $S \subseteq W$

[All] Crows are Black

এভাবে

$C \subseteq B$

"All" বন্ধনীর মধ্যে রাখা হল এ হেতু : অনেক সময় "All"/"সব" উহ্য থাকে, যেমন

All tyrants are cruel All women are fickle

-এর বদলে লেখা হয়

Tyrants are cruel [$T \subseteq C$] Women are fickle [$W \subseteq F$]

---

* "সাধারণভাবে" ব্যবহার করছি এ হেতু : দেখব, এর একটা গুরুত্বপূর্ণ ব্যতিক্রম আছে।

** অন্যভাবেও ব্যক্ত করা যায়। যথা, All A are B—এ কথা ব্যক্ত করা যায় ['$A \subseteq B$' বলে] বা '$A \cap \sim B = \Lambda$' বলে, বা এ কথা বলে : $A \cup B = B$। দ্রষ্টব্য পৃঃ ১০১।

CENTRAL LIBRARY

(২') -এর শুরুতে "সাধারণভাবে বলা যায়" প্রয়োগ করা হয়েছে বিশেষ উদ্দেশ্যে।

যদি ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য আর জাতিবিষয়ক সার্বিক বাক্য সম্পর্কে এ রকম ফরমুলা করা যেত, নির্দেশ দেওয়া যেত

ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য '$\in$' দিয়ে সংকেতায়িত করতে হবে

জাতিবিষয়ক বাক্য '$\subseteq$' দিয়ে সংকেতায়িত করতে হবে

তাহলে কোনো সমস্যা দেখা দিত না; আমাদের অনুবাদের কাজ অনেক সহজ হত, যান্ত্রিকভাবে এ দু রকম বাক্য সংকেতায়িত করতে পারতাম। কিন্তু

সব জাতিবিষয়ক সার্বিক বাক্য '$\subseteq$' দিয়ে ব্যক্ত করা যায় না,

এক প্রকারের জাতিবিষয়ক বাক্য '$\in$' দিয়ে ব্যক্ত করতে হয়

উদাহরণ

পাখি অসংখ্য

এ বাক্যের বক্তব্য এই নয় যে

পাখি $\subseteq$ অসংখ্য বস্তু $B \subseteq I$ [পাখি : Bird অসংখ্য : Innumerable]

দেখব, এ বাক্যটি সংকেতায়িত করতে হবে এই বলে

পাখি-সেট $\in$ অসংখ্য-বস্তু সেট

$B \in I$ (১)

আগেও [পৃ: ৭৫] এ রকম একটা উদাহরণ দিয়েছি :

Planets are nine।

এ বাক্যকে এভাবে সংকেতায়িত করলে চলবে না

$P \subseteq N$

এ বাক্যের নির্ভুল সাংকেতিক রূপ হবে

$P \in N$ (২)

কেন এ রকম ক্ষেত্রে জাতিবাচক বাক্য '$\in$' দিয়ে ব্যক্ত করতে হবে? বা কী করে বুঝব কোথায় '$\subseteq$' দিয়ে আর কোথায় '$\in$' দিয়ে জাতিবাচক বাক্য ব্যক্ত করতে হবে? এর উত্তর দিচ্ছি। তার আগে একটা কথা।

সেট সেটের যে সভা হতে পারে—এটা আমাদের জানা কথা, এ সত্যের বহু উদাহরণ দেওয়া হয়েছে। একটা সহজ উদাহরণ

$A = \{\{1\}, \{\{2\}\}\}$

এখানে $\{1\} \in A$, $\{\{2\}\} \in A$। 1, 2, ইত্যাদি আর ধনুর্বন্ধনী নিয়ে এ রকম [কৃত্রিম] উদাহরণ বানানো খুব সহজ। কিন্তু সাধারণ ভাষায় কি এমন কথা বলা হয় না : অমুক শ্রেণী তমুক শ্রেণীর [অন্তর্ভুক্ত নয়,] সভা? সাধারণ ভাষা থেকে দুটো [কেবল দুটো] উদাহরণ, কিন্তু দিয়েছি :

Birds are innumerable [$B \in I$]

Planets are nine [$P \in N$]

প্রশ্ন হল, কেন এ কথা বলব যে—এ বাক্যগুলিতে বলা হয়েছে : অমুক শ্রেণী তমুক শ্রেণীর সভা?

CENTRAL LIBRARY

বিশদভাবে এ "কেন"-এর উত্তর দেব, আরও উদাহরণও দেব সাধারণ ভাষা থেকে। এখন একটু পেছনে ফিরে যেতে চাই। দেখছি, সার্বিক বাক্য দুভাবে সংকেতায়িত করতে হয় :

সাধারণভাবে '$\subseteq$' দিয়ে, ক্ষেত্রবিশেষে '$\in$' দিয়ে।

আবার আগের প্রশ্নটা :

প্রশ্ন : কী করে বুঝব এরূপ বাক্য কোথায় '$\subseteq$' দিয়ে আর কোথায় '$\in$' দিয়ে ব্যক্ত করতে হবে?

উত্তর : [একটা মানদণ্ড]

> উদ্দেশ্য পদটি যে যে ব্যক্তি নির্দেশ (denote) করে তার প্রত্যেকটি সম্পর্কে যদি বিধেয়টি প্রযোজ্য হয় তাহলে '$\subseteq$' ব্যবহার করতে হবে। [I]

অপরপক্ষে,

> যদি এমন হয় যে উদ্দেশ্য পদ যে যে বস্তু বোঝায় পৃথক পৃথকভাবে তার কোনোটি সম্পর্কে বিধেয়টি প্রযোজ্য নয়; বিধেয়টি খাটে না, inappropriate, অপ্রাসঙ্গিক, [বিধেয়টি খাটে ঐ বস্তুগুলির সমষ্টি সম্পর্কে, সমগ্র সেট সম্পর্কে] তাহলে '$\in$' ব্যবহার করতে হবে। [II]

উদাহরণ ১

সব মানুষ মরণশীল

মানুষ বলতে {রাম, শ্যাম, যদু, মধু, করিম, রহিম, সীতা, ফতিমা.....}

এখানে বলা যায়

রাম মরণশীল শ্যাম মরণশীল . . .

কাজেই বাক্যটি '$\subseteq$' দিয়ে সংকেতায়িত করতে হবে।

উদাহরণ ২

[সব] হাঁস সাদা

ধর, হাঁস বলতে {a, b, c, d, e.....}। লক্ষণীয়, সত্য মিথ্যার কথা হচ্ছে না; হচ্ছে a, b, c..... এদের প্রত্যেকটি সম্পর্কে বিধেয় প্রযোজ্য কিনা, সে কথা। আমাদের প্রশ্ন : এ কথা কি বলা যায়— a সাদা, b সাদা, c সাদা, ইত্যাদি। অবশ্যই যায়; সুতরাং বাক্যটি ব্যক্ত করতে হবে '$\subseteq$' দিয়ে।

উদাহরণ ৩

[সব] মানুষ ৭ ফুট লম্বা

আবার বলছি, সত্য মিথ্যা নিয়ে আমরা মাথা ঘামাচ্ছি না। বাক্যটি বস্তুত মিথ্যা। তা হোক, তাতে কিছু আসে যায় না। প্রশ্ন হল, এখানে উদ্দেশ্য পদ 'মানুষ' যে সব ব্যক্তি বোঝায় তার প্রত্যেকটি সম্পর্কে বিধেয়টি কি প্রযোজ্য?

রাম ৭ ফুট লম্বা শ্যাম ৭ ফুট লম্বা

এ বাক্যগুলি মিথ্যা ঠিক। কিন্তু এ কথা স্বীকার করতে হবে, যে-কোনো মানুষ সম্পর্কে এ বিধেয়টি প্রযোজ্য।

মন্তব্য : "প্রযোজ্য" কথাটির অর্থের দিকে নজর দাও, এবং নিম্নোক্ত বাক্যগুলি লক্ষ কর

রাম বহু রাম অসংখ্য এ বেড়ালটা একটা জাতি

CENTRAL LIBRARY

এখানে বিধেয়গুলির প্রয়োগ অসঙ্গত, inappropriate, এবং এ অর্থে অপ্রযোজ্য। এ বাক্যগুলির দোষ এই নয় যে এগুলি মিথ্যা, এদের সম্বন্ধে আপত্তি হল : এ রকম ক্ষেত্রে বিধেয় উদ্দেশ্য-বোধিত বস্তু সম্পর্কে খাটে না। এবার নিম্নোক্ত দৃষ্টান্তগুলি দেখ।

উদাহরণ ৪

পাখি অসংখ্য/বহু/অগণ্য

ধর, পাখি সেটটির সভ্য হচ্ছে : a, b, c, d, e, f.....। এখন এদের কোনোটি সম্পর্কে, a সম্পর্কে, b সম্পর্কে, ... বিধেয়গুলি খাটে না। যথা, বলা যায় না

a [এ পাখিটা] অসংখ্য b [ঐ পাখিটা] বহু c [সে পাখিটা] অগণ্য

কাজেই, উক্ত মানদণ্ড অনুসারে, আলোচ্য বাক্যটি [বাক্যগুলি] সংকেতায়িত করতে হবে '$\in$' দিয়ে; মানে, এ কথা বললে চলবে না

$B \subseteq I$ [B = the set of all birds, I = the set of innumerable things]

বলতে হবে

$B \in I$

উদাহরণ ৫

Planets are nine [গ্রহ হল নয়টি]

Planet (গ্রহ) হল এ সেট

{মঙ্গল, বুধ, বৃহস্পতি, শুক্র, শনি, পৃথিবী, প্লুটো, ইউরেনাস, নেপচুন}

এখানে "nine"/"নয়" কথাটি কোনো গ্রহ সম্পর্কে পৃথক পৃথকভাবে খাটে না, বলা যায় না

মঙ্গল নয়টি বুধ নয়টি

ইত্যাদি, ইত্যাদি। কাজেই আলোচ্য বাক্যটি সংকেতায়িত করতে হবে '$\in$' দিয়ে, মানে উক্ত বাক্যের সাংকেতিক রূপ হবে

$P \in N$

উদাহরণ ৬

কুকুর একটা প্রজাতি

এর সঙ্গে তুলনীয়

কুকুর প্রভুভক্ত

ধর, কুকুর শ্রেণী = {a, b, c, d,..... এ কুকুরটা, ঐ কুকুরটা .....}। এখানে এ শ্রেণীর প্রত্যেক সভ্য সম্পর্কে বিধেয় "প্রভুভক্ত" প্রয়োগ করা যায়, বলা যায় : a প্রভুভক্ত, b প্রভুভক্ত.....। কিন্তু বলা যায় না,

a একটা প্রজাতি, [এ কুকুরটা একটা প্রজাতি]

b একটা প্রজাতি, [ঐ কুকুরটা একটা প্রজাতি]

[কোনো ব্যক্তি কখনও প্রজাতি বলে গণ্য হতে পারে না।] আমাদের মানদণ্ড অনুসারে

[কুকুর হল একটা প্রজাতি] Dogs are a species

CENTRAL LIBRARY

এ বাক্য সংকেতায়িত করতে হবে '$\in$' দিয়ে, এভাবে

$$D \in S$$

ধর,

Dogs are a species

এ বাক্যটি ভুল করে ব্যক্ত করলে এভাবে

$$D \subseteq S$$

তাহলে কী হত, দেখ। তাহলে বলা হত, যা কিছু D-এর সভ্য তার প্রত্যেকটি — এ কুকুরটি, ঐ কুকুরটি S-এর সভ্য। কিন্তু তা বলা চলে না, যেমন বলা যায় না

এ কুকুরটা একটা প্রজাতি

বাঘা একটা প্রজাতি ["বাঘা" আমার পোষা কুকুরটির নাম]

বলা যায় না, কেননা [আগেই বলেছি] কোনো ব্যক্তিই প্রজাতি বলে পরিগণিত হতে পারে না।

আমরা জানি

$$A \subseteq B \leftrightarrow A \cap \sim B = \Lambda$$

এ সূত্র অনুসারে

$$D \subseteq S$$

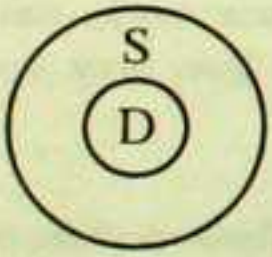
লিখতে হবে এভাবে

$$D \cap \sim S = \Lambda$$

তাহলে ভুল হত, কেননা মূল বাক্যটি

Dogs are a species

সত্য। কিন্তু $D \cap \sim S = \Lambda$ মিথ্যা; এ কথা মিথ্যা যে অ-প্রজাতি কুকুর নেই; মানে, এমন কুকুর আছে যা অ-প্রজাতি [যেমন, আমার বাঘা] যা অবশ্যই একটা অ-প্রজাতি পদার্থ। আবার ধর, বাক্যটি অয়লার [Euler] রেখাচিত্রে ব্যক্ত করলে এভাবে



এ চিত্রে বলা হল—যা D-এর সভ্য তার প্রত্যেকটি —বাঘা, টাইগার, রাজু [এসব কুকুরের নাম] —a, b, c প্রত্যেকটি প্রজাতি শ্রেণীর সভ্য। মানে, প্রত্যেকটি এক একটি প্রজাতি। a একটা প্রজাতি, b একটা প্রজাতি। অবশ্যই এ সব ভুল কথা। নানান দিক থেকে দেখলাম, যে দিক থেকেই দেখি না কেন, আলোচ্য বাক্যের বক্তব্য এই নয় যে $D \subseteq S$।

আমরা যে মানদণ্ড উদ্ভাবন করেছি তাতে ব্যাখ্যা নেই—কেন অমুক রকম সার্বিক বাক্যকে '$\subseteq$' দিয়ে আর তমুক রকমের সার্বিক বাক্যকে '$\in$' দিয়ে, ব্যক্ত করতে হবে। তাছাড়া ঐ মানদণ্ডের দ্বিতীয়টি নেতিবাচক। II-কে বোধ হয় এভাবে ব্যক্ত করা ভাল ছিল:

CENTRAL LIBRARY

যদি কোনো সার্বিক বাক্যের উদ্দেশ্য পদ সমষ্টিবাচক অর্থে প্রয়োগ করা হয় তাহলে বাক্যটি '$\in$' দিয়ে ব্যক্ত করতে হবে। II'

এ অংশের সঙ্গে সংগতি রেখে উক্ত মানদণ্ডের প্রথম অংশটি এভাবে ব্যক্ত করা যেত।

যদি কোনো সার্বিক বাক্যের উদ্দেশ্য পদ ব্যষ্টিবাচক অর্থে প্রয়োগ করা হয় তাহলে ঐ বাক্য ব্যক্ত করতে হবে '$\subseteq$' দিয়ে। I'

মানদণ্ডটির নতুন রূপের মানে ভাল করে বুঝতে হলে অবশ্যই পদের সমষ্টিবাচক অর্থ কী, ব্যষ্টিবাচক অর্থ বলতে কী বোঝায়, তা বুঝে নেওয়া দরকার।

৫.২ ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগ ও সমষ্টিবাচক প্রয়োগ

প্রাচীন যুক্তিবিজ্ঞানীরা এক দিক থেকে পদকে দু ভাগে ভাগ করতেন :

(১) ব্যষ্টিবাচক, যথা : মানুষ, বাড়ি, গাড়ি, নদী

(২) সমষ্টিবাচক [বা গোষ্ঠীবাচক], যথা : জাতি, পুলিশ, সেনাবাহিনী, বিমানবহর।

কিন্তু পদকে এভাবে ভাগ করা সমীচীন নয়। বরং বলা উচিত পদের

(১') ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগ ও

(২') সমষ্টিবাচক প্রয়োগ

-এর কথা। কেননা, একই শব্দ বা শব্দযূথকে ব্যষ্টিবাচক পদ হিসাবে প্রয়োগ করা যায়, আবার সমষ্টিবাচক পদ হিসাবেও প্রয়োগ করা যায়। পদের এ বিভাগই [প্রয়োগের বিভাগই] নির্ভুল ও গুরুত্বপূর্ণ।*

উদাহরণ

(a) The *students* responded to the roll-call.

(a') The *students* surrounded the building.

(b) The *people* fell on their knees.

(b') The *people* filled the Church.

(c) All *the angles of a triangle* are less than two right angles.

(c') *All the angles of a triangle* are equal to two right angles.

(d) *All the peers* derived their titles from the Crown.

(d') *All the peers* are a house of Parliament.

এখানে প্রত্যেক জোড়ে হেলানো-অক্ষরে-ছাপা শব্দ [বা শব্দসমষ্টি] প্রথম বাক্যে ব্যষ্টিবাচক অর্থে, দ্বিতীয় বাক্যে সমষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

(a)-তে বিধেয় প্রয়োগ করা হয়েছে প্রত্যেকটি ছাত্র সম্পর্কে, (a')-তে ছাত্রসমষ্টি সম্পর্কে— রাম ছাড়া আর কোনো ছাত্র হাজির না থাকলেও, রাম জানিয়ে দিতে পারত যে সে হাজির। কিন্তু দলবদ্ধ না হয়ে ঘেরাও করা যেত না। (b)-এতে বিধেয় প্রয়োগ করা হয়েছে প্রত্যেকটি লোক সম্বন্ধে। গির্জায় কেবল দু একজন লোক উপস্থিত থাকলে এবং এরা হাঁটু গেড়ে বসলে (b) সত্য হত; কিন্তু

* The correct and really important logical antithesis is between the collective and distributive use of names. — Keynes

CENTRAL LIBRARY

(b')-এতে বিধেয় প্রয়োগ করা হয়েছে জনসমষ্টি বা জমায়েত সম্পর্কে। (c)-এতে বিধেয় প্রয়োগ করা হয়েছে [পৃথক পৃথকভাবে] প্রত্যেকটি কোণ সম্পর্কে। আর (c')-এতে বলা হয়েছে তিন কোণের সমষ্টি, যোগফল, হল দু সমকোণ। (d), (d')-এর সম্পর্কেও অনুরূপ কথা খাটে।

"All"/"সকল"-এর দ্ব্যর্থতা

"Every"/"প্রত্যেক"-এর প্রয়োজন

সর্বশেষ উদাহরণ দুটি তাৎপর্যপূর্ণ। এগুলি থেকে বোঝা যাবে "all" ("সব"/"সকল") দ্ব্যর্থক—এ কথাটি সমষ্টিবাচক অর্থেও ব্যবহৃত হয়। এ দ্ব্যর্থতা দূর করা যায় যদি ব্যষ্টিবাচক অর্থ বোঝাতে

"all"-এর পরিবর্তে "every"

"সব"/"সকল"-এর পরিবর্তে "প্রত্যেক"

ব্যবহার করি, আর সমষ্টিবাচক অর্থ বোঝাতে "together", "একত্রে"—এ রকম কথা প্রয়োগ করি, যথা, যদি বলি

(c') Every angle of a triangle is less than two right angles

(c'') All the angles of a triangle are together equal to two right angles.

৫.৩ অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষ (Fallacy of Composition) অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষ (Fallacy of Division)

ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগ ও সমষ্টিবাচক প্রয়োগের পার্থক্য খুব গুরুত্বপূর্ণ। এ পার্থক্য সম্পর্কে অবহিত বা সতর্ক না থাকলে যুক্তিতে দোষ দেখা দেয়, বিভ্রান্তিকর যুক্তির উদ্ভব হয়; এবং সহজে বোঝা যায় না—কোনো যুক্তি অবৈধ বা উদ্ভট বলে মনে হচ্ছে কেন।

যদি কোনো যুক্তিতে ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগ থেকে সমষ্টিবাচক প্রয়োগে যাওয়া হয় তাহলে অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষ হয়। আর যদি উল্টো পথে সমষ্টিবাচক প্রয়োগ থেকে ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগে আসা হয় তাহলে ঘটে অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষ।

আমরা যদি নিজেদের ন্যায় যুক্তির মধ্যে সীমাবদ্ধ রাখি তাহলে আরও সুনির্দিষ্টভাবে বলতে পারি

যদি কোনো ন্যায়ের মধ্যপদ প্রধান হেতুবাক্যে ব্যষ্টিবাচক অর্থে আর অপ্রধান হেতুবাক্যে সমষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয় তাহলে উদ্ভব হয় অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষ;

অপরপক্ষে

যদি কোনো ন্যায়ের মধ্যপদ প্রধান হেতুবাক্যে সমষ্টিবাচক অর্থে, অপ্রধান হেতুবাক্যে ব্যষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয় তাহলে উদ্ভব হবে অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষের।

উদাহরণ

Two and three are even and odd.
Five is two and three.
∴ Five is even and odd. — Aristotle

এ যুক্তিটি অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট, কেননা, মধ্যপদ "two and three" প্রধান হেতুবাক্যে ব্যষ্টিবাচক অর্থে, আর অপ্রধানে সমষ্টিবাচক অর্থে প্রয়োগ করা হয়েছে। এখানে প্রধান হেতুবাক্য

CENTRAL LIBRARY

= Two and three are respectively even and odd

অপ্রধান হেতুবাক্য

= Two and three together makes five

উদাহরণ ২

All the angles of a triangle are less than two right angles.
A, B and C are all the angles of a triangle.
∴ A, B and C are less than two right angles. — Keynes [অনুসারে]

এখানে প্রধান হেতুবাক্যে "All" মানে : প্রত্যেকটি, আর অপ্রধানে "all" মানে : একযোগে সব কয়টি, সব কয়টির সমষ্টি। সুতরাং যুক্তিটি অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট।

উদাহরণ ৩

Ten is four and six.
Four and six are two numbers.
∴ Ten is two numbers. *

লক্ষণীয় এখানে প্রথম বাক্যটি অপ্রধান হেতুবাক্য। এখানেও অবৈধ সমষ্টিকরণ দোষ হয়েছে।

উদাহরণ ৪

All the trees in the park make a thick shade.
This is a tree in the park.
∴ This makes a thick shade. — Jevons

উদাহরণ ৫

The people of this country are suffering from famine.
You are one of the people of this country.
∴ You must be suffering from famine. — Jevons

এ দুটি যুক্তিতেই মধ্যপদ প্রধান হেতুবাক্যে সমষ্টিবাচক আর অপ্রধানে ব্যষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে, সুতরাং দুটো যুক্তিই অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট।

উদাহরণ ৬

The people who attended the Great St. Mary's contributed more than those who attended Little St. Mary's.
Therefore A (who attended the former) gave more than B (who attended the latter). — Jevons

লক্ষণীয়, এটা সাধারণ ন্যায় যুক্তি নয়। কিন্তু স্পষ্টতই এ যুক্তি ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট।

---

* তুলনীয়,

Six and seven are odd and even.
Thirteen is six and seven
∴ Thirteen is odd and even. — Fowler

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ ৭

The Germans are a literary nation,
therefore AB, who is German is a literary man*

এটা ন্যায়ের আকারে নেই, তবে এটাকে সহজেই ন্যায়ের আকারে আনা যায়। লক্ষণীয়, এ যুক্তিটিও অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট।

উদাহরণ ৮

This cow is a genus, for it is an animal, and animal is a genus **

এটাও অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট—প্রধান হেতুবাক্যে "animal" সমষ্টিবাচক আর অপ্রধান হেতুবাক্যে ব্যষ্টিবাচক, অর্থে প্রয়োগ করা হয়েছে।

৫.৪ সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞান থেকে একটা পৃষ্ঠা
ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য ও '$\in$' -বোধিত সম্বন্ধ

মানদণ্ড I', II' [পৃঃ ৯৩] অনুসারে পৃঃ ৯৩-এতে দেওয়া (a'), (b'), (c'), (d'), '$\in$' দিয়ে ব্যক্ত করতে হবে [আর এদের জুড়ি (a), (b) ইত্যাদি '$\subseteq$' দিয়ে। কিন্তু সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানীদের সঙ্গে ত সেটলিপির বিশেষ পরিচয় ছিল না, তাঁরা, যেমন আরিস্টটল, উনবিংশ শতাব্দীর জেভনস্, কেইনস্, এরকম বাক্য নিয়ে কী করতেন, এদের কোন চোখে দেখতেন? তারা ত

All — are —, Some — are —, No — are —, Some — are not —

এ যোজকগুলি ছাড়া অন্য কোনো যোজক [যেমন 'is a member of'-এর কথা ভাবেন নি [A, E, I, O ছাড়া অন্য কোনো বাক্য তাদের পরিকল্পনায় ছিল না—এ কথা বললে খুব ভুল বলা হয় না]। কিন্তু এ কথা বলা যায় না—উক্ত প্রত্যেকটি জোড়ের বাক্য দুটি যে পৃথক, ভিন্ন জাতের, তা তাদের চোখে ধরা দেয় নি, বা (a'), (b'), (c') ইত্যাদির বৈশিষ্ট্য তাদের নজরে আসে নি। সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানে এ পার্থক্য দেখাতে গিয়ে কী বলা হয় তার একটু নমুনা পাওয়া যাবে নিম্নোক্ত দীর্ঘ উদ্ধৃতি থেকে।

> কোনো বচনের উদ্দেশ্য যদি collective অর্থে ব্যবহৃত হয় তাহলে বচনটি singular বা universal বলে গণ্য
>
> যেমন A few students captured the robbers
> = A group of students captured the robbers [A, singular]
>
> সাধারণত, "a few" কথাটি sign of particular quantity হিসাবে ব্যবহৃত হয়। কিন্তু এখানে "students" collective অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে, সুতরাং বচনটি singular, বচনটি সার্বিক।

---

* তুলনীয়,

> The people of America have a prejudice against Negroes.
> Mr. A is an American.
> ∴ Mr. A is prejudiced against the Negroes.— Latta & Macbeth

** C. U. I. A. 1948 Question Paper থেকে। লক্ষণীয়, এখানে প্রধান হেতুবাক্য হল 'animal is a genus'

CENTRAL LIBRARY

Not all the efforts of his relatives could save him from ruin
= The joint effort of his relatives could not save him from ruin
[E. singular]

আপাতদৃষ্টিতে বচনটিকে O বলে মনে হতে পারে (যেমন, Not all that glitters is gold = Some glittering things are not gold); কিন্তু এখানে "The efforts of his relatives" কথাটি collective অর্থে ব্যবহার করা হয়েছে বলে, বচনটি singular আর "not" থেকে বোঝা যায় বচনটি অভাববাচক, সুতরাং singular E বচন।

ওপরের আলোচনা থেকে বোঝা যায়, যে বচনের উদ্দেশ্য collective অর্থে ব্যবহৃত হয় সে বচনের "all", "a few" প্রভৃতি আর পরিমাণ চিহ্নের [sign of quantity -র] কাজ করে না। singular subject-এর অংশে পরিণত হয়। যেমন :

'All the peers are a house of Parliament' -এর উদ্দেশ্য হল : "all the peers"

কিন্তু

'All the peers derive their titles from the Crown'-এর উদ্দেশ্য হল : "peers"

'A few students captured the robbers'-এর উদ্দেশ্য হল : "a few students"

কিন্তু

'A few students passed'-এর উদ্দেশ্য হল : "students" *

ওপরের দীর্ঘ উদ্ধৃতি থেকে বোঝা যাবে, সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানীদের দৃষ্টিতে (a'), (b'), (c')-এর মত বাক্য, যেমন [আরও উদাহরণ]

Men are numerous
Cats are a species

আপাতদৃষ্টিতে জাতিবিষয়ক সার্বিক বাক্য হলেও এগুলি আসলে ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য। আর p-কে ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য বলে বর্ণনা করলে বলা হয়—বাক্যটিতে কোনো ব্যক্তির কথা বলা হয়েছে; আর ব্যক্তির সঙ্গে জাতির [শ্রেণীর বা সেটের] membership সম্বন্ধ ছাড়া আর কী সম্বন্ধ থাকতে পারে? এর থেকে বোঝা যাবে '$\in$' ব্যবহার না করলেও, সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানীরা মনে করতেন, উক্তরূপ বাক্য ব্যক্তিবিষয়ক—যেখানে এক একটা সমষ্টি এক একটা ব্যক্তির কাজ করছে।

৫.৫ এক রকম প্রশ্ন ও তার উত্তর

প্রশ্ন : Socrates is a man
Men are numerous
∴ Socrates is numerous
এ যুক্তিতে গোল কোথায়?

লক্ষণীয়, প্রশ্নটা এই নয় যে

যুক্তিটি কি বৈধ? বা, যুক্তিটি বৈধ, নাকি অবৈধ?

* তর্কবিজ্ঞান অনুশীলন : রমাপ্রসাদ দাস

CENTRAL LIBRARY

[স্পষ্টতই এ যুক্তি অবৈধ, কেননা এর হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।] প্রশ্নটা হল এই:

এ যুক্তিতে গোল কোথায়? কেন একে গোলমেলে মনে হচ্ছে? দেখতে বৈধ যুক্তির মত, অথচ একে বৈধ বলে মেনে নিতে পারছি না; কেন?

সাবেকী উত্তর :

এ যুক্তিটি অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট—তাদের কাছেই এ যুক্তিটি গোলমেলে, বিভ্রান্তিকর মনে হবে—যাদের নজরে এ কথা আসে নি যে এতে মধ্যপদ "man" প্রধান হেতুবাক্যে [এখানে দ্বিতীয় বাক্যে] সমষ্টিবাচক অর্থে, আর অপ্রধানে ব্যষ্টিবাচক অর্থে প্রয়োগ করা হয়েছে।

আমাদের উত্তর :

প্রথমে হেতুবাক্য দুটির ক্রম পাল্টিয়ে যুক্তিটি এভাবে লিখে নিলাম [full stop উহ্য থাকল]

[১]

Men are numerous
Socrates is a man
∴ Socrates is numerous

যুক্তিটি নিম্নোক্ত যুক্তির অনুরূপ [বলে মনে হয়]

[২]

Men are mortal
Socrates is a man
∴ Socrates is mortal

দ্বিতীয় যুক্তিটি বৈধ—এটা Barbara যুক্তি-আকারের দৃষ্টান্ত। এ যুক্তির [দ্বিতীয়টির] সাংকেতিক রূপ

$H \subseteq M$
$S \in H$ [H = the set of all humans / men]
$\therefore S \in M$

আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় প্রথম যুক্তিটির, ১-এর, সাংকেতিক রূপ হবে এমন

[১']
$H \subseteq N$
$S \in H$
$\therefore S \in N$

প্রদত্ত যুক্তিটিকে এভাবে সংকেতায়িত করলে বলতে হত : যুক্তিটি বৈধ [কেননা এটা Barbara-র দৃষ্টান্ত]। কিন্তু যুক্তিটি উদ্ভট। এ উদ্ভট যুক্তিটি বৈধ বলে মনে হওয়ার হেতু—এ যুক্তির একটি হেতুবাক্যকে, 'Men are numerous'-কে ভুল করে '$\subseteq$' দিয়ে ব্যক্ত করা হয়েছে। এ ক্ষেত্রে Men আর Numerous-এর, H শ্রেণী আর N-শ্রেণীর, সম্পর্ক অন্তর্ভুক্তির সম্বন্ধ নয়, '$\subseteq$' বা '$\subset$' দিয়ে যে সম্বন্ধ বোঝানো হয় সে সম্বন্ধ নয়।*

* কেননা, সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানীরা বলতেন, এখানে 'Men are numerous'-এতে 'men' সমষ্টিবাচক অর্থে, আর 'Socrates is a man' এতে ব্যষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

CENTRAL LIBRARY

এ ক্ষেত্রে সেট দুটির যথার্থ সম্বন্ধ হল membership সম্বন্ধ; এ বাক্যে বলা হয়েছে H সেট N-সেটের সভ্য. সুতরাং আলোচ্য বাক্যটি এভাবে ব্যক্ত করা উচিত ছিল

$$H \in N$$

তাহলে যুক্তিটি, [১], নিম্নোক্ত আকার ধারণ করত

$$H \in N$$
$$S \in H$$
$$\therefore S \in N$$

বা [হেতুবাক্যের ক্রম পাল্টিয়ে নিলে] এ আকার

$$S \in H$$
$$H \in N$$
$$\therefore S \in N$$

স্পষ্টতই এ যুক্তিটি অবৈধ, কেননা, আমরা জানি, '$\in$' যে সম্বন্ধ বোঝায় তা সংক্রামক, transitive, নয়।

যুক্তিটির অবৈধতা এভাবেও প্রমাণ করা যেত। যুক্তিটির অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক বাক্য

$$(S \in H \,.\, H \in N) \rightarrow S \in N$$

স্বতসত্য নয়। এ বাক্যটি যে মিথ্যা তা দেখানো যায়, বাক্যটি যে বাক্যাকারের দৃষ্টান্ত সে আকারের বাক্যের

$$(A \in B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

-এর বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দেখিয়ে।

মনে করা যাক

$$A = \{1\}, \qquad B = \{\{1\}\}, \qquad C = \{\{\{1\}\}\}$$

তাহলে

$$(A \in B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

মিথ্যা। এটা যে মিথ্যা তা দেখানো হল 'A', 'B', 'C' এর জায়গায় নির্দেশিত সেটগুলি বসিয়ে

$$[\{1\} \in \{\{1\}\} \,.\, \{\{1\}\} \in \{\{\{1\}\}\}] \rightarrow \{1\} \in \{\{\{1\}\}\}$$
$$\quad T \qquad\qquad T \qquad\qquad F$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য. অনুকল্প মিথ্যা, সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা। সুতরাং

$$(A \in B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

মিথ্যা। সুতরাং

$$(A \in B \,.\, B \in C) \therefore A \in C$$

এ যুক্তি-আকার, মানে এ আকারের যুক্তি, অবৈধ। সুতরাং

$$(S \in H \,.\, H \in N) \therefore S \in N$$

অবৈধ।

CENTRAL LIBRARY

আর একটা প্রশ্ন।

প্রশ্ন : What is wrong with the following argument?

[নিম্নোক্ত যুক্তিতে গোল কোথায়?]

Tomcats are cats.

Cats are a species.

∴ Tomcats are a species.

সাবেকী উত্তর :

এ যুক্তিটি অবৈধ ব্যষ্টিকরণ দোষে দুষ্ট—কেননা প্রধান হেতুবাক্যে [এখানে দ্বিতীয় বাক্যে] মধ্যপদ "cats" সমষ্টিবাচক অর্থে, আর অপ্রধান হেতুবাক্যে ব্যষ্টিবাচক অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

আমাদের উত্তর

হেতুবাক্যের ক্রম পাল্টিয়ে প্রথমে যুক্তিটি এভাবে লিখে নিলাম

[১]

Cats are a species

Tomcats are cats

∴ Tomcats are a species

[এটাতে আমরা প্রদত্ত যুক্তি বলে উল্লেখ করব।] এ যুক্তিটি নিম্নোক্ত যুক্তির অনুরূপ

[২]

Men are mortal

Kings are men

∴ Kings are mortal

দ্বিতীয় যুক্তিটি বৈধ — এটা Barbara আকারের একটা দৃষ্টান্ত, এর সাংকেতিক রূপ

[২']

$H \subseteq M$

$K \subseteq H$

$\therefore K \subseteq M$

আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় প্রথম, যুক্তিটির—[১]-এর, [প্রদত্ত যুক্তির] সাংকেতিক রূপ হবে এমন

[১']

$C \subseteq S$

$T \subseteq C$

$\therefore T \subseteq S$

এটাই যদি প্রদত্ত যুক্তির নির্ভুল সাংকেতিক রূপ হত তাহলে বলতে হত—যুক্তিটি বৈধ [কেননা, এটা Barbara-এর দৃষ্টান্ত]। কিন্তু যুক্তিটি বস্তুত অবৈধ। [এটা যে অবৈধ তা দেখানো হবে।] আর এ অবৈধ যুক্তিটি যে বৈধ বলে মনে হচ্ছে বা হতে পারে, তার হেতু হল ভ্রান্ত সাংকেতিকীকরণ। এ যুক্তির সিদ্ধান্ত

CENTRAL LIBRARY

'Tomcats are a species' আর হেতুবাক্য 'Cats are a species' -এতে অন্তর্ভুক্তি সম্বন্ধ ব্যক্ত হয় নি, ব্যক্ত হয়েছে membership সম্বন্ধ। সাবেকী যুক্তিবিজ্ঞানীরা বলতেন—এদের বৈশিষ্ট্য হল এদের উদ্দেশ্যপদ সমষ্টিবাচক অর্থে প্রয়োগ করা হয়েছে। এ যুক্তির নির্ভুল সাংকেতিক রূপ হবে

[১'']

$C \in S$ ['$C \subseteq S$' নয়]

$T \subset C$

$\therefore T \in S$ ['$T \subseteq S$' নয়]

এ যুক্তিটি অবৈধ। আর যুক্তিটিকে অবৈধ বললে এ দাবি করা হয়: এর অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকটি

$$(C \in S \,.\, T \subset C) \rightarrow T \in S$$

স্বতসত্য নয়। তার মানে, এ বাক্য যে আকারের দৃষ্টান্ত তার,

$$(B \in C \,.\, A \subset B) \rightarrow A \in C$$

-এর, বা এ বাক্যের পূর্বকল্পের সংযোগী দুটির ক্রম পরিবর্তন করে যা পাই তার, মানে

$$(A \subset B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

-এর বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দেখানো যায়। ধরা যাক,

$A = \{1\}$ $B = \{1, 2\}$ $C = \{\{1, 2\}\}$

'A', 'B', 'C'-এর জায়গায় নির্দেশিত সেটগুলি বসিয়ে পাই

$$[\{1\} \subset \{1, 2\} \,.\, \{1, 2\} \in \{\{1, 2\}\}] \rightarrow \{1\} \in \{\{1, 2\}\}$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা, সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা। সুতরাং

$$(A \subset B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

মিথ্যা। সুতরাং

$A \subset B \,.\, B \in$ $C \therefore A \in C$ অবৈধ। সুতরাং প্রদত্ত যুক্তিটিও অবৈধ।

৫.৬ $A \subseteq B$ সম $A \cup B = B$

এ অধ্যায়ের প্রথম পৃষ্ঠার [পৃঃ ৮৮-এর] পাদটীকায় বলা হয়েছে '$A \subseteq B$' ['All A are B'] এভাবেও লেখা যায় : $A \cup B = B$। সাধারণত 'All A are B'-কে এভাবে সংকেতায়িত করা হয় না। সুপিসও করেনি নি। তবে তিনি এ কায়দার কথা উল্লেখ করেছেন। কাজেই আমরা দেখাব যে

$$A \subseteq B \text{ সম } A \cup B = B$$

দেখাব যে '$A \subseteq B$' আকারের বাক্য সত্য হলে '$A \cup B = B$' আকারের বাক্য অবশ্যই সত্য হবে, আর '$A \subseteq B$' আকারের বাক্য মিথ্যা হলে '$A \cup B = B$' আকারের বাক্যও অবশ্যই মিথ্যা হবে। ধরা যাক

$L = \{1, 2\}$ $M = \{1, 2, 3\}$

এ ক্ষেত্রে '$L \subseteq M$' সত্য। দেখা যাবে '$L \cup M = M$'-ও সত্য।

$$L \cup M = \{1, 2\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

এবং অবশ্যই $\{1, 2, 3\}$ $[L \cup M] = M$। এবার নেওয়া যাক এ মিথ্যা বাক্যটি : $M \subseteq L$। যদি

CENTRAL LIBRARY

আলোচ্য সমার্থতা সূত্র নির্ভুল হয় তাহলে 'M ∪ L = L'—এ বাক্যও হবে মিথ্যা। দেখা যাক।

$M \cup L = \{1, 2, 3\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3\}$ কিন্তু $\{1, 2, 3\}\ [M \cup L] \neq L$

সাধারণ ভাষা থেকে উদাহরণ।

[All crows are birds] $C \subseteq B$

এ বাক্য সত্য, এবং দেখা যাবে এর সমার্থক

$C \cup B = B$ ['কাকশ্রেণী ∪ পাখিশ্রেণী = পাখিশ্রেণী'-ও সত্য : যা কাক অথবা পাখি তা অবশ্যই পাখি, আর পাখি মাত্রই কাক অথবা [অন্য] পাখি।

[All flowers are red] $F \subseteq R$

এটা মিথ্যা, কাজেই দেখা যাবে

$F \cup R = R$ [ফুলশ্রেণী ∪ লালবস্তুশ্রেণী = লালবস্তুশ্রেণী]

—এ বাক্যও মিথ্যা : 'ফুল ∪ লালবস্তু' শ্রেণীর মধ্যে আছে নীল ফুল, হলদে ফুল ইত্যাদি। এসব কি লালশ্রেণীর [R-এর] মধ্যে আছে? না, নেই। ∴ $F \cup R \neq R$।

উপসংহার : 'All A are B' সেটলিপিতে তিনভাবে সংকেতায়িত করা যায়

(1) $A \cap -B = \Lambda$ (2) $A \subseteq B$ (3) $A \cup B = B$

অনুশীলনী

৩৯. নিম্নোক্ত বাক্যগুলিকে সেটলিপিতে ব্যক্ত কর :

১. Planets are luminous
২. Planets are nine
৩. The apostles are twelve
৪. Apostles are all wise
৫. Men are mortal
৬. Men are numerous
৭. Cats are a species
৮. Cats are animals
৯. All the works of Shakespeare cannot be read in a day
১০. The trees in the Park make a thick shade.

৪০. সমষ্টিবাচক ও ব্যষ্টিবাচক পদের উদাহরণ দাও।

৪১. উদাহরণ দিয়ে সমষ্টিবাচক প্রয়োগ ও ব্যষ্টিবাচক প্রয়োগের [পদের নয়, প্রয়োগের] পার্থক্য দেখাও।

৪২. What is wrong with the following argument?
Socrates is a man. Men are numerous. Therefore, Socrates is numerous. — Suppes

৪৩. What is wrong with the following argument?
Tomcats are cats. Cats are a species. Therefore, Tomcats are a species. — Suppes

CENTRAL LIBRARY

৬

সম্বন্ধের ধর্ম
পুনশ্চ : ব্যক্তি, সেট ও সেটের সম্বন্ধ

৬.১ সম্বন্ধের ধর্ম

সম্বন্ধের শ্রেণীবিভাগ

আমরা এ রকম কথা বলব : অমুক সম্বন্ধটি এমন যে

A আর B-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ থাকলে

B আর A-এর মধ্যে সম্বন্ধটি অবশ্যই থাটবে, থাটতে পারে, বা নাও থাটতে পারে।

এ রকম উক্তির অন্তর্ভুক্ত

A আর B-এর মধ্যে

B আর A-এর মধ্যে

এ কথাগুলির পার্থক্য বোঝা দরকার। এদের পার্থক্য কী তাই বলছি।

প্রত্যেক সম্বন্ধের একটা direction, আভিমুখ্য বা অভিমুখিতা আছে। ধর, A হল B-এর স্ত্রী। এখানে "— -এর স্ত্রী" সম্বন্ধটা যাচ্ছে A থেকে B-এর দিকে, সম্বন্ধটা B-মুখী। কাজেই A থেকে B-এর দিকে গেলে পাই "— -এর স্ত্রী" সম্বন্ধ। কিন্তু B থেকে A-এর দিকে গেলে পাব "— -এর স্বামী" সম্বন্ধ। এখন, সম্বন্ধের আভিমুখ্য বোঝানো হয় সম্বন্ধীর ক্রম দিয়ে। সম্বন্ধটা যে সম্বন্ধীর দিক থেকে যাচ্ছে তার নাম আগে উল্লেখ করা হয়, আর যার দিকে যাচ্ছে তার নাম উল্লেখ করা হয় পরে। যেমন

A থেকে B-এর দিকে গেলে পাই 'greater than—' সম্বন্ধ।

এ কথা ব্যক্ত করতে হবে এভাবে

A is greater than B

আর এ ক্ষেত্রে B থেকে A-এর দিকে গেলে যে সম্বন্ধ পাব তা ব্যক্ত করতে হবে এভাবে

B is smaller than A,

এজন্যই, মানে আভিমুখ্যের পার্থক্য হেতু,

A loves B,

আর

CENTRAL LIBRARY

B loves A.

-এর মানে ভিন্ন।

৬.২ সমমুখী, বিষমমুখী ও অসমমুখী সম্বন্ধ

এক দিক থেকে সম্বন্ধকে

সমমুখী (symmetrical)

বিষমমুখী (asymmetrical)

অসমমুখী (non-sysmmetrical)

এ তিন শ্রেণীতে ভাগ করা হয়।

(i) সমমুখী সম্বন্ধ

যদি কোনো সম্বন্ধ এমন হয় যে

A আর B-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ খাটলে

B আর A-এর মধ্যে সম্বন্ধটি অবশ্যই খাটে (না খেটে পারে না)

তাহলে বলা হয়, সম্বন্ধটি সমমুখী।

উদাহরণ

equal to, different from, identical with, next to, married to, cousin of, spouse of, contemporary of, brother-or-sister of

এসব সমমুখী সম্বন্ধ। প্রথম সম্বন্ধটি নেওয়া যাক।

যদি এমন যে

A is equal to B

তাহলে অবশ্য এমন হবে যে

B is equal to A।

(ii) বিষমমুখী সম্বন্ধ

যদি কোনো সম্বন্ধ এমন হয় যে

A আর B-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ খাটলে

B আর A-এর মধ্যে সম্বন্ধটি কখনও খাটতে পারে না

তাহলে বলা হয়, সম্বন্ধটি বিষমমুখী।

উদাহরণ

greater than, older than, taller than, father of, son of, husband of, wife of, precedes, to the left of, to the north of

এসব বিষমমুখী সম্বন্ধ। প্রথম সম্বন্ধটি নেওয়া যাক।

দেখ, যদি এমন যে

A is greater than B

CENTRAL LIBRARY

তাহলে কখনও এমন হতে পারে না

B is greater than A।

(iii) অসমমুখী সম্বন্ধ

সমমুখী ও বিষমমুখী—এ শ্রেণী দুটি বিসংবাদী ঠিক, কিন্তু সর্বগ্রাহী নয়। এমন সম্বন্ধ আছে যা সমমুখীও নয়, আবার বিষমমুখীও নয়। তার মানে

কোনো কোনো সম্বন্ধ এমন যে

যদি

সম্বন্ধটি A আর B-এর মধ্যে খাটে

তাহলে কখনও কখনও তা B আর A-এর মধ্যে খাটে, আবার কখনও কখনও তা B আর A-এর মধ্যে খাটে না ।

এ রকম সম্বন্ধকে বলে অসমমুখী সম্বন্ধ।

উদাহরণ

brother of, sister of, loves, includes, is included in, follows from, implies

এসব অসমমুখী সম্বন্ধ। প্রথম উদাহরণটি নেওয়া যাক। দেখ,

যদি এমন হয় যে

A is the brother of B

তাহলে এমন হতে পারে যে

B is the brother of A

কিন্তু এমনও হতে পারে

~(B is the brother of A)

[কেননা, এমন হতে পারে B হল A-এর বোন।] কাজেই brother of অসমমুখী সম্বন্ধ।

৬.৩ সংক্রামক, বিসংক্রামক ও অসংক্রামক সম্বন্ধ

আর একদিক থেকে সম্বন্ধকে

সংক্রামক (transitive)

বিসংক্রামক (intransitive, atransitive)

অসংক্রামক (non-transitive)

এ তিন শ্রেণীতে ভাগ করা হয়।

(i) সংক্রামক সম্বন্ধ

যদি কোনো সম্বন্ধ এমন হয় যে

A আর B-এর মধ্যে, এবং B-আর C-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ খাটলে,

সম্বন্ধটি A আর C-এর মধ্যেও অবশ্যই খাটে

তাহলে বলা হয় সম্বন্ধটি সংক্রামক।

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ

greater than, equal to, above, before, contemporary with, ancestors of, includes, is included in, implies

এসব সংক্রামক সম্বন্ধ। প্রথম উদাহরণটি নেওয়া যাক।

লক্ষণীয়,

যদি এমন হয় যে

A is greater than B, এবং

B is greater than C

তাহলে অবশ্যই এমন হবে যে

A is greater than C।

(ii) বিসংক্রামক সম্বন্ধ

যদি কোনো সম্বন্ধ এমন হয় যে

A আর B-এর মধ্যে, এবং B-আর C-এর মধ্যে এ সম্বন্ধ খাটলে,

সম্বন্ধটি A আর C-এর মধ্যে খাটতে পারে না

তাহলে বলা হয় সম্বন্ধটি বিসংক্রামক।

উদাহরণ

son of, daughter of, father of, mother of, greater by one than

এসব বিসংক্রামক সম্বন্ধ। দেখ,

যদি এমন হয় যে

A is the son of B, এবং

B is the son of C

তাহলে কখনও এমন হতে পারে না যে

A is the son of C।

(iii) অসংক্রামক সম্বন্ধ

সংক্রামক ও বিসংক্রামক—এ শ্রেণী দুটি বিসংবাদী ঠিক, কিন্তু সর্বগ্রাহী নয়। এমন সম্বন্ধ আছে যা সংক্রামকও নয়, আবার বিসংক্রামকও নয়। তার মানে

কোনো কোনো সম্বন্ধ এমন যে

যদি সম্বন্ধটি A আর B-এর মধ্যে খাটে, এবং B-আর C-এর মধ্যে খাটে

তাহলে কখনও কখনও তা A আর C-এর মধ্যে খাটে, আবার কখনও তা A আর C-এর মধ্যে খাটে না।

এ রকম সম্বন্ধকে বলে অসংক্রামক সম্বন্ধ।

উদাহরণ

unequal to, different from, friend of, loves, praises

CENTRAL LIBRARY

এসব অসংক্রামক সম্বন্ধ। unequal to সম্বন্ধটি নাও। দেখ

2 is unequal to 3

3 is unequal to 2+2

এ ক্ষেত্রে বলা যায়, সুতরাং

2 is unequal to 2+2

কিন্তু

2 is unequal to 3

3 is unequal to 1+1

—এ ক্ষেত্রে কিন্তু বলা যায় না, সুতরাং

2 is unequal to 1+1

৬.৪ স্বসম্বন্ধক, স্ব-অসম্বন্ধক ও অ-স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ

আর একদিক থেকে সম্বন্ধকে

স্বসম্বন্ধক (reflexive)

স্ব-অসম্বন্ধক (irreflexive)

অ-স্বসম্বন্ধক (non-reflexive)

এ তিন শ্রেণীতে ভাগ করা হয়।

(i) স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ

যে সম্বন্ধ এমন যে

যদি কোনো বস্তু A-এর সঙ্গে অন্য বস্তুর B-এর এ সম্বন্ধ থাকে, তাহলে A-এর নিজের সঙ্গে নিজেরও-এ সম্বন্ধ থাকে

তাকে বলে স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ।

উদাহরণ

identical with, similar to, implies, includes, is included in, coextensive with

has the same weight as, is of the same size as, is the same age as

এসব স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ। দেখ,

A is identical with B.

যদি সত্য হয় তাহলে এ কথাও সত্য যে

A is identical with A

(ii) স্ব-অসম্বন্ধক সম্বন্ধ

যে সম্বন্ধ এমন যে

কোনো বস্তুর নিজের সঙ্গে নিজের এ সম্বন্ধ থাকতে পারে না

তাকে বলে স্ব-অসম্বন্ধক সম্বন্ধ।

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ

greater than, older than, taller than, father of, son of, husband of, wife of, precedes, to the left of, to the north of

contradictory of, different from, married to, cousin of, spouse of, brother or sister of

লক্ষণীয়, প্রথম গুচ্ছের উদাহরণগুলি সব বিষমমুখী [বস্তুত পৃঃ ১০৪-এতে বিষমমুখী সম্বন্ধের যে সব উদাহরণ দেওয়া হয়েছে তার সবগুলি এখানে পুনরাবৃত্তি করলাম।] দ্বিতীয় গুচ্ছের দৃষ্টান্তগুলি সমমুখী। তবে সমমুখী সম্বন্ধমাত্রই স্ব-অসম্বন্ধক নয়, যেমন নয়

identical with, equal to

[এসব সমমুখী কিন্তু স্ব-অসম্বন্ধক নয়; স্বসম্বন্ধক]

(iii) অ-স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ

স্ব-সম্বন্ধক ও স্ব-অসম্বন্ধক—এ শ্রেণী দুটি বিসংবাদী, কিন্তু সর্বগ্রাহী নয়। এমন সম্বন্ধ আছে যা স্ব-সম্বন্ধকও নয়, স্ব-অসম্বন্ধকও নয়। তার মানে

কোনো কোনো সম্বন্ধ এমন যে

কোনো বস্তু ও তার নিজের মধ্যে সম্বন্ধটি

কখনও কখনও খাটে

কখনও কখনও খাটে না;

এরকম সম্বন্ধকে বলা হয় অ-স্বসম্বন্ধক।

উদাহরণ

square of, praises, criticises, writes about

এসব অ-স্বসম্বন্ধক সম্বন্ধ। প্রথম উদাহরণটি নাও।

দেখ,

1 is the square of 1

কিন্তু

~(4 is the square of 4)

৬.৫ ব্যক্তি, সেট ও সেটের সম্বন্ধ

আমরা এ চারটি সম্বন্ধের কথা বলেছি

[পৃঃ ৮৪, বিভাগ ৪.৪ দ্রষ্টব্য]

১) সভ্য-হওয়া (being a member)

২) যথার্থ-উপসেট-হওয়া (being a proper subset)

৩) উপসেট-হওয়া (being a subset)

৪) অভিন্ন-হওয়া (being equal to / identical with)

CENTRAL LIBRARY

এখন আমরা সম্বন্ধের বিভিন্ন ধর্মের সঙ্গে পরিচিত হয়েছি। এসব ধর্ম বা বৈশিষ্ট্যের দিকে নজর রেখে সম্বন্ধগুলির স্বরূপ ব্যাখ্যা করা বা এদের একটির সঙ্গে অন্যটি পার্থক্য করা সহজ।

৬.৫.১ সভ্য-হওয়া, অভিন্ন-হওয়া

এ দু রকম সম্বন্ধের মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে।

প্রথমত, অভিন্নতা সম্বন্ধ স্বসম্বন্ধক কিন্তু '$\in$' যে সম্বন্ধ বোঝায় তা অ-সম্বন্ধক। মানে

$$A = A$$

কিন্তু বলা যায় না

$$A \in A$$

দ্বিতীয়ত, অভিন্নতা সমমুখী, কিন্তু সভ্য-হওয়া সমমুখী সম্বন্ধ নয়, মানে

$$A = B \rightarrow B = A \qquad [\text{বা } A = B \leftrightarrow B = A]$$

কিন্তু বলা যায় না

$$A \in B \rightarrow B \in A$$

উদাহরণ

$$2 \in \{1, 2\}$$

কিন্তু $\{1, 2\} \notin 2$

এখানে A একটি ব্যক্তি : 2। নিম্নোক্ত উদাহরণে A, B-এদের উভয়ই সেট

$$A = \{1\} \qquad B = \{\{1\}, 2\}$$

এখন

$$\{1\} \in \{\{1\}, 2\}$$

কিন্তু $\{\{1\}, 2\} \notin \{1\}$

তৃতীয়ত, অভিন্নতা সংক্রামক সম্বন্ধ, কিন্তু সভ্য-হওয়া সংক্রামক নয়। মানে

$$(A = B \,.\, B = C) \rightarrow A = C$$

কিন্তু বলা যাবে না

$$(A \in B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$$

উদাহরণ

$$2 \in \{1, 2\}$$
$$\{1, 2\} \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$$

কিন্তু বলা যাবে না

$$2 \in \{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$$

দেখ, সর্বশেষ সেটটির দুটি মাত্র সভ্য : $\{1, 2\}$, $\{3, 4\}$ এবং এদের কোনোটি 2 নয়।

আর একটা উদাহরণ

$$A = \{1\} \qquad B = \{\{1\}\} \qquad C = \{\{\{1\}\}\}$$

CENTRAL LIBRARY

এখন

$$\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \in \{\{\{1\}\}\}$$

কিন্তু

$$\{1\} \notin \{\{\{1\}\}\}$$

দেখ, C-এর একটি মাত্র সভ্য : $\{\{1\}\}$, এবং এ নিঃসঙ্গ সভ্যটি অবশ্য $\{1\}$ থেকে ভিন্ন।

এত গেল গাণিতিক উদাহরণ। এবার সাধারণ ভাষা থেকে একটা উদাহরণ :

আমি ইস্টবেঙ্গল ক্লাবের সভ্য এবং ইস্টবেঙ্গল আন্তর্জাতিক ফুটবল এ্যাসোসিয়েশনের সভ্য।

কিন্তু এর থেকে এ কথা নিঃসৃত হয় না যে

আমি আন্তর্জাতিক ফুটবল এ্যাসোসিয়েশনের সভ্য।

এক কথায়,

$A * B \cdot B * C \rightarrow A * C$

এখানে "*"-এর জায়গায় যদি

'$\in$' বসাই তাহলে পাব একটা মিথ্যা বাক্য,

অপরপক্ষে, এখানে "*"-এর জায়গায় যদি

"$\subset$", "$\subseteq$", "$=$"-এদের কোনোটি বসাই তাহলে পাব সত্য বাক্য।

৬.৫.২ অন্তর্ভুক্তি

(i) অন্তর্ভূক্তি স্বসম্বন্ধক, মানে

$(A)\,(A \subseteq A)$

(ii) অন্তর্ভূক্তি সংক্রামক, মানে A, B, C যে সেটই হোক না কেন,

$(A \subseteq B \cdot B \subseteq C) \rightarrow A \subseteq C$

(iii) কিন্তু অন্তর্ভূক্তি সমমুখী নয়, মানে

এমন নয় যে

$A \subseteq B$

সত্য হলে

$B \subseteq A$

-ও সত্য হবে। প্রথমটি সত্য হলে দ্বিতীয়টি মিথ্যা হতে পারে [সত্যও হতে পারে]। উদাহরণ

$\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

সত্য, কিন্তু এ কথা সত্য নয় যে

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2\}$

[তবে $A \subseteq B$ হলে $B \subseteq A$ যে হতে পারে না তা নয়, A B-উভয়ই যদি অভিন্ন সেট হয় [ধর, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$] তাহলে বলা যাবে $A \subseteq B \cdot B \subseteq A$ [এ বাক্য সত্য]।

সভ্য-হওয়া, অন্তর্ভূক্তি, অভিন্নতা—এসব যে ভিন্ন ভিন্ন সম্বন্ধ তা দেখলাম। তবে কেবল সমমুখিতা

CENTRAL LIBRARY

ও সংক্রামকতা—এ ধর্মগুলি কোনো সম্বন্ধে বর্তায় কিনা তা বিচার করেই এদের পার্থক্য অনুমান করা যেত,* যেমন বলা যেত

> অন্তর্ভুক্তি ও অভিন্নতা ভিন্ন সম্বন্ধ, কেননা অভিন্নতা সমমুখী, অন্তর্ভুক্তি সমমুখী নয়
> অন্তর্ভুক্তি ও সভা-হওয়া ভিন্ন সম্বন্ধ, কেননা অন্তর্ভুক্তি হল সংক্রামক, সভা হওয়া সংক্রামক নয়
> অভিন্নতা ও সভা-হওয়া ভিন্ন, কেননা অভিন্নতা হল সমমুখী ও সংক্রামক, সভা-হওয়া সমমুখীও নয় সংক্রামকও নয়

এ যুক্তিগুলি "—কেননা—" আকারে ব্যক্ত না করে, "—সুতরাং—"-এর আকারে ব্যক্ত করা যেত। লক্ষণীয় এ যুক্তিগুলির পেছনে আছে এ যুক্তিবিধি, যার নাম Id ["Identity" থেকে "Id"]

Id

Fx
$\sim Fy$
$\therefore x \neq y$

প্রসঙ্গত, Id-এর আর একটি রূপ হল

Fx
$x = y$
$\therefore Fy$

৬.৬ আবার লাইবনিটস্-এর নিয়ম : Id

লাইবনিটস্-এর নিয়মটি আমরা নানাভাবে ব্যক্ত করেছি। ব্যবহারিক প্রয়োজনের দিকে নজর রেখে নিয়মটি এভাবে ব্যক্ত করা হয়েছে।

> If, in a certain context, a formula having the form of an equation, e.g. :
> $x = y$
> has been assumed or proved, then it is permissible to replace, in any formula or sentence occurring in this context, the left side of the equation by its right side, e.g. "x" by "y" and conversely. —Tarski

এ উক্তির বক্তব্য

> যদি কোনো প্রসঙ্গে প্রমাণিত হয়, বা ধরে নেওয়া হয়, যে
> $x = y$
> তাহলে ঐ প্রসঙ্গে যে কোনো বাক্যে [বা সমীকরণে] "x"-এর জায়গায় "y", আর "y"-এর জায়গায় "x" লেখা যাবে।

[লক্ষণীয় Id যুক্তিবিধির একটা রূপে ঠিক এ কথাই বলা হয়]।

* সপিস, পৃঃ ১৮১ : their distinction may be inferred simply from considering the question of symmetry and transitivity.

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ

উপপাদ্য : $(x = y \ \& \ y = z) \rightarrow x = z$

প্রমাণ

দেওয়া আছে $x = y$ ও $y = z$। এখন "$y = z$" এর "y"-এর জায়গায়, লাইবনিটস্-এর নিয়মের বলে, "x" বসাতে পারি; আর তাহলে পাব অনুকল্প "$x = z$"।

এ প্রমাণটা এভাবে লিখতে পারি

1.	$x = y \ . \ y = z$	
2.	$x = y$	1. Simp.
3.	$y = z$	1. Simp.
4.	$x = z$	3, 2 Leibnitz's Law [বা Id]
5.	$(x = y \ . \ y = z) \rightarrow x = y$	1—4 CP*

৬.৭ প্রমাণের কথা

প্রমাণের কথা যখন উঠল, আর একটু বিশদভাবে বলি। বাক্যযুক্তিবিজ্ঞান ও বিধেয় যুক্তিবিজ্ঞানের প্রমাণ পদ্ধতি সঙ্গে আমাদের পরিচয় আছে। সেটতত্ত্বে যে সব যৌক্তিক সত্য পাই ঐ পদ্ধতিতে তার প্রমাণ দেওয়া যায়। তবে আরও দু একটা সূত্র দরকার, দরকার কয়টি সংজ্ঞা বা যৌক্তিক সমার্থতা।

সংজ্ঞাগুলি আমরা লিখব সার্বিক মানক "(x)" বাদ দিয়ে। যদি আমরা ধরে নিই এ কথা : 'x' একটা খুশিমত নির্বাচিত সভ্য, একটা প্রতিভূ বা প্রতিনিধি সভ্য, তা হলে "(x)" বাদ দিলেও চলে। যেমন

$$(x)\,[x \in A \cap B \leftrightarrow (x \in A \ \& \ x \in B)]$$

এর বদলে, তাহলে, লিখতে পারি

$$x \in A \cap B \leftrightarrow (x \in A \ \& \ x \in B)$$

এবার কয়েকটা সমার্থতা সূত্র বা সংজ্ঞা সূত্র

$$x \in A \cap B \leftrightarrow (x \in A \ \& \ x \in B)$$

$$x \in A \cup B \leftrightarrow (x \in A \vee x \in B)$$

$$x \in A \ {\sim}B \leftrightarrow (x \in A \ \& \ x \notin B)$$

$$A \subseteq B \leftrightarrow (x \in A \rightarrow x \in B) \quad [\mathbf{Df} \subseteq \text{(definition of '}\subseteq\text{')}]$$

$$A \subset B \leftrightarrow (x \in A \rightarrow x \in B \ \& \ A \neq B)$$

$$A = B \leftrightarrow (x \in A \leftrightarrow x \in B)$$

উদাহরণ

উপপাদ্য $A \cap B = B \cap A$

---

* দ্রঃ অধ্যায় ৮।

CENTRAL LIBRARY

প্রমাণ

1.	$x \in A \,\&\, x \in B$	
2.	$x \in B \,\&\, x \in A$	1, Com.
3.	$x \in B \cap A$	2, Def. of $\cap$

উপপাদ্য $A \subseteq B \,\&\, B \subseteq C \rightarrow A \subseteq C$

[এ বাক্যের পূর্বকল্প থেকে অনুকল্প নিষ্কাশন করতে হবে।]

প্রমাণ

1.	$A \subseteq B \,\&\, B \subseteq C$	
2.	$x \in A \rightarrow x \in B \,\&\, x \in B \rightarrow x \in C$	1, Df $\subseteq$
3.	$x \in A \rightarrow x \in B$	2, Simp.
4.	$x \in B \rightarrow x \in C$	2, Simp.
5.	$x \in A \rightarrow x \in C$	3, 4 H.S.
6.	$A \subseteq C$	5 Df $\subseteq$

অনুশীলনী

৪৪. Which of the following statements are true (for all sets A, B and C)?
For each of the statements which is false give an example of particular sets A, B and C which show that the statement is not in general true.

(a) If $A = B$ and $B = C$, then $A = C$
(b) If $A \in B$ and $B \in C$, then $A \in C$
(c) If $A \subseteq B$ and $B \subseteq C$, then $A \subseteq C$
(d) If $A = B$ and $B \in C$, then $A \in C$
(e) If $A \in B$ and $B = C$, then $A \in C$
(f) If $A \in B$ and $B \subseteq C$, then $A \in C$
(g) If $A \subseteq B$ and $B \in C$, then $A \in C$
(h) If $A \subset B$ and $B \in C$, then $B \subset C$
(i) If $A \subset B$ and $B \subseteq C$, then $A \subset C$
(j) If $A \in B$ and $B \subset C$, then $A \in C$
(k) if $A \in B$ and $B \subset C$, then $A \subset C$. — Suppes

৪৫. নিম্নোক্ত বাক্যগুলির কোনগুলি সত্য?* যদি কোনো বাক্য মিথ্যা হয় তাহলে তার বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দাও।

(a) If $A \not\subseteq B$ and $B \not\subseteq C$, then $A \not\subseteq C$
(b) If $A \neq B$ and $B \neq C$, then $A \neq C$

* সত্য যে কোনো সেট A, B, C এর পক্ষে, true for all sets A, B and C

CENTRAL LIBRARY

(c) If $A \in B$ and $B \subsetneq C$, then $A \notin C$

(d) If $A \subset B$ and $B \subseteq C$, then $C \subsetneq A$

(e) If $A \subseteq B$ and $B \in C$, then $A \notin C$. — Stoll, Suppes*

৪৬. ব্যক্তি ও সেটের, আর সেট ও সেটের, মধ্যে কী কী সম্বন্ধ খাটে? উদাহরণ দিয়ে সম্বন্ধগুলি উল্লেখ কর।

৪৭. "$\in$" আর "$=$" এর পার্থক্য ব্যাখ্যা কর। উদাহরণ দিয়ে "$\in$" আর "$\subset$" পার্থক্য দেখাও।

৪৮. $\in$ ও অপরাপর সেট-সম্বন্ধের পার্থক্য কোথায়?

৪৯. "included in" সম্বন্ধটির বিভিন্ন রূপ দেখাও। উদাহরণ দিয়ে এদের পার্থক্য দেখিয়ে দাও।

৫০. নিম্নোক্ত [informal] যুক্তিগুলির বৈধতা বিচার কর :

$A \subseteq B \therefore A \subset B$

$A \subset B \therefore A \subseteq B$

$A = B \therefore A \subset B$

$A = B \therefore A \subseteq B$

$A \subseteq B \therefore A = B$

৫১. Give an example of two sets A and B such that A is both a member of B and a subset of B.

৫২. Give an example of sets A, B, C, D satisfying the conditions

$A \subset B$

$B \in C$

$C \subset D$

$D = E$. — Suppes

* সুপিস-এতে ঠিক এ কথাটি বাকাই আছে একটি অনুশীলনীতে। তবে বাকাগুলি লেখা '&' আর '→' দিয়ে—যথা : $A \notin B \,\&\, B \notin C \rightarrow A \notin C$

৭

কয়েকটি প্রশ্নের উত্তর

[(৪), (৫), (৬) ইত্যাদি অনুশীলনী সংখ্যা বোঝাচ্ছে।]

(৪) পৃঃ ৪৬ দেখ।

(৫) পৃঃ ৪৪ দেখ।

(৬) পৃঃ ৪৮, ১১১ দেখ।

(৭)

আংশিক উত্তর

(ii) $\sim(A \cup B) = V \sim(A \cup B)$

$= \{1, 2, 3\} \sim[\{1, 2\} \cup \{2, 3\}]$

$= \{1, 2, 3\} \sim \{1, 2, 3\}$

$= \Lambda$

(৮)

আংশিক উত্তর

সপ্তম পদটি নিলাম : $\sim A \sim(\sim B)$

$\sim A = V \sim A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \sim \{1, 2\}$

$= \{3, 4, 5\}$

$\sim B = V \sim B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \sim \{2, 3\}$

$= \{1, 4, 5\}$

$\sim A \sim(\sim B) = \{3, 4, 5\} \sim \{1, 4, 5\}$

$= \{3\}$

[দেখ, যদি DN সূত্র প্রয়োগ করতাম—যদিও এখানে তা প্রয়োগ করার কথা নয়*—তাহলে পেতাম এ ফল : $\sim AB$ বা $\sim A \cap B$। আর তাহলে সেটটি উদ্ধার করতাম এভাবে

$[V \sim A = \{3, 4, 5\}]$

$\sim A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{2, 3\}$

* কেননা DN সূত্র এখনও উত্থাপন করা হয় নি, বা সেট প্রসঙ্গে প্রমাণ করা হয় নি।

CENTRAL LIBRARY

= {3}

এবং পেতাম একই সেট {3}।]

(৯)

আংশিক উত্তর

V = সব ধন পূর্ণসংখ্যার সেট

A = সব যুগ্ম ধন পূর্ণসংখ্যার সেট

B = সব অযুগ্ম ধন পূর্ণসংখ্যার সেট

তাহলে

(a) [V থেকে A বাদ দিলে থাকবে : সব অযুগ্ম ধন সংখ্যার* সেট, মানে B। অর্থাৎ ~A=B। কষে দেখাও—সংখ্যাগুলি নিয়ে বিয়োগ করে দেখাও যে ~A = {1, 3, 5, 6..... সব অন্য সব অযুগ্ম সংখ্যা}]

(b) [এটা সহজবোধ্য যে A ∪ B = V আর V ~V = Λ, কাজেই ~(A ∪ B) = Λ। কষে দেখাও।]

(c) [এটাও সহজবোধ্য যে এখানে A ∩ B = Λ—A আর B-এর মধ্যে কিছুই common নেই। V ~Λ = V; মানে ~(A ∩ B) = V । কষে দেখাও]

(k) A ~(~C ∪ D)

~C = V~C = {1, 2, 3.....অন্যান্য সব ধনসংখ্যা}

~{11, 12, 13.....অন্য সব ধনসংখ্যা}

= {1, 2, 3.....10}

~C ∪ D = {1, 2, 3.....10} ∪ {1, 2.....14}

= {1, 2, 3.....14}

A ~ (~C ∪ D) = {2, 4, 6, 8.....অন্য সব যুগ্ম ধনসংখ্যা}

~ {1, 2, 3.....14}

= {16, 18, 20.....অন্য সব যুগ্ম ধনসংখ্যা}

টীকা : এ প্রশ্নের উত্তর দেবার আগে A, B, C, D-এর যে বর্ণনা দেওয়া আছে সে বর্ণনা অনুসারে সেটগুলির উপাদানগুলি স্পষ্টভাবে লিখে নাও। মানে, লিখে নেবে

V = {1, 2, 3, 4..... অন্য সব ধনসংখ্যা}

A = {2, 4, 6, 8..... অন্য সব যুগ্মসংখ্যা}

B = {1, 3, 5, 7..... অন্য সব অযুগ্ম সংখ্যা}

C = {11, 12, 13, 14.....অন্য সব ধনসংখ্যা}

D = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}

* সংখ্যা বলতে আমরা এ বইতে বুঝব পূর্ণসংখ্যা, integers।

CENTRAL LIBRARY

(১১)

আংশিক উত্তর

(a) A ~B-এতে থাকবে এমন উপকরণ যা A-তে আছে, B-এতে নেই। এখন, A = {1, 2, 3, 4} A-এর 2, 4 B-এতেও আছে [2, 4 ∈ B]। কাজেই A থেকে 2, 4 বাদ দিতে হবে। তাহলে থাকবে : 1, 3। সুতরাং A ~B = {1, 3}।

অঙ্কটা এভাবে কষবে

$$A \sim B = \{1, 2, 3, 4\} \sim \{2, 4, 6, 8\}$$
$$= \{1, \cancel{2}, 3, \cancel{4}\}$$
$$= \{1, 3\}$$

উত্তর লিখতে এভাবে কেটে দেবার চিহ্ন [/] না দেওয়াই ভাল। তবে এ রকম কাটাকাটির দাগ থাকলেই বা কী ক্ষতি?

Hints : যদি কোনো সেট L থেকে M বিয়োগ কমতে চাও তাহলে যা L আর M-এর মধ্যে সমভাবে বর্তমান, common, তা L থেকে কেটে দাও। Common উপকরণ কেটে দিয়ে বামধারের সেটে, L-এতে, যা থাকে তা রেখে দিলে পারে বিয়োগফল L ~M। এবার নাও (b) : C ~A*।

(b) C ~A

আমরা চাই এমন উপকরণ যা C-এতে আছে A-এতে নেই। C-এর 3, 4 A-এতেও আছে [3, 4 ∈ A]। কাজেই C থেকে 3, 4 বাদ দিতে হবে। আর তাহলে পাব : {5, 6}। উত্তরটা এভাবে কষে নেবে

$$C \sim A = \{3, 4, 5, 6\} \sim \{1, 2, 3, 4\}$$
$$= \{\cancel{3}, \cancel{4}, 5, 6\}$$
$$= \{5, 6\}$$

বা এভাবে [কাটাকাটি না করে]

$$C \sim A = \{3, 4, 5, 6\} \sim \{1, 2, 3, 4\}$$
$$= \{5, 6\}$$

[কথাটা আমরা এভাবেও শুরু করতে পারতাম : C-এর যে উপকরণ A-তে নেই তা হল 5, 6। সুতরাং C ~A = {5, 6}]

(c) $B \sim C = \{2, 4, 6, 8\} \sim \{3, 4, 5, 6\}$
$= \{2, \cancel{4}, \cancel{6}, 8\}$
$= \{2, 8\}$

(d) B ~A

$$B \sim A = \{2, 4, 6, 8\} \sim \{1, 2, 3, 4\}$$
$$= \{6, 8\}$$

---

* [বিয়োগকরণের ক্ষেত্রে] বামধারের সেট = যার থেকে কিছু, কোনো সেট, বিয়োগ করা হচ্ছে, বিয়োজ্য minuend, আর ডানধারের সেট = যা বিয়োগ করা হচ্ছে তা, সে সেট, বিয়োজক, subtrahend।

CENTRAL LIBRARY

টীকা : Common element বাদ দেবার পর, ডানধারের সেটে, subtrahend-এতে*, যা উদ্বৃত্ত থাকল তা নিয়ে কী করব? তা বর্জনীয়, সমগ্র subtrahend বর্জনীয়। Common element বাদ দেবার পর বামধারের সেটে, minuend-এতে* যা যাকে তাই—সে সেটই—হল বিয়োগফল [তাই, বজায় রাখতে হবে]। যেমন

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \sim \{6, 7, 8, 9, 10\}$$
$$= \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

ডানধারের সেটের 7, 8, 9, 10 কোনো কাজে লাগল না। বামধারের সেটে, বাদ দেবার পর, কী থাকল তাই আসল কথা, তাদের নিয়েই বিয়োগফল।

আর L ~Mএর বেলায় কোনো common element না থাকলে, L অক্ষুণ্ণ অপরিবর্তিত থাকবে। যথা

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{4, 5, 6\}$$
$$A \sim B = \{1, 2, 3\} \sim \{4, 5, 6\}$$
$$= \{1, 2, 3\}$$

$A \cap B$ আর $A \sim B$ -এর পার্থক্য

$A \cap B$-এতে থাকবে A আর B-এর মধ্যে যা common। আর $A \sim B$ বা $A \cap \sim B$-এর মধ্যে থাকে A-এর uncommon elements—যা কেবল A-তেই আছে, B-তে নেই। লক্ষ করছ কি

$$\mathbf{A \sim B = A \cap \sim B ?}$$

(১৩)

[এদের সঙ্গে তুলনীয় যথাক্রমে গণিতের

(A) $a \times o$, (B) $a + o$, (C) $a - o$ (D) $o - a$

এ ক্ষেত্রে পাই

(A') $a \times o = o$, (B') $a + o = a$, (C') $a - o = a$ (D') $o - a = o$

অনুরূপভাবে

(a) $A \cap \Lambda$ (b) $A \cup \Lambda$ (c) $A \sim \Lambda$ (d) $\Lambda \sim A$

থেকে পাই]

[উত্তর :]

(a') $A \cap \Lambda = \Lambda$

(b') $A \cup \Lambda = A$

(c') $A \sim \Lambda = A$

(d') $\Lambda \sim A = \Lambda$

* পূর্ববর্তী পৃষ্ঠার পাদটীকা দ্রষ্টব্য।

CENTRAL LIBRARY

(১৪)

$\Lambda \cap \{\Lambda\} = \Lambda$ [I]

$\{\Lambda\} \cap \{\Lambda\} = \{\Lambda\}$ [II]

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \Lambda = \{\Lambda, \{\Lambda\}\}$ [III]

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \{\Lambda\} = \{\{\Lambda\}\}$ [IV]

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \{\{\Lambda\}\} = \{\Lambda\}$ [V]

I. লক্ষণীয়, প্রথম বাক্যে সংযোগী দুটির মধ্যে কোনো common element নেই—কোনো সভ্যই সমভাবে বর্তমান নয় [দ্বিতীয় সংযোগীর একটি সভ্য আছে, প্রথমটির নেই]। কাজেই এর থেকে পাব : $\{\}$ বা Λ।

II. দ্বিতীয় বাক্যটি বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানের

$(p \cdot p) \equiv p$-এর অনুরূপ

বা $A \cap A = A$-এর অনুরূপ

বা $a \times a = a$-এর অনুরূপ।

$a \times a = a$ [$= a; a^2$ নয়]

বা $a^2 = a$, বা $x^2 = x$

যুক্তিবিজ্ঞানে খাটে, বীজগণিতে খাটে না*। উক্ত নিয়মটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ। বুল্ বলেন

> the symbols of logic are subject to the special law
> $x^2 = x$

III. তৃতীয় বাক্যে কী বাদ যাবে? কিছু না, বাদ দেবার মত কিছু নেই [কেননা Λ-এর সভ্য নেই।] বিয়োজ্যটি, minuend টি, অক্ষুণ্ণ থাকবে।

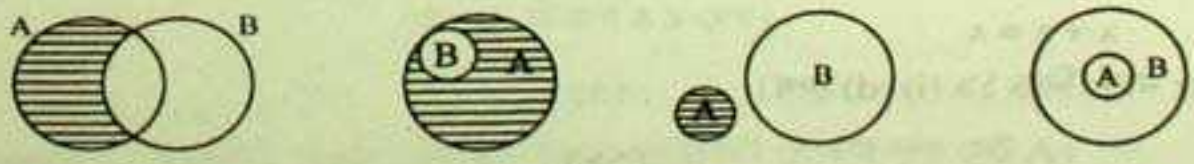
IV. চতুর্থটিতে কী বাদ গেল তা কাটাচিহ্ন দিয়ে দেখানো হল

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \{\Lambda\} = \{\not{\Lambda}, \{\Lambda\}\} = \{\{\Lambda\}\}$

V. অনুরূপভাবে

$\{\Lambda, \{\Lambda\}\} \sim \{\{\Lambda\}\} = \{\Lambda, \{\not{\Lambda}\}\} = \{\Lambda\}$

(১৫)



* খাটত [এ নিয়মও খাটত $a + a = a$] সে বীজগণিতে, 'of an Algebra in which the symbols x, y, z & c. admit indifferently of the values 0 and 1, and of these values alone (Boole)। এভাবেই সৃষ্টি বুলীয় বীজগণিতের (Boolean Algebra-এর)।

CENTRAL LIBRARY

(১৬)

আংশিক উত্তর

$A \cap C = \{1, 2\}$ $A \cap E = \{1\}$ $A \cap J = \Lambda$

(১৭)

আংশিক উত্তর

প্রথম স্তম্ভের সর্বশেষ পদটি : $\{A\} \cap B$

$\{A\} \cap B = \{\{1\}\} \cap \{1, \{1\}\} = \{\{1\}\}$

দ্বিতীয় স্তম্ভের সর্বশেষ পদটি : $(\{A\} \cup D) \cap (E \sim C)$

$\{A\} \cup D = \{\{1\}\} \cup \{1, 2, \{1\}\} = \{1, 2, \{1\}\}$

$E \sim C = \{1, \{1, \{1\}\}\} \sim \{1, 2\}$

$= \{\not{1}, \{1, \{1\}\}\}$

$= \{\{1, \{1\}\}\}$

কাজেই $(\{A\} \cup D) \cap (E \sim C) = \{1, 2\{1\}\} \cap \{\{1, \{1\}\}\} = \Lambda$

লক্ষণীয় $\{A\} \cup D$ আর $E \sim C$ এর মধ্যে কিছু common নেই, $E \sim C$-এর একটি মাত্র সভ্য, যা $\{A\} \cup D$-এতে নেই।

(১৮)

আংশিক উত্তর

(a) $A \cap B$: A, B-এর মধ্যে সমভাবে বর্তমান [মানে, উভয়েতেই আছে] : 2, 4

$\therefore A \cap B = \{2, 4\}$ [কষে দেখাও]।

(b) $B \cap B = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$

মন্তব্য : কেবল প্রদত্ত B-এর বেলায় নয়। যে কোনো সেট B সম্পর্কে, L সম্পর্কে, M সম্পর্কেই খাটে এ সূত্র

$B \cap B = B$ $L \cap L = L$ $M \cap M = M$

(১৪)-এর II দেখ। সেখানে বলা আছে বিখ্যাত বুলীয় সূত্র

$x^2 = x$

-এর কথা। অনুরূপভাবে $B \cup B = B$, $L \cup L = L$ ইত্যাদি। এক কথায়

$x + x = x$

[2x নয়]। নিচে ১৯ (i) (d) দেখ।

(১৯)

আংশিক উত্তর

(i) (d) $\{2, 4, 6, 8\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$

(ii) (a) $(A \cup B) \cup C$

CENTRAL LIBRARY

$(A \cup B) \cup C = (\{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 4, 6, 8\}) \cup \{3, 4, 5, 6\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\} \cup \{3, 4, 5, 6\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 5\}$

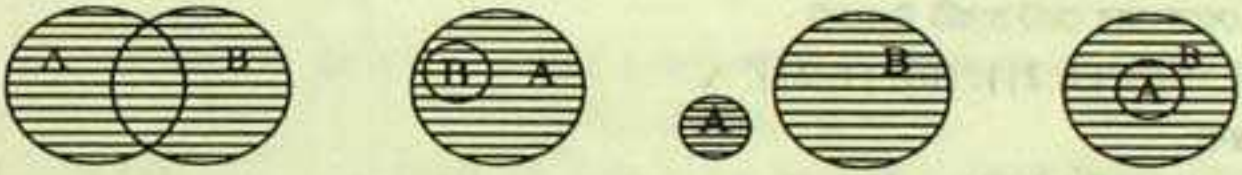
(b) $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4\} \cup (\{2, 4, 6, 8\} \cup \{3, 4, 5, 6\})$
$= \{1, 2, 3, 4\} \cup \{2, 4, 6, 8, 3, 5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 5\}$

[(a) (b) থেকে বোঝা গেল
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$]

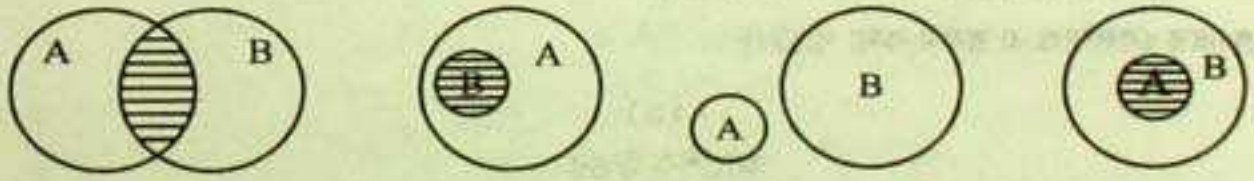
(২১)

আংশিক উত্তর

(i) $A \cup B$ রেখায়িত করতে হবে, মানে রেখায়িত করতে হবে A, B, অথবা A-এবং-B—যেখানে A আছে, অথবা B আছে, অথবা $A \cap B$ আছে। এক কথায় A-কে রেখায়িত করতে হবে, B-কেও রেখায়িত করতে হবে। প্রাসঙ্গিক এলাকা রেখায়িত করে পাই



(ii) $A \cap B$ রেখায়িত করতে হবে। মানে রেখায়িত হবে যেখানে যেখানে A-ও আছে B-ও আছে।



(২২)

পৃঃ ৬৫, বিভাগ ৩.৯ দেখ।

(২৩)

"empty", "void", "null" সমার্থক কথা—প্রত্যেকটি বোঝায় শূণ্য সেট Λ।
zero কিন্তু ভিন্ন, "zero" বোঝায় একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা।

(২৪)

প্রত্যেকটি প্রত্যেকটি থেকে ভিন্ন।

CENTRAL LIBRARY

Λ সেটে কোনো উপকরণ নেই—এটা শূণ্য সেট।

{0} একটি অশূণ্য সেট—এর একটি মাত্র সভ্য : 0 সংখ্যাটি

{Λ} একটি অশূণ্য সেট—এর একটি মাত্র সভ্য, শূণ্য-সেট; লক্ষণীয়, সভ্যটিও একটি সেট।

(২৫)

সম্ভাব্য উপসেটগুলি হল :

{x, y, z}, {y, z}, {x, z}, {x, y}, {x}, {y}, {z} এবং শূণ্য শ্রেণী Λ

তাহলে প্রদত্ত A-এর আটটি উপসেট।

(২৬)

সুপিস-এতে পৃঃ ১৮৪ দেখ।

(২৭)

B থেকে পাব মোট আটটি উপসেট :

{0, 1, 2}, {0, 1}, {0, 2}, {1, 2}, {0}, {1}, {2}, Λ

(২৮)

F থেকে পাব মোট চারটি উপসেট :

{0, {1, 2}}, {0}, {1, 2}}, Λ

মন্তব্য

যদি প্রশ্ন করা হত

What is the set of all possible subsets of F

তাহলে উক্ত উপসেটগুলি সংগ্রহ করে একটা '{ }'-এর আওতায় আনতে হত, লিখতে হত

{{0, {1, 2}}, {0}, {{1, 2}}, Λ}

[২৭-এর বেলায়ও এ রকম কথা খাটে।]

(২৯)

আংশিক উত্তর

সর্বশেষ বাক্য : H does not include D = D is not included in H = D $\not\subseteq$ H

(৩০)

এটা বোঝায় একটা সেট যার একটি মাত্র সভ্য : {2, 3}। লক্ষণীয় {2, 3} $\in$ {{2, 3}}; {2, 3} প্রদত্ত সেটের উপসেট নয়, এটা যদি উপসেট হত তাহলে এর সভ্য — 2, 3 — {{2, 3}}-এর সভ্য হত, মানে বলা যেত {2, 3} $\subseteq$ {{2, 3}}, কিন্তু 2, 3 প্রদত্ত সেটের সভ্য নয়। অবশ্যই প্রদত্ত সেটটি একটি সেটের সেট।

(৩১)

প্রথম ছত্রের ৩য়

CENTRAL LIBRARY

দ্বিতীয় ছত্রের ১ম, ২য়, ৩য়, আর

তৃতীয় ছত্র

—এ প্রতীকশৃঙ্খলগুলি বাক্য, বচন, বিবৃতি বা statement বলে গণ্য [অন্যগুলি নয়]।

(৩২)

$P \rightarrow P \leftrightarrow Q$: অশুদ্ধ—গ্রন্থনগত দ্ব্যর্থতা দোষে দুষ্ট।

$A \& B = C$: অশুদ্ধ। কেননা "&" পদযোজক নয়, বাক্যযোজক [আর A, B বাক্য নয়]

$x \in A \cup x \in B$: অশুদ্ধ। কেননা "∪" বাক্যযোজক নয়, পদযোজক [আর অবশ্যই $x \in A$, $x \in B$ — এসব পদ নয়]।

$A \rightarrow B$: অশুদ্ধ, কেননা "→" পদযোজক নয়, বাক্যযোজক [কিন্তু এখানে A, B হল পদ বা সেট]।

সর্বশেষ বাক্যটি অশুদ্ধ : কেননা "=" বাক্যযোজক নয়।

অন্য পদ বা বাক্যগুলি শুদ্ধ।

(৩৩)

(a) নির্ভুল।

(b) ভ্রান্ত। ⊂ প্রতীকটি প্রয়োগ করা যেতে পারে সেটবোধক প্রতীকের মধ্যে। এখানে r সেট নয়, r সভ্য, উপসেট নয়। $r \in M$, $r \not\subseteq M$।

(c) ভ্রান্ত। এখানে {r} M-এর সভ্য নয়, $\{r\} \notin M$। কিন্তু ∈ কেবল কোনো সেট ও তার সভ্যকে সম্বদ্ধ করতে পারে।

(d) নির্ভুল। {r} সেট হল M-এর উপসেট, $\{r\} \subset M$। আরও, সঠিকভাবে যথার্থ উপসেট।

(৩৫)

(1) $Y \subset X$: সত্য, কেননা Y-এর সব সভ্য X-এরও সভ্য, এবং X-এর আরও সভ্য আছে, মানে $Y \neq X$।

(2) $W \neq Z$: সত্য। $a \in Z$ কিন্তু $a \notin W$ ∴ $W \neq Z$

(3) $T \not\subset Y$: সত্য। কেননা, T-এর এমন সভ্য আছে যা Y-এর সভ্য নয়, $d \in T$ কিন্তু $d \notin Y$।

(4) $T \subset X$: মিথ্যা। কেননা, $d \in T$ কিন্তু $d \notin X$

(5) $X = W$: মিথ্যা। এ কথা মিথ্যা যে {a, b, c} = {c, d} লক্ষণীয় $a \in X$, কিন্তু $a \notin W$ [আবার $b \in X$, কিন্তু $b \notin W$]।

(6) $Y \not\subset Z$: মিথ্যা। Y-এর প্রত্যেক সভ্য Z-এর সভ্য, সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা [এখানে সত্য হল এর বিরুদ্ধ বাক্য : $Y \subset Z$]।

(7) $W \subset Y$: মিথ্যা। কেননা, $c \in W$, কিন্তু $c \notin Y$ [আবার $d \in W$, কিন্তু $d \notin Y$] সোজা কথায়, $\{c, d\} \subset \{a, b\}$—এ বাক্যটি মিথ্যা।

CENTRAL LIBRARY

(৩৬)

(1) ভ্রান্ত, (2) অভ্রান্ত, (3) অভ্রান্ত।

'A' অক্ষরটির জায়গায় জ্ঞাপিত সেটটি বসিয়ে পাব এ তিনটি বাক্য

(1) $\{4, 5\} \subset \{2, \{4, 5\}, 4\}$ [ভ্রান্ত (মিথ্যাও)]

(2) $\{4, 5\} \in \{2, \{4, 5\}, 4\}$ [অভ্রান্ত (সত্যও)]

(3) $\{\{4, 5\}\} \subset \{2, \{4, 5\}, 4\}$ [অভ্রান্ত (সত্যও)]

ব্যাখ্যা

(1') $5 \in \{4, 5\}$, কিন্তু $5 \notin A$। [A-এর তিনটি সভ্যের একটি $\{4, 5\}$, একক 5 নয় কিন্তু] [লক্ষ কর $5 \notin A$]

(2') A-এর তিনটি সভ্যের একটি $\{4, 5\}$ সুতরাং (2) অভ্রান্ত, [সত্যও বলতে পারতাম]।

(3') $\{\{4, 5\}\}$-এর একটি সভ্য $[\{4, 5\}]$ A-এরও সভ্য। সুতরাং $\{\{4, 5\}\}$ হল A-এর যথার্থ উপসেট $\{\{4, 5\}\} \subset A$।

(৩৭)

তিনটে বাক্যই ভ্রান্ত।

'E' যে সেটের নাম সে সেটটি 'E'-এর জায়গায় বসিয়ে পাই

(1') $5 \in \{2, \{4, 5\}, 4\}$

(2') $\{5\} \in \{2, \{4, 5\}, 4\}$

(3') $\{5\} \subset \{2, \{4, 5\}, 4\}$

এ প্রত্যেকটি বাক্যই ভ্রান্ত, [মিথ্যাও বলতে পারি]।

ব্যাখ্যা

(1') E-এর তিনটি সভ্য : 2, $\{4, 5\}$, 4; এদের মধ্যে কোথাও 5 নেই [আছে 4, 5 দিয়ে গঠিত সেট, আছে $\{4, 5\}$]।

(2') E-এর তিনটি সভ্যের কোনোটি $\{5\}$ নয়, সুতরাং $\{5\} \notin E$।

(3') $\{5\}$-এর যা সভ্য [মানে, 5] তা E-এর সভ্য নয়, কাজেই বলা যায় না যে $\{5\} \subset E$

(৩৯)

আংশিক উত্তর

পৃঃ ৯১, ৯৯, ১০১ দেখ।

(৯') $W \in -D$

যেখানে W = the set of works of Shakspeare

D = the set of things that can be read in a day

(১০') $T \in S$

CENTRAL LIBRARY

যেখানে T = the set of trees in the park
S = the set of things that makes think shade

(৪২)

পৃঃ ৯৭ বিভাগ ৫.৫ দেখ।

(৪৩)

পৃঃ ১০০ দেখ।

(৪৪)

(a) If A = B and B = C, then A = C

প্রদত্ত বাক্যটি সত্য, কেননা '=' সে সম্বন্ধ বোঝায় তা সংক্রামক (transitive)।

[এ বাক্যের সত্যতা এভাবেও, Id যুক্তিবিধির সাহায্য নিয়ে, প্রতিপাদন করা যায়

1.	A = B . B = C	
2.	A = B	1 Simp.
3.	B = C	1 Simp.
4.	A = C	1, 2 Id / 2, 1 Id*
5.	(A = B . B = C) → A = C	1—4 CP**]

(b) If A ∈ B and B ∈ C, then A ∈ C

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা, কেননা এমন হতে পারে যে, এ আকারের বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। নিম্নোক্ত বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত (counterexample) দিয়ে এ বাক্যের মিথ্যাত্ব প্রতিপাদন করা হল।

ধরা যাক,

$A = \{1\}$ $B = \{\{1\}, 2\}$ $C = \{\{\{1\}, 2\}\}$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$[\{1\} \in \{\{1\}, 2\} . \{\{1\}, 2\} \in \{\{\{1\}, 2\}\}] \rightarrow \{1\} \in \{\{\{1\}, 2\}\}$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য অনুকল্প মিথ্যা, সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা। [লক্ষণীয় C-এর একটি মাত্র সভ্য: $\{\{1\}, 2\}$; এবং $\{\{1\}, 2\} \neq \{1\}$।]

(c) If A ⊆ B and B ⊆ C, then A ⊆ C

প্রদত্ত বাক্যটি সত্য। কেননা '⊆' যে সম্বন্ধ বোঝায় তা সংক্রামক (transitive)। [এ বাক্যের সত্যতার অববোধী প্রমাণ :

1.	A ⊆ B . B ⊆ C	
2.	A ⊆ B	1, Simp.
3.	B ⊆ C	1, Simp.

* দ্রঃ পৃঃ ১১১।

** অধ্যায় ৮ দ্রষ্টব্য। C.P. অনেক সময় এভাবে লেখা হয়।

CENTRAL LIBRARY

4. $(x)(Ax \rightarrow Bx)$	2. Df $\subseteq$*
5. $(x)(Bx \rightarrow Cx)$	3. Df $\subseteq$
6. $Aa \rightarrow Ba$	4. UI
7. $Ba \rightarrow Ca$	5. UI
8. $Aa \rightarrow Ca$	6, 7. Hs.
9. $(x)(Ax \supset Cx)$	8. UG
10. $A \subseteq C$	9. Df $\subseteq$]

(d) If $A = B$ and $B \in C$, then $A \in C$

এ বাক্যটি সত্য। এ বাক্যের পূর্বকল্পের প্রথম সংযোগীতে বলা হয়েছে : $A = B$। এখন, দ্বিতীয় সংযোগী '$B \in C$' এর 'B'-এর জায়গায়, Id বিধি অনুসারে 'C' বসিয়ে পাই অনুকল্প : $A \in C$ [সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি সত্য।]

[এ কথাটাই একটা অবরোহের আকারে উত্থাপন করা হল।

1. $A = B \,.\, B \in C$	
2. $A = B$	1, Simp.
3. $B \in C$	1, Simp.
4. $A \in C$	3, 2, Id

5. $(A = B \,.\, B \in C) \rightarrow A \in C$ 1—4 CP]

(e) If $A \in B$ and $B = C$, then $A \in C$

প্রদত্ত বাক্যটি সত্য। এ বাক্যের পূর্বকল্পের দ্বিতীয় সংযোগীতে বলা হয়েছে : $B = C$; এখন, প্রথম সংযোগী '$A \in B$'-এর 'B'-এর জায়গায় Id বিধি অনুসারে 'C' বসিয়ে পাই অনুকল্প : $A \in C$। [সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি সত্য।]

[এ কথাটাই একটা অবরোহের আকারে উত্থাপন করা হল।

1. $A \in B \,.\, B = C$	
2. $A \in B$	1, Simp
3. $B = C$	1, Simp
4. $A \in C$	2, 3, Id

5. $(A \in B \,.\, B = C) \rightarrow A \in C$ 1—4 CP]

(f) If $A \in B$ and $B \subseteq C$, then $A \in C$

এ বাক্যটি সত্য। কেননা, এ বাক্যের কোনো দৃষ্টান্ত মিথ্যা—এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়।

* দ্রঃ পৃঃ ১১১।

CENTRAL LIBRARY

ধরা যাক,

$$A = \{1\} \qquad B = \{\{1\}\} \qquad C = \{\{1\}\}$$

তাহলে পাই এ বাক্যটি

$$[\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \subseteq \{\{!\}\}] \rightarrow \{1\} \in \{\{1\}\}$$

এ বাক্যটি মিথ্যা এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়, বলা হয়

$$[\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \subseteq \{\{1\}\}] .^{*} \{1\} \notin \{\{1\}\}$$

স্পষ্টতই এ বাক্যের তৃতীয় সংযোগীটি $[\{1\} \notin \{\{1\}\}]$ স্ববিরোধী, সুতরাং সমগ্র বাক্যটি স্ববিরোধী, সুতরাং মূল বাক্যটি স্বতসত্য, অতএব সত্য।

(g) If $A \subseteq B$ and $B \in C$, then $A \in C$

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা, কেননা এমন হতে পারে যে, এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। নিম্নোক্ত বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে এ বাক্যের মিথ্যাত্ব দেখানো হল। ধরা যাক,

$$A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{\{1, 2\}\}$$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$$[\{1\} \subseteq \{1, 2\} \cdot \{1, 2\} \in \{\{1, 2\}\}] \rightarrow \{1\} \in \{\{1, 2\}\}$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। সুতরাং এ বাক্যটি মিথ্যা, সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা।

(h) If $A \subset B$ and $B \in C$, then $B \subset C$

এ বাক্যটি মিথ্যা, কেননা এমন হতে পারে যে, এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে এ বাক্যের মিথ্যাত্ব দেখানো হল। ধরা যাক,

$$A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{\{1, 2\}\}$$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$$[\{1\} \subset \{1, 2\} \cdot \{1, 2\} \in \{\{1, 2,\}\}] \rightarrow \{1\} \subset \{\{1, 2,\}\}$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। সুতরাং এ বাক্যটি মিথ্যা, সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা।

(i) If $A \subset B$ and $B \subseteq C$, then $A \subset C$

এ বাক্যটি সত্য, কেননা এ বাক্যের কোনো দৃষ্টান্ত মিথ্যা এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়। ধর

$$A = \{1\} \quad B = \{1, 2\} \quad C = \{\{1, 2, 3\}\}$$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই এ বাক্যটি

$$[\{1\} \subset \{1, 2\} \cdot \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}] \rightarrow \{1\} \subset \{\{1, 2, 3\}$$

এ বাক্যটি মিথ্যা—এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়, বলা হয়

$$\{1\} \subset \{1, 2\} \cdot \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \cdot \{1\} \not\subset \{1, 2, 3\}$$

---

* মনে আছে তো '$p \supset q$'-এর নিষেধ হল : $p \cdot \sim q$?

CENTRAL LIBRARY

স্পষ্টতই এ বাক্যের তৃতীয় সংযোগীটি স্ববিরোধী, কেননা অবশ্যই $\{1\} \subset \{1, 2, 3\}$। সুতরাং সমগ্র বাক্যটি স্ববিরোধী, সুতরাং মূল বাক্যটি স্বতসত্য, অতএব সত্য।

(j) If $A \in B$ and $B \subset C$, then $A \in C$

প্রদত্ত বাক্যটি সত্য, কেননা এ আকারের বাক্যের কোনো দৃষ্টান্ত মিথ্যা—এ উক্তি করলে স্ববিরোধী কথা বলা হয়। ধরা যাক,

$$A = \{1\} \quad B = \{\{1\}\} \quad C = \{\{1\}, 2\}$$

তাহলে পাই এ বাক্যটি

$$[\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \subset \{\{1\}, 2\}\] \rightarrow \{1\} \in \{\{1\}, 2\}$$

এ বাক্যটি মিথ্যা—এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হল, বলা হয়

$$\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \subset \{\{1\}, 2\} \cdot \{1\} \notin \{\{1\}, 2\}$$

স্পষ্টতই এ বাক্যের তৃতীয় সংযোগীটি স্ববিরোধী। সুতরাং সমগ্র বাক্যটি স্ববিরোধী। সুতরাং মূল বাক্যটি স্বতসত্য, অতএব সত্য।

(k) If $A \in B$ and $B \subset C$, then $A \subset C$

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা, কেননা এমন হতে পারে যে, এ আকারের বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। নিম্নোক্ত বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে এ বাক্যের মিথ্যাত্ব দেখানো হল।

$$A = \{1\} \qquad B = \{\{1\}\} \qquad C = \{\{1\}, 2\}$$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$$[\{1\} \in \{\{1\}\} \cdot \{\{1\}\} \subset \{\{1\}, 2\}] \rightarrow \{1\} \subset \{\{1\}, 2\}$$

উক্ত বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। [দেখ, 1 C-এর সভ্য নয়, C-এর দুটো সভ্য : $\{1\}$, 2]। সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা।

(৪৫)

(a) $A \notin B \,\&\, B \notin C \rightarrow A \notin C$

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা। কেননা, এমন হতে পারে—এ রকম বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। একটা বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে আলোচ্য বাক্যের মিথ্যাত্ব দেখানো হল।

ধরা যাক,

$$A = \{1\} \qquad B = \{1, 2\} \qquad C = \{\{1\}\}$$

তাহলে উক্ত বাক্যের দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$$[\{1\} \notin \{1, 2\} \cdot \{1, 2\} \notin \{\{1\}\}] \rightarrow \{1\} \notin \{\{1\}\}$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা, সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা। সুতরাং মূল বাক্যটি মিথ্যা।

(b) $A \neq B \,\&\, B \neq C \rightarrow A \neq C$

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা। কেননা, এমন হতে পারে এ রকম বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। একটা বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে আলোচ্য বাক্যের মিথ্যাত্ব প্রদর্শন করা হল।

CENTRAL LIBRARY

ধরা যাক

$A = \{1\}$ $B = \{2\}$ $C = \{1\}$

তাহলে প্রদত্ত বাক্যের একটা দৃষ্টান্ত পেলাম এরূপ

$$[\{1\} \neq \{2\} \ \& \ \{2\} \neq \{1\}] \rightarrow \{1\} \neq \{1\}$$

স্পষ্টতই এ বাক্যের এ পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা। সুতরাং এ বাক্যটি যার দৃষ্টান্ত তা, মানে মূল বাক্যটি, মিথ্যা।

(a), (b) সম্পর্কে মন্তব্য : দুটো অভাববাচক বাক্য থেকে কিছুই বৈধভাবে নিঃসৃত হয় না।

(c) $A \in B \ \& \sim(B \subseteq C) \rightarrow A \notin C$

প্রদত্ত বাক্যটি মিথ্যা। কেননা, এমন হতে পারে—এ রকম বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা।

ধরা যাক

$A = \{1\}$ $B = \{\{1\}, 2\}$ $C = \{\{1\}, 3\}$

তাহলে প্রদত্ত বাক্যের একটা দৃষ্টান্ত হিসাবে পাই

$$[\{1\} \in \{\{1\}, 2\} \ \& \sim[\{\{1\}, 2\} \subseteq \{\{1\}, 3\}]] \rightarrow \{1\} \notin \{\{1\}, 3\}$$

এ দৃষ্টান্তের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা, সুতরাং বাক্যটি মিথ্যা, সুতরাং মূল বাক্যটি মিথ্যা।

(d) $A \subset B \ \& \ B \subseteq C \rightarrow \sim(C \subset A)$

এ বাক্যটি সত্য। কেননা, এ বাক্যের কোনো দৃষ্টান্ত মিথ্যা—এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়।

ধরা যাক

$A = \{1\}$ $B = \{1, 2\}$ $C = \{1, 2, 3\}$

তাহলে পাই এ বাক্যটি

$$\{1\} \subset \{1, 2\} \ \& \ \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \rightarrow \sim[\{1, 2, 3\} \subset \{1\}]$$

এ বাক্যটি মিথ্যা—এ কথা বললে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়, বলা হয়

$$\{1\} \subset \{1, 2\} \ \& \ \{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\} \ \& \ \{1, 2, 3\} \subset \{1\}$$

এখানে তৃতীয় সংযোগীটি মিথ্যা—কেবল মিথ্যা নয় ['$\subset$'-এর লক্ষণ অনুসারে] স্ববিরোধী। সুতরাং সমগ্র বাক্যটি স্ববিরোধী। সুতরাং মূল বাক্যটি স্বতসত্য, কাজেই সত্য।

(e) $A \subseteq B \ \& \ B \in C \rightarrow A \notin C$

এ বাক্যটি মিথ্যা। কেননা, এমন হতে পারে এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। নিম্নোক্ত বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত দিয়ে এ বাক্যের মিথ্যাত্ব দেখানো হল।

ধরা যাক

$A = \{1\}$ $B = \{1, 2\}$ $C = \{\{1, 2\}, \{1\}\}$

তাহলে পাই এ দৃষ্টান্তটি

$$\{1\} \subseteq \{1, 2\} \ \& \ \{1, 2\} \in \{\{1, 2\}, \{1\}\} \rightarrow \{1\} \notin \{\{1, 2\}, \{1\}\}$$

CENTRAL LIBRARY

এ দৃষ্টান্তের পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। [লক্ষণীয়, অনুকল্পে '{1}' হল '{{1, 2}, {1}}' সেটটির একটি সভ্য] সুতরাং দৃষ্টান্তটি মিথ্যা, সুতরাং মূল বাক্যটি মিথ্যা।

অনুশীলনী নির্দেশিকা

সুপিসের বইর কোন অনুশীলনী এ বইর কত সংখ্যক অনুশীলনী তা বলা হল নিচেকার সারণীতে।

Suppes pp. 182-183 Exercises	এ বইর অনুশীলনী	Suppes pp. 186-187 Exercises	এ বইর অনুশীলনী
1	৪৪	1	১২
2	৪৪	2	১৩
3	৫০	3	১৫
4	৪২	4	১৬
5	৪৩	5	১৪
6	৩৮	6	১৭
7	৪৫	7	৩৪

Suppes p. 188 Exercises	এ বইর অনুশীলনী	Suppes pp. 194-195 Exercises	এ বইর অনুশীলনী
1	৮	1	২
2	৯	2	৩

CENTRAL LIBRARY

"IP" ও "CP"

CENTRAL LIBRARY

৮

পরোক্ষ পদ্ধতি ও প্রাকল্পিক পদ্ধতি

৮.১ ভূমিকা : সংকেতলিপি সম্পর্কে

প্রথম ভাগে আমরা এসব সংক্ষেপক প্রতীক ব্যবহার করেছি

Not	and	or	if-then	if and only if
–	&	∨	→	↔

এখন ব্যবহার করব

~	.	∨	⊃	≡

কেন?

এ বইর শুরুতেই সংকেতলিপি সম্পর্কে দু একটা কথা বলে নেওয়া উচিত ছিল। কথাগুলি এখন বলছি। যোজক শব্দের সংক্ষেপক প্রতীক সম্পর্কে যুক্তিবিজ্ঞানীদের মধ্যে ঐকমত্য নেই। এক একজন এক এক রকম সংকেতলিপিতে লেখেন। বারকার, কোপি, জেফরি, কোয়াইন, সুপিস—এদের কথাই ধর না কেন। বিশেষ করে এদের কথা বলছি এ হেতু : এদের বইর সঙ্গে আমাদের পরিচয় থাকার কথা। এরা কে কোন যোজকের কী সাংকেতিক রূপ দেন তা নিচেকার সারণীতে দেখানো হল। [যার কথা বলবে, যার কোনো প্রশ্নের উত্তর দিতে যাবে, তার সাংকেতিক ভাষাতে বলাই ত ভাল।]

	Not	and	or	if-then	iff *
Barker	–	&	∨	⊃	≡
Copi	~	.	∨	⊃	≡
Jeffrey	–	&	∨	→	↔
Quine	–		∨	⊃	≡
Suppes	–	&	∨	→	↔

লক্ষণীয়, কোয়াইন-এর বেলায় "and"-এর ঘর ফাঁকা। তার হেতু, আমরা দেখব, তিনি সন্নিধি দিয়েই "and"এর কাজ সারেন; যেমন "p . q"-এর বদলে লেখেন : "pq"।

দেখা যাচ্ছে, এক "∨"-এর ব্যাপারেই ঐকমত্য আছে। আর কোপি ছাড়া সবাই "Not"/"It is not the case that"-এর সংক্ষেপক হিসাবে ড্যাস ব্যবহার করেন।

---

* iff = if and only if

CENTRAL LIBRARY

ঐতিহাসিক তথ্য

প্রসঙ্গত এদের ইতিহাস।

– : নিষেধ বোঝাতে "–"-এর প্রয়োগ চলে আসছে ইতালীয় গণিতবিদ্ পিয়েনো [G. Peano, 1853-1932] ও তার পূর্ববর্তী লেখকদের আমল থেকে।

~ : এটা হল ইংরেজি ছোট-হাতের 'n' অক্ষরটির দীর্ঘায়িত রূপ—লম্বালম্বি টেনে-লম্বা-করা 'n'। ১৯ শতকে এর প্রচলন ছিল। এটাকে সুপ্রতিষ্ঠিত করেন রাসেল (১৮৭২-১৯৭০) ও হোয়াইটহেড (১৮৬৯-১৯৪৭)।

মাত্রা : নিষেধ বোঝাতে মাত্রার, যেমন '–P' বা '~P'-এর বদলে 'P̄'-এর, ব্যবহার প্রচলন করেন মার্কিন যুক্তিবিজ্ঞানী ও দার্শনিক পার্স [C.S. Peirce, 1839-1914]।

& : এর নাম ampersand [sign]। এটার উৎস হচ্ছে হিলবার্ট [David Hilbert 1862-1943] -এর রচনা।

৮.২ যুক্তিবিধি

অবরোহী প্রমাণ পদ্ধতির সঙ্গে আমাদের সবাইর পরিচয় আছে। এ পদ্ধতি প্রয়োগ করতে গিয়ে আমরা নিম্নোক্ত ১৯টি যুক্তিবিধি প্রয়োগ করতে অভ্যস্ত।

যুক্তিবিধি I

Simp. [Simplification] $p \cdot q \therefore p$

Add. [Addition] $p \therefore p \vee q$

Conj. [Conjunction]* $p, q \therefore p \cdot q$

M.P. [Modus Ponens] $p \supset q, p \therefore q$

M.T. [Modus Tollens] $p \supset q, \sim q \therefore \sim p$

D.S. [Disjunctive Syllogism] $p \vee q, \sim p \therefore q$

H.S. [Hypothetical Syllogism] $p \supset q, q \supset r \therefore p \supset r$

C.D. [Constructive Dilemma] $(p \supset q), (r \supset s), p \vee r \therefore q \vee s$

D.D. [Destructive Dilemma] $(p \supset q) \cdot (r \supset s), \sim q \vee \sim s \therefore \sim p \vee \sim r$

যুক্তিবিধি II

রূপান্তর সূত্র

[এখানে একই ছত্রে লেখা বাক্য দুটি সমার্থক।]

D.N. [Double Negation]	$\sim\sim p$	p
Taut. [Tautology] **	$p \cdot p$	p
	$p \vee p$	p

* অনেকে এর পরিবর্তে লেখেন Adj. [Adjunction] [আমার অন্যান্য বইতে "Adj"-ই ব্যবহার করেছি]।

** অনেকে এর পরিবর্তে লেখেন Idem. [Idempotence] [আমার অন্যান্য বইতে "Idem" ই ব্যবহার করেছি]।

CENTRAL LIBRARY

Assoc. [Association]	$p . (q . r)$	$(p . q) . r$
	$p \vee (q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$
Com. [Commutation]	$p . q$	$q . p$
	$p \vee q$	$q \vee p$
De M. [De Morgan's Theorems]	$\sim(p . q)$	$\sim p \vee \sim q$
	$\sim(p \vee q)$	$\sim p . \sim q$
Dist. [Distribution]	$p . (q \vee r)$	$(p . q) \vee (p . r)$
	$p \vee (q . r)$	$(p \vee q) . (p \vee r)$
Trans. [Transposition]	$p \supset q$	$\sim q \supset \sim p$
Exp. [Exportation]	$(p . q) \supset r$	$p \supset (q \supset r)$
Impl. [Material Implication]	$p \supset q$	$\sim p \vee q$
Equiv. [Material Equivalence]	$p \equiv q$	$(p \supset q) . (q \supset p)$
	$p \equiv q$	$(p . q) \vee (\sim p . \sim q)$

কিন্তু এ যুক্তিবিধিগুলি দিয়ে সব [বৈধ] যুক্তির বৈধতা প্রমাণ করা যায় না। যেমন, কেবল উক্ত ১৯টি বিধি দিয়ে

$A \supset B \quad \therefore \quad A \supset (A . B)$

$A \quad \therefore \quad B \supset (B \vee C)$

$A \quad \therefore \quad B \vee (B \supset C)$

—এদের বৈধতা প্রমাণ করা যায় না। আরও দুটি বিধি বা নিয়মের দরকার। এ নিয়ম দুটি হল

C.P. নিয়ম, Rule of Conditional Proof

I.P. নিয়ম, Rule of Indirect Proof

এ নিয়ম দুটি প্রয়োগ করে দু রকম প্রমাণ পাই

C.P., Conditional Proof

I.P., Indirect Proof

৮.৩ C.P.

প্রথমে দুটি জানা সূত্র।

সূত্র I

কোনো যুক্তি বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে এর অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকটি * বৈধ।

* অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক = হেতুবাক্য নিয়ে [বা, একাধিক হেতুবাক্য থাকলে, এদের সংযোগ নিয়ে] '$\therefore$'-এর জায়গায় '$\supset$' লিখলে যে প্রাকল্পিক পাওয়া যায়

CENTRAL LIBRARY

মানে,

ব ∴ ভ

বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

ব ⊃ ভ

বৈধ বা স্বতসত্য।

উদাহরণ

A ⊃ B, A ∴ B

বৈধ, কেননা [সত্যসারণী বা resolution করলে দেখতে পাবে]

[(A ⊃ B) . A] ⊃ B

—এ প্রাকল্পিকটি স্বতসত্য বা বৈধ।

A ⊃ B, B ∴ A

অবৈধ, কেননা [সত্যসারণী বা resolution পদ্ধতি প্রয়োগ করলে দেখবে]

[(A ⊃ B) . B] ⊃ A

অবৈধ [স্বতসত্য নয়]।

সূত্র II : Exportation সূত্র

এ সূত্র অনুসারে

p ⊃ (q ⊃ r) সম (p . q) ⊃ r

এখন, C.P. [Conditional Proof]-এর পেছনে আছে এ দুটি সূত্র।

ধর, আমায় প্রমাণ করতে বললে

P ∴ A ⊃ Q *

[এখানে 'P' বোঝাচ্ছে একটা হেতুবাক্যসমষ্টি, যথা, 'A ⊃ B, B ⊃ C, C ⊃ Q']

আমি এটা প্রমাণ না করে, তার বদলে প্রমাণ করলাম

P, A ∴ Q [বা, P . A ∴ Q]

আপত্তি

আপত্তি করে বলতে পার

আমি ত 'P' থেকে 'A ⊃ Q' নিষ্কাশন করতে বলেছি। কিন্তু তা না করে, 'P, A' থেকে 'Q' নিষ্কাশন করা হল ['A'-কে একটা অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নিয়ে নেওয়া হল]।

এটা কেমন কথা? এটা কি ঠিক হল?

উত্তর

এর উত্তর হল এই :

P ∴ A ⊃ Q

প্রমাণ করা,** আর

---

* মানে, এর বৈধতা প্রমাণ করতে বললে

* মানে, এর বৈধতা প্রমাণ করা

CENTRAL LIBRARY

P, A ∴ Q [বা, P . A ∴ Q]

প্রমাণ করা একই কথা। কেননা

'P ∴ A ⊃ Q' বৈধ মানে * : 'P ⊃ (A ⊃ Q)' বৈধ

'P . A ∴ Q' বৈধ মানে * : '(P . A) ⊃ Q' বৈধ

সুতরাং

'P ∴ A ⊃ Q' বৈধ মানে *

'P . A ∴ Q' বৈধ

কথাটা এভাবে HS আকারে বলা যেত [উদ্ধৃতি চিহ্ন বাদ দিলাম]

যদি P ∴ A ⊃ Q বৈধ হয় তাহলে P ⊃ (A ⊃ Q) বৈধ

যদি P ⊃ (A ⊃ Q) বৈধ হয় তাহলে (P . A) ⊃ Q বৈধ

যদি (P . A) ⊃ Q বৈধ হয় তাহলে P . A ∴ Q বৈধ

∴ যদি P ∴ A ⊃ Q বৈধ হয় তাহলে P . A ∴ Q বৈধ।

কাজেই তোমায় যদি বলা হয়

P ∴ A ⊃ Q

-এর অবরোহী প্রমাণ দাও, তাহলে তার বদলে তুমি দিতে পার

P . A ∴ Q

এর অবরোহী প্রমাণ। শেষোক্ত প্রমাণের নাম C.P. [Conditional Proof]। তার মানে, C.P. নিয়ম এভাবে ব্যক্ত করতে পারি।

C.P. নিয়ম

(১) সিদ্ধান্তের পূর্বকল্প ** অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নিতে হবে, এবং

(২) বর্ধিত হেতুবাক্যসমষ্টি থেকে সাধারণ নিয়ম অনুসারে অনুকল্পটি নিষ্কাশন করতে হবে। এ কাজ যে করতে যাচ্ছি [C.P. নিয়ম প্রয়োগ করতে যাচ্ছি] তা বলতে হবে ভাষ্যে; বলতে পারি এভাবে।

ধর, এ যুক্তির C.P. গঠন করতে হবে

উদাহরণ ১ A ∴ B ⊃ (B ∨ C)

এটা 'P ∴ A ⊃ Q' আকারের দৃষ্টান্ত। এ আকারে

'P' এর জায়গায় : A

'A'-এর জায়গায় : B

'Q'-এর জায়গায় : B ∨ C

বসালে পাবে উক্ত যুক্তিটি [A ∴ B ⊃ (B ∨ C)]।

---

* এখানে "মানে"-এর জায়গায় পড়তে পার : যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে। তাহলে উদ্ধৃতি চিহ্ন বাদ দিতে হবে।

** [দরকার হলে] পর পর প্রত্যেকটি থেকে-যাওয়া পূর্বকল্প

CENTRAL LIBRARY

যুক্তি

$A \therefore B \supset (B \vee C)$

প্রমাণ

1. A	প্রদত্ত হেতুবাক্য [P]
2. B	অতিরিক্ত হেতুবাক্য। প্রদত্ত সিদ্ধান্তের পূর্বকল্প [A]
3. $B \vee C$	2 Add. প্রদত্ত সিদ্ধান্ত [Q]

সুতরাং 'A' থেকে '$B \supset (B \vee C)$' নিষ্কাশনযোগ্য।

তবে এ প্রমাণ আরও সংক্ষেপে এভাবে লেখা হয়।

যুক্তি

$A \therefore B \supset (B \vee C)$

প্রমাণ

1. A	/ $\therefore B \supset (B \vee C)$
2. B	/ $\therefore B \vee C$ (C.P.)
3. $B \vee C$	2 Add.

এখানে 2-এতে বলা হল : আমরা 'B' নিলাম অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে, এখন প্রমাণ করব '$B \vee C$' [প্রদত্ত সিদ্ধান্তের অনুকল্প]।

উদাহরণ ২

$A \vee \sim B . B \vee C \therefore \sim A \supset C$

প্রমাণ

1. $A \vee \sim B$	
2. $B \vee C$	/ $\therefore \sim A \supset C$
3. $\sim A$	/ $\therefore C$ (C.P.)
4. $\sim B$	1, 3, D.S.
5. C	2, 4, D.S.

ইচ্ছে করলে, এর পরের ছত্রে লিখতে পার

$\therefore \sim A \supset C$

উদাহরণ ৩

$A \supset (B \supset C), B \supset (C \supset D) \therefore A \supset (B \supset D)$

প্রমাণ

1. $A \supset (B \supset C)$	
2. $B \supset (C \supset D)$	/ $\therefore A \supset (B \supset D)$
3. A	/ $\therefore B \supset D$ (C.P.)
4. B	/ $\therefore D$ (C.P.)

CENTRAL LIBRARY

3-এতে বলা হল : আমি সিদ্ধান্তের পূর্বকল্প 'A' নিয়েছি, অনুকল্প 'B ⊃ D' নিষ্কাশন করব*। 4-এতে বলা হল : এখন সিদ্ধান্তের যে অংশ পড়ে থাকল [B ⊃ D] তার পূর্বকল্প নিলাম, অনুকল্প 'D' নিষ্কাশন করব।]

5. B ⊃ C 1, 3, M.P.
6. C ⊃ D 2, 4, M.P.
7. B ⊃ D 5, 6, H.S.
8. D 7, 4, M.P.

ধর, কোনো যুক্তির সিদ্ধান্ত হল

A ⊃ [B ⊃ (C ⊃ D)]

তাহলে অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে পরপর নিতে পারি : A, B, C। এবং তাহলে অবরোহটি এ আকার ধারণ করবে—কীভাবে ভাষ্য লিখতে হয় লক্ষ কর।

প্রদত্ত হেতুবাক্য	———	/ ∴ A ⊃ [(B ⊃ (C ⊃ D)]	
অতিরিক্ত হেতুবাক্য	A	/ ∴ B ⊃ (C ⊃ D)	(C.P.)
অতিরিক্ত হেতুবাক্য	B	/ ∴ C ⊃ D	(C.P.)
অতিরিক্ত হেতুবাক্য	C	/ ∴ D	(C.P.)

উদাহরণ ৪

1. W ⊃ R
2. W ∨ I
3. ~I ∨ ~B ∨ C ∨ L
4. ~(T . R) / ∴ T ⊃ [B ⊃ (~C ⊃ L)]
5. T / ∴ B ⊃ (~C ⊃ L) (C.P.)
6. B / ∴ ~C ⊃ L (C.P.)
7. ~C / ∴ L (C.P.)
..... সর্বশেষ প্রস্তাব : 1—7 থেকে 'L' নিষ্কাশন করা হবে।
n. L

বাকি অংশ নিজেরা কর; 1—7 থেকে 'L' নিষ্কাশন করা কঠিন নয়।**

উদাহরণ ৫

1. A ⊃ B
2. B ⊃ C / ∴ (C ⊃ D) ⊃ (A ⊃ D)

এখানে অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে কী নেবে—C? A? না, অবশ্যই নয়। এখানে সিদ্ধান্তের পূর্বকল্প হল 'C ⊃ D' ['C' নয়]। সুতরাং অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নিতে হবে [C.P. চাইলে] :

* বা বলা হল : 1, 2, 3 থেকে 'B ⊃ D' নিষ্কাশন করা যায়।

** যদি অনেক চেষ্টা করেও 'অঙ্কটা কষতে না পার তাহলে পৃঃ ১৪১ দেখবে; ওখানে বাকি অংশ কষে দেওয়া আছে।

CENTRAL LIBRARY

'C ⊃ D'। এটা নিয়ে নিলে বাকি থাকল 'A ⊃ D'। এর পূর্বকল্প 'A'-ও নিতে পারি অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে। তার মানে এভাবে অগ্রসর হতে পারি।

3. C ⊃ D / ∴ A ⊃ D (C.P.)
4. A / ∴ D (C.P.)

অবরোহটি নিজেরা সম্পূর্ণ কর।

উদাহরণ ৬

1. A ⊃ B / ∴ (B ⊃ C) ⊃ {(C ⊃ D) ⊃ [(D ⊃ E) ⊃ (A ⊃ E)]}
2. B ⊃ C / ∴ (C ⊃ D) ⊃ [(D ⊃ E) ⊃ (A ⊃ E)] (C.P.)
3. C ⊃ D / ∴ (D ⊃ E) ⊃ (A ⊃ E) (C.P.)
4. D ⊃ E / ∴ A ⊃ E (C.P.)
5. A / ∴ E (C.P.)

"অঙ্ক"টা সোজা, নিজেরা কর।

C.P.-এর গুরুত্ব

উদাহরণ ৫, ৬ থেকে C.P.-এর গুরুত্ব বোঝা যাবে। C.P. নিয়ম ছাড়া এ যুক্তিগুলির বৈধতার অবরোহী প্রমাণ দিতে পারতে? না, পারতে না, যেমন পারতে না পৃঃ ১৩৫-এতে দেওয়া যুক্তিগুলির অবরোহী প্রমাণ দিতে।

তাছাড়া C.P. নিয়ম প্রয়োগ না করে অবরোহী প্রমাণ দেওয়া যেখানে সম্ভব সেখানেও, এ নিয়মের প্রয়োগ অবরোহণ কর্মকে অনেক সহজ ও দ্রুততর করে।

উদাহরণ ৭

A ⊃ E, C ⊃ D / ∴ (A ∨ C) ⊃ (B ∨ D)

দেখ, C.P. বিধি প্রয়োগ না করলে যুক্তিটির প্রমাণ কী রূপ নেয়।

1. A ⊃ B
2. C ⊃ D / ∴ (A ∨ C) ⊃ (B ∨ D)
3. (A ⊃ B) ∨ D
4. (C ⊃ D) ∨ B
5. (–A ∨ B) ∨ D
6. (–C ∨ D) ∨ B
7. [(–A ∨ B) ∨ D] . [(–C ∨ D) ∨ B]
8. [–A ∨ (B ∨ D)] . [–C ∨ (D ∨ B)] 7 Assoc.
9. [–A ∨ (B ∨ D)] . [–C ∨ (B ∨ D)] 8, Com.
10. [(B ∨ D) ∨ -A] . [(B ∨ D) ∨ –C] 9, Com.
11. (B ∨ D) ∨ (–A . –C) 10, Dist.
12. (–A . –C) ∨ (B ∨ D) 11, Com.
13. ~~(–A . –C) ∨ (B ∨ D) 12, D.N.

CENTRAL LIBRARY

14. ~(~A . ~C) ⊃ (B ∨ D) 13, Impl.
15. (A ∨ C) ⊃ (B ∨ D) 14, De M.

এ "অঙ্ক"টি কষতে গিয়ে তোমায় অনেক মাথা ঘামাতে হয়েছে—কোন অক্ষর কোন বাক্যের সঙ্গে Add. করবে। এবার দেখ, C.P. বিধি প্রয়োগ করে নিমেষে যুক্তিটির বৈধতার প্রমাণ দেওয়া যায়।

1. A ⊃ B
2. C ⊃ D / ∴ (A ∨ C) ⊃ (B ∨ D)
3. A ∨ C / ∴ B ∨ D (C.P.)
4. (A ⊃ B) . (C ⊃ D) 1, 2, Conj.
5. B ∨ D 4, 3, C.D.

উদাহরণ ৪-এর বাকি অংশ

8. ~T ∨ ~R 4, DeM.
9. T ⊃ ~R 8 Impl.
10. ~R 9, 5 M.P.
11. ~W 1, 10 M.T.
12. I 2, 11 D.S.
13. ~I ∨ (~B ∨ C ∨ L) 3, Assoc.
14. I ⊃ (~B ∨ C ∨ L) 13, Impl.
15. ~B ∨ C ∨ L 14, 12 M.P.
16. ~B ∨ (C ∨ L) 15 Assoc.
17. B ⊃ (C ∨ L) 16, Impl.
18. C ∨ L 17, 6 M.P.
19. L 18, 7 D.S.

৮.৪ I.P.

এখন আমরা আর একটি প্রমাণ পদ্ধতির কথা বলছি। বলছি I.P.-এর [Indirect Proof-এর], পরোক্ষ পদ্ধতির, কথা। এ পদ্ধতির সন্ধান পাই "বৈধতা"র সংজ্ঞা থেকে। আমরা জানি

বৈধ যুক্তি = এমন যুক্তি যার হেতুবাক্য সত্য হলে সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে না।

কথাটা এভাবে বলা ভাল

কোনো যুক্তি বৈধ হবে যদি — এমন হতে পারে না যে, যুক্তিটির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।

এখানে

এমন হতে পারে না

কথাটি খুব গুরুত্বপূর্ণ, এর সঙ্গে

এমন নয় যে

তুলনা করলে এর গুরুত্ব বোঝা যাবে।

CENTRAL LIBRARY

ধরা যাক,

'রাম এসেছে'—সত্য

'শ্যাম এসেছে' [ও]—সত্য

তাহলে

রাম এসেছে [R]

∴ শ্যাম এসেছে [∴S]

—এ যুক্তির [আসলে অপযুক্তির] বেলায় বলা যায়

এমন নয় যে—এ যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, কিন্তু সিদ্ধান্ত মিথ্যা

কিন্তু তার দরুন কি বলা যাবে, যুক্তিটি বৈধ?

না, যাবে না। কেননা, এ কথা ঠিক

এমন নয় যে—'R' সত্য 'S' মিথ্যা

কিন্তু এ কথা বলা যাবে না :

এমন হতে পারে না যে 'R' সত্য, 'S' মিথ্যা।

কেননা, বস্তুত 'R' সত্য হলেও 'S' মিথ্যা হতে পারত। উপরোক্ত যুক্তির সঙ্গে তুলনা কর :

R . S ∴ S

—এ যুক্তির বেলায় বলা যায়

এমন হতে পারে না যে (বা পারত না যে) 'R . S' সত্য কিন্তু 'S' মিথ্যা।

কেন বলা যায়

এমন হতে পারে না যে—বা এমন হতে পারত না যে—?

যদি বলা হত : এমন হতে পারে যে—তাহলে কী দোষ হত? এর উত্তর থেকে বুঝতে পারব

এমন হতে পারে না

মানে কী। ধর, শেষোক্ত যুক্তির বেলায় কেউ বলল

এমন হতে পারে, পারত বা বস্তুত এমন যে, এ যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।

মানে, বলল এ কথা

R ও S সত্য, কিন্তু S মিথ্যা

মানে, বলল

R . S . ~S *

স্পষ্টতই এ উক্তি স্ববিরোধী।**

দেখা গেল, কোনো বৈধ যুক্তির বেলায় যদি বলা হয় যুক্তিটির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা তাহলে স্ববিরোধী উক্তি করা হয়। আর একটা উদাহরণ

---

* R . S সত্য, কিন্তু S মিথ্যা = R . S . ~S

** স্ববিরোধিতার আদর্শ আকার : p . ~p। এখন, এর সঙ্গে "." দিয়ে যা-ই যুক্ত করা হোক না কেন পাব স্ববিরোধী বাক্য যথা: q . p . ~p. p . ~p . r. p . ~p . (p ⊃ q). (p ∨ r). p . ~p

CENTRAL LIBRARY

$A \supset B$

A

$\therefore B$

বৈধ। যদি বলা হয় এ যুক্তি অবৈধ তাহলে এ উক্তি করা হয়

'$(A \supset B) . A$' — সত্য

'B' — মিথ্যা

মানে তাহলে বলা হয়

$(A \supset B) . A . \sim B$

এখন এটা একটা স্ববিরোধী উক্তি। তবে এখানে স্ববিরোধিতা আগের উদাহরণের মত এত স্পষ্ট নয়, কিছুটা প্রচ্ছন্ন। এর স্ববিরোধিতা স্পষ্ট করে নিচে দেখানো হল:

1.	$(A \supset B) . A . \sim B$	
2.	$(A \supset B) . (A . \sim B)$	1, Assoc.
3.	$(A \supset B) . (\sim \sim A . \sim B)$	2, D.N.
4.	$(A \supset B) . \sim (\sim A \vee B)$	3, DeM.
5.	$(A \supset B) . \sim (A \supset B)$	4, Impl.*

সত্যসারণী গঠন করেও '$A \supset B . A . \sim B$'-এর স্ববিরোধিতা দেখানো যেত। বাক্যটির সত্যসারণী গঠন করে দেখ; দেখবে ফলস্তম্ভে কেবল 'F' আসছে।

দেখা গেল, বৈধ যুক্তির যে লক্ষণ দেওয়া হয়েছিল [পৃঃ ১৩৫] তা এভাবে ব্যক্ত করা যায়।

> কোনো যুক্তি বৈধ হতে পারে যদি [এবং কেবল যদি] এমন হয় যে
> 'এর হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা'
> এ উক্তি করলে স্ববিরোধী কথা বলা হয়।

ধর,

'P' বোঝাচ্ছে হেতুবাক্য বা হেতুবাক্য সমষ্টি

'Q' বোঝাচ্ছে সিদ্ধান্ত

তাহলে বলতে পারি

$P \therefore Q$

বৈধ, যদি দেখানো যায় যে

'P' সত্য, 'Q' মিথ্যা'—এ উক্তি স্ববিরোধী।

কথাটা এভাবেও বলতে পারি

$P \therefore Q$

বৈধ বলে প্রমাণিত হবে যদি দেখানো যায় যে

---

* $\sim(p \supset q)$ সম $p . \sim q$ এ সূত্র প্রয়োগ করে দ্বিতীয় পর্বের '$A . \sim B$' থেকে পেতে পারতাম : $\sim(A \supset B)$

CENTRAL LIBRARY

'P . ~Q' স্ববিরোধী।

এটাই আলোচ্য নিয়মের, I.P. নিয়মের, ভিত্তি।

একটা উদাহরণ

উদাহরণ ১

$(A \supset B) . (C \supset D)$

$(B \vee D) \supset E$

$\sim E \quad / \therefore \sim(A \vee C)$

এ যুক্তির বৈধতা প্রমাণ করতে হবে I.P. নিয়ম প্রয়োগ করে।

প্রমাণ

1.	$(A \supset B) . (C \supset D)$	
2.	$(B \vee D) \supset E$	
3.	$\sim E \quad / \therefore \sim(A \vee C)$	
4.	$\sim\sim(A \vee C)$	I.P.
5.	$A \vee C$	4, D.N.
6.	$B \vee D$	1, 5, C.D.
7.	E	2, 6, M.P.
8.	$E . \sim E$	7, 3, Conj.

I.P. বিধি যে প্রয়োগ করা হল তা বোঝাবার জন্য অতিরিক্ত হেতুবাক্য [সিদ্ধান্তের নিষেধ]-এর ডান ধারে "I.P." কথাটা লেখা হল ভাষ্য হিসাবে। I.P. প্রয়োগ করলে সব সময় এ রকম ভাষ্য লিখতে হবে।

I.P. বিধির সাহায্য না নিলে অবরোহটি কী দীর্ঘাকার হত দেখ।

1.	$(A \supset B) . (C \supset D)$	
2.	$(B \vee D) \supset E$	
3.	$\sim E \quad / \therefore \sim(A \vee C)$	
4.	$\sim(B \vee D)$	2, 3, M.T.
5.	$\sim B . \sim D$	4, DeM.
6.	$\sim B$	5, Simp.
7.	$\sim D . \sim B$	5, Com.
8.	$\sim D$	7, Simp.
9.	$A \supset B$	1, Simp.
10.	$\sim A$	9, 6, M.T.
11.	$(C \supset D) . (A \supset B)$	1, Com.
12.	$C \supset D$	11, Simp.
13.	$\sim C$	12, 8, M.T.

CENTRAL LIBRARY

14. ~A . ~C 10, 13, Conj.
15. ~(A ∨ C) 14, DeM.

সিদ্ধান্তের নিষেধকে অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নিয়ে, স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করলে যে প্রমাণ পাই তাকে বলে I.P., Indirect Proof বা পরোক্ষ প্রমাণ। এ প্রমাণের পেছনে যে নিয়ম তার নাম I.P. বিধি/I.P. নিয়ম।

I.P. নিয়ম

P ∴ Q

-এর বৈধতা দেখানো হয়ে যায় যদি

P . ~Q

থেকে কোনো স্ববিরোধিতা [মানে স্ববিরোধী বাক্য] নিষ্কাশন করা হয়।

অনুজ্ঞার আকারে বলি, I.P. বিধি প্রয়োগ করতে হলে

(১) প্রদত্ত সিদ্ধান্তের নিষেধকে একটি অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নাও,

(২) বর্ধিত হেতুবাক্য সমষ্টি থেকে কোনো [যে কোনো] স্ববিরোধী বাক্য নিষ্কাশন কর।

এখানে "কোনো"-এর ওপর জোর দিয়ে পড়তে হবে : যেকোনো স্ববিরোধী বাক্য নিষ্কাশন করলেই চলবে। কেন, বল তো? উত্তর : কেননা

সব স্ববিরোধী বাক্যই সমার্থক

p . ~p, q . ~q, A . ~A, B . ~B, (p ⊃ q) . ~(p ⊃ q) এ সবই সমার্থক।

নিম্নোক্ত যুক্তিটি নাও।

S ∨ T ∨ ~C, F ⊃ C, ~T ∨ C, F ∴ S

এ যুক্তিতে চারটি অক্ষর : C, F, S, T। এ যুক্তিটির পরোক্ষ প্রমাণে আমরা

C . ~C, F . ~F, S . ~S, T . ~T

এ চারটি স্ববিরোধী বাক্যই নিষ্কাশন করে দিলাম।

উদাহরণ ২.১

1. S ∨ T ∨ ~C
2. F ⊃ C
3. ~T ∨ ~C
4. F / ∴ S
5. ~S I.P.
6. C 2, 4, M.P.
7. ~C ∨ ~T 3, Com.
8. C ⊃ ~T 7, Impl.
9. ~T 8, 6, M.P.
10. S ∨ (T ∨ ~C) 1, Assoc.

CENTRAL LIBRARY

11.	T ∨ ~C	10, 5, D.S.
12.	~C	11, 9, D.S.
13.	C . ~C	6, 12, Conj.

উদাহরণ ২.২

1.	S ∨ T ∨ ~C	
2.	F ⊃ C	
3.	~T ∨ ~C	
4.	F / ∴ S	
5.	~S	I.P.
6.	C	2, 4, M.P.
7.	~C ∨ ~T	3, Com.
8.	C ⊃ ~T	7, Impl.
9.	~T	8, 6, M.P.
10.	~T . C	9, 6, Conj.
11.	~T . ~ ~C	10 D.N.
12.	~(T ∨ ~C)	11, DeM.
13.	S ∨ (T ∨ ~C)	1, Assoc.
14.	(T ∨ ~C) ∨ S	13, Com.
15.	S	14, 12, D.S.
16.	S . ~S	15, 5, Conj.

উদাহরণ ২.৩

1.	S ∨ T ∨ ~C	
2.	F ⊃ C	
3.	~T ∨ ~C	
4.	F / ∴ S	
5.	~S	I.P.
6.	S ∨ (T ∨ ~C)	1, Assoc.
7.	T ∨ ~C	6, 5, D.S.
8.	~C ∨ T	7, Com.
9.	C ⊃ T	8, Impl.
10.	C	2, 4, M.P.
11.	T	9, 10, M.P.

CENTRAL LIBRARY

12. ~C ∨ ~T	3, Com.
13. C ⊃ ~T	12, Impl.
14. ~T	13, 10, M.P.
15. T . ~T	11, 14 Conj.

উদাহরণ ২.৪

1. S ∨ T ∨ ~C	
2. F ⊃ C	
3. ~T ∨ ~C	
4. F / ∴ S	
5. ~S	I.P.
6. S ∨ (T ∨ ~C)	
7. T ∨ ~C	
8. ~C ∨ T	
9. C ⊃ T	
10. T ⊃ ~C	3, Impl.
11. C ⊃ ~C	9, 10, H.S.
12. ~C ∨ ~C	11, Impl.
13. ~C	12, Taut.
14. ~F	2, 13, M.T.
15. F . ~F	4, 14 Conj.

উদাহরণ ৩

1. (D ∨ E) ⊃ (F ⊃ G)	
2. (~G ∨ H) ⊃ (D . F)	/ ∴ G
3. ~G	I.P.
4. ~G ∨ H	3, Add
5. D . F	2, 4, M.P.
6. D	
7. D ∨ E	
8. F ⊃ G	
9. F . D	
10. F	
11. G	
12. G . ~G	

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ ৪

1. $(M \vee N) \supset (O \cdot P)$
2. $(O \vee Q) \supset (\sim R \cdot S)$
3. $(R \vee T) \supset (M \cdot U)$ / ∴ $\sim R$
4. R I.P.
5. $R \vee T$
6. $M \cdot U$
7. M
8. $M \vee N$
9. $O \cdot P$
10. O
11. $O \vee Q$
12. $\sim R \cdot S$
13. $\sim R$
14. $R \cdot \sim R$

উদাহরণ ৫

1. $(V \supset \sim W) \cdot (X \supset Y)$
2. $(\sim W \supset Z) \cdot (Y \supset \sim A)$
3. $(Z \supset \sim B) \cdot (\sim A \supset C)$
4. $V \cdot X$ / ∴ $\sim B.C$
5. $\sim (\sim B \cdot C)$ I.P.
6. $\sim \sim B \vee \sim C$ 5 De M.
7. $\sim Z \vee \sim \sim A$ 3, 6, D. D.
8. $\sim\sim W \vee \sim Y$ 2, 7, D. D.
9. $\sim V \vee \sim X$ 1, 8, D. D.
10. $\sim(V.X)$ 9 De M.
11. $(V.X) . \sim (V.X)$ 4, 10, Conj

যদি I.P. বিধির সুযোগ না নিতাম তাহলে প্রদত্ত সিদ্ধান্তটি নিদ্ধাশন ভরতে একটা বিশাল অবরোহের দরকার হত— দরকার হত এ রকম একটা অবরোহ

1. $(V \supset \sim W) \cdot (X \supset Y)$
2. $(\sim W \supset Z) \cdot (y \supset \sim A)$
3. $(Z \supset \sim B) \cdot (\sim A \supset C)$
4. $V \cdot X$ / ∴ $\sim B.C$

CENTRAL LIBRARY

5. V
6. V ⊃ ~W
7. ~W
8. ~W ⊃ Z
9. Z
10. Z ⊃ ~B
11. ~B
12. (X ⊃ Y) . (Y ⊃ ~W) 1, Com.
13. X ⊃ Y
14. X . V 4, Com.
15. X
16. Y
17. (Y ⊃ ~A) . (~W ⊃ Z) 2, Com.
18. Y ⊃ ~A
19. ~A
20. (~A ⊃ C) . (Z ⊃ ~B) 3, Com.
21. ~A ⊃ C
22. C
23. ~B . C 11, 22, Conj.

৮.৫ I.P. অবরোহী পদ্ধতি বলে গণ্য হবে কেন?

অবরোহী পদ্ধতিতে [প্রদত্ত হেতুবাক্য থেকে] প্রদত্ত সিদ্ধান্ত নিষ্কাশন করা হয়। কিন্তু I.P.-এতে সিদ্ধান্ত নিষ্কাশন না করে, নিষ্কাশন করা হয় কোনো স্ববিরোধী বাক্য। প্রশ্ন ওঠে, তাহলে পরোক্ষ প্রমাণ অবরোহী পদ্ধতি বলে গণ্য হবে কেন? উত্তর : ইচ্ছা করলে আমরা প্রদত্ত সিদ্ধান্তটিও নিষ্কাশন করতে পারি। কেননা [কথাটা লক্ষ কর]

p . ~p

থেকে যে কোনো বাক্য নিষ্কাশন করা যায়। যেমন, মনে কর, ইচ্ছা হল 'z' নিষ্কাশন করব। তাহলে এভাবে অগ্রসর হতে পারি—Add., D.S.-এর সাহায্য নিয়ে।

১. p . ~p
২. p
৩. ~p . p
৪. ~p
৫. p ∨ z ৪, Add.
৬. z ৫, ৪, D.S.

CENTRAL LIBRARY

এ কায়দায় যে কোনো বাক্য নিষ্কাশন করতে পারি। ধর, খেয়াল হল 'p . ~p' থেকে

$A \supset (B \supset C)$

নিষ্কাশন করবে। তাহলে অবশ্যই এভাবে এগুতে হবে।

I.	p . ~p	
II.	p	
III.	~p . p	
IV.	~p	
V.	p ∨ [A ⊃ (B ⊃ C)]	II, Add.
VI.	A ⊃ (B ⊃ C)	V, IV, D.S.

দেখা গেল, Q যে বাক্যই হোক না কেন,

p
~p
∴ Q

বৈধ। বলতে পারি, এটাই I.P. যুক্তিবিধি। কথাটা আবার বলছি। এবং প্রসঙ্গত আর একটি বৈধ যুক্তি আকার উল্লেখ করছি।

৮.৬ p . ~p ∴ ——

যে যুক্তির হেতুবাক্য স্ববিরোধী* সে যুক্তি অবৈধ হতে পারে না

মানে, উক্ত আকারের যুক্তি

p . ~p ∴ ——

বৈধ [এখানে "——"-এর জায়গায় যে বাক্যই বসুক না কেন]। কেননা কোনো যুক্তিকে অবৈধ হতে হলে, এ শর্ত পূরণ হওয়া দরকার : এর হেতুবাক্য সত্য [ও সিদ্ধান্ত মিথ্যা]। কিন্তু হেতুবাক্য যদি মিথ্যা [স্ববিরোধী] হয় তাহলে এ শর্ত পূরণ হতে পারে না।

৮.৭ —— ∴ p ∨ ~p

আবার, এটাও সহজবোধ্য যে

—— ∴ p ∨ ~p

—এ আকার, বা এ আকারের যুক্তিমাত্রই, বৈধ [এখানে "——"-এর জায়গায় যা-ই বসুক না কেন]। কেননা কোনো যুক্তিকে অবৈধ হতে হলে: এমন হওয়ার দরকার : যুক্তিটির [হেতুবাক্য সত্য ও] সিদ্ধান্ত মিথ্যা। কিন্তু সিদ্ধান্ত যদি সত্য [স্বতসত্য] হয় তাহলে এ শর্ত পূরণ হতে পারে না।

৮.৮ I.P.-এর গুরুত্ব

দেখবে এ রকম যুক্তির বেলায় I.P. বিধি অপরিহার্য :

---

* পরোক্ষ প্রমাণে [বৈধ যুক্তির] সিদ্ধান্তের নিষেধকে অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নেওয়া হয়; ফলে হেতুবাক্যসমষ্টি হয়ে দাঁড়ায় স্ববিরোধী।

CENTRAL LIBRARY

A ∴ B ∨ –B

A ∴ B ∨ (B ⊃ C)

A .D.∴ B ⊃ (B ∨ C)

এ রকম যুক্তির বৈশিষ্ট্য :

(i) হেতুবাক্যের মধ্যে স্ববিরোধিতা নেই

(ii) সিদ্ধান্ত স্বতসত্য বাক্য [কাজেই যুক্তিগুলি বৈধ]

(iii) হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের মধ্যে প্রাসঙ্গিকতার সম্বন্ধ নেই [হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের মধ্যে কোনো common উপকরণ নেই]

I.P. বিধি ছাড়া * এ জাতীয় যুক্তির অবরোহী প্রমাণ দেওয়া যায় না। এখানেই I.P.-এর প্রয়োজন ও গুরুত্ব।

নিচে দ্বিতীয় যুক্তিটির প্রমাণ দিয়ে দেওয়া হল।

1. A / ∴ B ∨ (B ⊃ C)
2. ~ [B ∨ (B ⊃ C) I.P.
3. ~B . ~(B ⊃ C)
4. ~B
5. ~(B ⊃ C) . ~B
6. ~(B ⊃ C)
7. ~(~B ∨ C)
8. ~~B . ~C
9. B . ~C
10. B
11. B . ~B

11-এতে না এসে আমরা এভাবে প্রদত্ত সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারতাম।

10.1 B ∨ [B ∨ (B ⊃ C)] 10, Add.

10.2 B ∨ (B ⊃ C) 10.1, 4, D.S.

৮.৯ I.P. ও C.P.

যদি উক্তরূপ যুক্তির কথা ছেড়ে দিই [যেখানে I.P. বিধি অপরিহার্য] তাহলে বলতে পারি C.P. নিয়ম হাতে থাকলে I.P. নিয়মের দরকার হয় না।

কেন এ কথা বলছি দেখ।

* I.P. বিধি ছাড়াও প্রমাণ করা যায়, যদি অন্য কোনো যুক্তিবিধি, যথা Absorption বিধি, মেনে নেওয়া হয়, বা এ বিধি মেনে নেওয়া হয় : p ∴ q ∨ ~q [মানে, অবরোহের যে কোনো পর্বে যে কোনো সত্য বাক্য আমদানি করা যায়]।

CENTRAL LIBRARY

সিদ্ধান্ত প্রাকল্পিক বাক্য হলে তবেই C.P. বিধি প্রয়োগ করা যায়—এ কথা ঠিক। কিন্তু যে কোনো বাক্যকে প্রাকল্পিক আকারে রূপান্তরিত করা যায়। উদাহরণ হিসাবে নাও [অ-প্রাকল্পিক Q] এ বাক্যটি এভাবে প্রাকল্পিকে রূপান্তরিত করতে পারি

Q

$Q \vee Q$ [Taut.]

$\sim\sim Q \vee Q$ [D.N.]

$\sim Q \supset Q$ [Impl.]

সে রকম [সিদ্ধান্ত]

R সম $\sim R \supset R$

S সম $\sim S \supset S$

আরও সাধারণভাবে বলতে পারি

যে কোনো বাক্যের নিষেধ নিয়ে, ঐ নিষেধকে পূর্বকল্প করে আর মূল বাক্যকে অনুকল্প করে পাব মূল বাক্যটির সমার্থক প্রাকল্পিক বাক্য,

কাজেই,

p থেকে পাব সমার্থক প্রাকল্পিক : $\sim p \supset p$

q থেকে পাব সমার্থক প্রাকল্পিক : $\sim q \supset q$

এখন, আমরা দেখেছি

$P \therefore Q$ I

-এর I.P. রূপ হল

$P \,.\, \sim Q \therefore Q \,.\, \sim Q$ [বা যেকোনো স্ববিরোধী বাক্য]

বা

$P \,.\, \sim Q \therefore Q$ II

কেননা কোনো স্ববিরোধী বাক্য *থেকে যে কোনো বাক্য, সুতরাং Q-ও, নিষ্কাশন করা যায়।

এখন, I-এর

Q সম $\sim Q \supset Q$

কাজেই I-এর বদলে, এর বিকল্প হিসাবে, প্রমাণ করতে পারি

$P \therefore \sim Q \supset Q$ III

আর এটা ত C.P. বিধি দিয়ে প্রমাণ করা যায়। তাহলে II বাদ দিয়ে I-এর প্রমাণ দিতে পারি, III প্রমাণ করে। এ কথার মানে দাঁড়াচ্ছে I.P. এক প্রকারের C.P.।

* 'P ∴ Q' যদি বৈধ হয়, তাহলে 'p . ~q' স্ববিরোধী বা এর থেকে প্রকট স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করা যায়।

CENTRAL LIBRARY

একটা উদাহরণ

I.P.		C.P.	
1.	$A \supset B$	1.	$A \supset B$
2.	$B \supset C$	2.	$B \supset C$
3.	$C \supset D$	3.	$C \supset D$
4.	$A \quad / \therefore D$	4.	$A \quad / \therefore D$ বা $\sim D \supset D$
5.	$\sim D$ I.P.	5.	$\sim D \quad / \therefore D$ (C.P.)
6.	$\sim C$	6.	$\sim C$
7.	$\sim B$	7.	$\sim B$
8.	$\sim A$	8.	$\sim A$
9.	$A \cdot \sim A$	9.	$A \vee D$ 4, Add.
		10.	D 9, 8, D.S.

অনুশীলনী

এ অধ্যায় এবং পরবর্তী অধ্যায় দুটি Operational Logic-এর অংশ। এতে মুখ্যত এ আকারের প্রশ্ন থাকার কথা : অমুক পদ্ধতি প্রয়োগ করে—এটা প্রমাণ কর, ওটা প্রমাণ কর, এটার বা ওটার বৈধতা নির্ণয় কর। তবু আয়ত্তি অভীক্ষা (Comprehension Test) হিসাবে, কতকগুলি হ্রস্ব প্রয়োগার্থ (objective) প্রশ্ন যোগ করে দেওয়া হল।

I

৫৩. C.P. প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা প্রমাণ কর।

১. $(I \vee A) \supset [(S \vee K) \supset (\sim I \cdot Y)], (\sim I \vee \sim M) \supset E \therefore I \supset (S \supset E)$

২. $(S \supset T) \cdot (U \supset V), W \supset (S \vee U) \therefore W \supset (T \vee V)$

৩. $D \supset B, D \supset (B \supset W), B \supset (W \supset S) \therefore D \supset S$

৪. $K \supset [(L \vee M) \supset R], (R \vee S) \supset T \therefore K \supset (M \supset T)$

৫. $R \supset W, R \equiv T, S \therefore T \supset [W \cdot (\sim B \supset S)]$

CENTRAL LIBRARY

৬. $(P \supset \sim Q) . (Q \supset \sim R), S \supset Q \therefore S \supset (\sim P . \sim R)$

৭. $(P \vee Q) \supset R, (S \vee T) \supset [(A \vee B) \supset P] \therefore S \supset (A \supset R)$

৮. $(\sim A . \sim B) \vee (C . D) \therefore A \supset C$

৯. $\sim A \equiv \sim B, B \equiv C, A \therefore \sim C \supset D$

১০. $[A \supset (B . C)] . [B \supset (D . C)] \therefore (A \vee B) \supset C$

১১. $(\sim A \supset \sim B) \supset (C . D) . D \supset (C . E) \therefore A \supset E$

১২. $A \vee (D . E), A \supset (B . C) \therefore \sim D \supset C$

১৩. $(\sim A . B) \vee [(A . \sim C) \vee (D . E)] \therefore A \supset (C \supset E)$

১৪. $[A \supset (B \supset C)], [A \supset (C \supset B)], (C \equiv B) \supset \sim D \therefore A \supset \sim D$

১৫. $(A . B) \supset [C \supset (D . E)], \sim (B \supset D) \therefore A \supset \sim C$

৫৪. C.P. প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতার অবরোহী প্রমাণ দাও।

1. If you plant tulips then your garden will bloom early, and if you plant asters then your garden will bloom late. So if you plant either tulips or asters then your garden will bloom early or late.

2. If you plant tulips then your garden will bloom early and if you plant asters then your garden will bloom late. So if you plant both tulips and asters then your garden will bloom both early and late.

3. If we go to Europe then we tour Scandanavia. If we go to Europe then if we tour Scandanavia then we visit Norway. If we tour Scandanavia then if we visit Norway then we will take a trip on a fiord. Therefore if we go to Europe then we will take a trip on a fiord.

4. If Argentina joins the alliance then either Brazil or Chile boycotts it. If Ecuador joins the alliance then either Chile or Peru boycotts it. Chile does not boycott it. Therefore if neither Brazil nor Peru botcotts it then neither Argentina nor Ecudor joins the alliance.

5. If either Argentina or Brazil joins the alliance then if either Chile or Ecuador boycotts it then although Peru does not boycott it Venenzula boycotts it. If either Peru or Nicaragua does not boycott it then Uruguay will join the alliance. Therefore if Argentina joins the alliance then if Chile boycotts it then Uruguay will join the alliance.

[যুক্তিগুলি কোপি থেকে]

৫৫. I.P. বিধি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা প্রমাণ কর।

1. $A \vee (B . C) . A \supset C \therefore C$

2. $(D \vee E) \supset (F \supset G), (\sim G \vee H) \supset (D . F) \therefore G$

3. $(H \supset I) . (J \supset K), (I \vee K) \supset L, \sim L \therefore \sim (H \vee J)$

4. $(M \vee N) \supset (O . P), (O \vee Q) \supset (\sim R . S), (R \vee T) \supset (M . U) \therefore \sim R$

5. $(V \supset \sim W) . (X \supset Y), (\sim W \supset Z) . (Y \supset \sim A), (Z \supset \sim B) . (\sim A \supset C) . V . X \therefore \sim B . C$

—Copi

CENTRAL LIBRARY

৫৬. নিম্নোক্ত প্রত্যেকটি যুক্তির অবরোহী প্রমাণ দাও—একবার I.P. বিধি প্রয়োগ করে, একবার C.P. বিধি প্রয়োগ করে।

a. Either Argentina does not join the alliance or Brazil boycotts it, but if Argentina joins the alliance then Chile boycotts it. If Brazil boycotts the alliance then if Chile boycotts it then Ecuador will boycott it. Therefore if Argentina joins the alliance then Ecuador will boycott it.

b. If Argentina joins the alliance then both Brazil and Chile will boycott it. If either Brazil or Chile boycotts the alliance then the alliance will be ineffective. Therefore if Argentina joins the alliance then the alliance will be ineffective.

c. If Argentina joins the alliance then either Brazil or Chile will boycott it. If Brazil boycotts the alliance then Chile will boycott it also. Therefore, if Argentina joins the alliance then Chile will boycott it.

d. If either Argentina or Brazil joins the alliance then both Chile and Ecuador will boycott it. Therefore if Argentina joins the alliance then Chile will boycott it.

— Copi

৫৭. অনুশীলনী ৫৪-এতে যে পাঁচটি যুক্তি দেওয়া আছে ওগুলির প্রত্যেকটির বৈধতার অবরোহী প্রমাণ দাও I.P. প্রয়োগ করে। [কেবল স্ববিরোধী বাক্য নয়, প্রদত্ত সিদ্ধান্তটি নিষ্কাশন করবে।]

৫৮. [অনুশীলনের জন্য আরও উপকরণ চাইলে 'নব্যযুক্তিবিজ্ঞান' প্রথম ভাগ দেখ—ওতে ২৫টি বই থেকে যুক্তি সংগ্রহ করা আছে।] C.P./I.P. [যেখানে C.P. প্রযোজ্য, সেখানে C.P.] প্রয়োগ করে ঐ যুক্তিগুলির বৈধতার প্রমাণ দাও। বিশেষত এগুলির : অনুশীলনী

অধ্যায় ১১ ১১৪ — যুক্তি : ১, ২
১১৮ — যুক্তি : ৬, ৮, ৯, ১২, ১৩, ১৬, ২৩
১১৯ — যুক্তি : ৯, ২৩

অধ্যায় ১২

যুক্তি : ৭৬, ৭৭, ৮৭, ৮৮, ১০৫, ১১০, ১১৫, ১২০, ১২৪, ১৩১

৫৯. "C.P." কথাটি কোন কথার সংক্ষিপ্ত রূপ? এ কথা কি বলা যায় যে "C.P." দ্ব্যর্থবোধক?

৬০. "I.P." কথাটি কোন কথার সংক্ষিপ্ত রূপ? এ কথা কি বলা যায় যে "I.P." দ্ব্যর্থবোধক?

৬১. C.P. ও Exportation সূত্রের কী সম্বন্ধ?

৬২. C.P. বিধির বা Conditional Proof -এর ন্যায্যতা সমর্থন করবে কী করে?

৬৩. C.P.-এর কী প্রয়োজন? অন্য কোন বিধি মেনে নিলে C.P. বিধি ছাড়াও চলে?

৬৪. I.P.-কে Proof by *reductio ad absurdum* বলে কেন?

৬৫. C.P. ও I.P.-এর কী সম্বন্ধ? উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

৬৬. ব্যাখ্যা কর :

There is an intimate relationship between the conditional and the indirect methods of proof, that is, between the rule of Conditional Proof and the rule of Indirect Proof.

CENTRAL LIBRARY

৬৭. নিম্নোক্ত বাক্যের যাথার্থ্য দেখাও :

A formal proof of validity for 'P, ~C ∴ C' constitutes a conditional proof of validity for 'P ∴ ~C ⊃ C'.

৬৮. I.P. বিধির কী প্রয়োজন? অন্য কোন বিধি মেনে নিলে I.P. ছাড়াও চলে?

৬৯. ব্যাখ্যা কর

If the tautologous conclusion of an argument is not a conditional statement and the premisses are consistent and quite irrelevant to that conclusion, then the argument cannot be proved valid by the method of deduction without use being made of the rule of Indirect Proof.

CENTRAL LIBRARY

সত্যশাখী

CENTRAL LIBRARY

৯

সত্যশাখী (Truth Tree)

৯.১ সংক্ষেপক প্রতীক

আমরা জেফরিকে অনুসরণ করে একটি নির্ণয় পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে যাচ্ছি। এ পদ্ধতির নাম Truth Tree বা সত্যশাখী পদ্ধতি। CP, IP নামক প্রমাণ পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে নিয়ে আমরা কোপি-ব্যবহৃত সংক্ষেপক প্রতীকগুলি প্রয়োগ করেছি। এখন, কোপি এক রকম প্রতীক ব্যবহার করেন, জেফরি অন্য রকম। এদের পার্থক্যের কথা পৃঃ ১৩৩-এতে কিছু বলেছি। আবার বলছি আরও বিশদভাবে।

Copi	:	~	.	∨	⊃	≡	T	F
Jeffrey	:	–	&	∨	→	↔	t	f

এ সংক্ষেপকগুলির নাম

–	:	dash	~	:	curl, tilde
&	:	ampersand	.	:	dot
∨	:	wedge [vel, vee]	∨	:	[wedge] vee, vel
→	:	arrow	⊃	:	horseshoe
↔	:	double arrow	≡	:	triple bar

এ ভাগে আমরা জেফরি ব্যবহৃত সংক্ষেপকগুলি প্রয়োগ করব। Truth tree প্রসঙ্গে জেফরি-প্রযুক্ত সংকেতলিপি ব্যবহার করতে হবে এমন কথা নেই। তবে যে লেখকের লেখা অনুসরণ করছি তার সংকেতলিপিতে লেখাই ত বাঞ্ছনীয় [পৃঃ ১৩৩ দ্রষ্টব্য]।

৯.২ পরোক্ষ পদ্ধতি : পুনরুক্তি

আমরা পরোক্ষ পদ্ধতি, IP, ব্যাখ্যা করেছি। তা ছাড়া সত্যমূল্য আরোপ করে বিরুদ্ধ অসিদ্ধি প্রদর্শন করে [Reductio ad absurdum by assigning truth values–পদ্ধতিতে] কী করে বৈধতা/অবৈধতা নির্ণয় করতে হয় তাও আমাদের জানা।* ধর

---

* নব্য যুক্তিবিজ্ঞান, প্রথম ভাগ, অধ্যায় ১০

CENTRAL LIBRARY

$A \supset B, B \supset C \therefore A \supset C$*

—এ যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করতে হবে। তাহলে প্রথমে আমরা নেব এর অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকটি

$[(A \supset B) . (B \supset C)] \supset (A \supset C)$

এর পর কল্পনা করব, বাক্যটি মিথ্যা এবং এ কল্পনা অনুসারে এভাবে বিপরীত ক্রমে (back calculation করে) সত্যসারণী সারি গঠন করতে চেষ্টা করব।

$[(A \supset B) . (B \supset C)] \supset (A \supset C)$

T T F T F T F F T F F

৫' ৩ ৭' ১ ৭ ৪ ৬' ৫ ২ ৬

এখানে দাগানো অংশটি স্ববিরোধী। সুতরাং প্রাকল্পিকটি বৈধ, সুতরাং যুক্তিটি বৈধ।

IP বিধি প্রয়োগ করলে পেতাম

1. $A \supset B$
2. $B \supset C$ / $\therefore A \supset C$
3. $\sim (A \supset C)$
4. $\sim(\sim A \vee C)$
5. $\sim \sim A . \sim C$
6. $A . \sim C$

এর থেকে পাওয়া যাবে

$A . \sim A, B . \sim B, C . \sim C$

কষে দেখ।

আমরা বলেছিলাম [পৃঃ ১৪১] IP-এর পেছনে আছে "বৈধতা"র সংজ্ঞা। এটাই ত এ পদ্ধতির গুরুত্বের উৎস। এজন্য কোয়াইন IP-কেই মুখ্য পদ্ধতি, Main Method, বলে অভিহিত করেছেন।

পরোক্ষ পদ্ধতির দুটো রূপের কথা [Reductio ad absurdum by assigning truth values ও Proof by IP—এর কথা] বললাম। এখন পরোক্ষ পদ্ধতির আর একটা কায়দা, রীতি বা প্রকার দেখাব—যার নাম সত্যশাখী পদ্ধতি। "সত্যশাখী" এ হেতু : এ পদ্ধতিতে নির্ণয় করলে যা পাবে তা একটা ওল্টানো গাছের, শাখীর, আকার ধারণ করে।

৯.৩ একটা নতুন লিপি

বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানে এ পাঁচটি যোজক নিয়ে আমাদের কারবার

$\sim$, $.$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$

বা জেফরি-অনুসৃত লিপিতে

$-$, $\&$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

---

* ধর, H.S. বিধি আমাদের জানা নেই।

CENTRAL LIBRARY

দেখা যাবে, "–" ছাড়া অন্য কোনো যোজক-চিহ্ন অপরিহার্য নয়, কেবল "–" রেখে অন্যগুলি বাদ দেওয়া যায়, মানে অন্যগুলি বাদ দিয়েও সব সত্যাপেক্ষ বাক্য ব্যক্ত করা যায়।

দেখ "↔" বাদ দেওয়া চলে, কেননা "&" আর "→" দিয়ে "↔"-এর কাজ করিয়ে নেওয়া যায় :

"$p \leftrightarrow q$"-এর বদলে লিখতে পারি : $(p \rightarrow q) \ \& \ (q \rightarrow p)$

আবার, "→"-ও বাদ দেওয়া চলে, কেননা "–" আর "∨" দিয়ে "→"-এর কাজ করিয়ে নিতে পারি,

"$p \rightarrow q$"-এর জায়গায় লিখতে পারি : $-p \vee q$।

এগুলি বাদ দিলে হাতে থাকবে –, &, ∨

এখন প্রস্তাবিত সংকেতলিপির কথা। দেখব, এ লেখন রীতিতে "&" আর "∨" ও বাদ দিয়ে দেওয়া হয়। এবার বলব [↔, →] "&" "∨" বাদ দিয়ে কী করে বাক্য যোজনার কাজ চলে, সব রকম সত্যাপেক্ষ বাক্য ব্যক্ত করা যায়, তার কথা।

কোনো দ্বিমাত্রিক তলে, যেমন কাগজের ওপর, বোর্ড বা স্লেটের ওপর, লেখা যায় কেবল দুভাবে

(১) ডাইনে বামে

বাম থেকে ডাইনে [বা, আরবির মত, ডান ধার থেকে বামে]

(২) ওপরে নিচে

ওপর থেকে নিচের দিকে [বা নিচে থেকে ওপরের দিকে]

লেখা যে কেবল এ দুভাবে চলতে পারে—এ ব্যাপারটার সুযোগ নিয়েই নতুন লিপি, সংকেতকরণ পদ্ধতি, উদ্ভাবন করা হয়েছে। এ লিপির উদ্ভাবকরা প্রস্তাব করেন [এবং আমরা এ প্রস্তাব মেনে নেব]

&

দুটো* অক্ষর ওপরে নিচে পর পর লিখলে, বুঝতে হবে সংযোজনের কাজ ["&"-এর কাজ] করা হয়ে গেল,

যেমন

p
q

লিখলে মনে করতে হবে "$p \ \& \ q$" ই লেখা হল। এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয়

$p \ \& \ q$

-কে বিশ্লেষণ করে এর সমার্থক হিসাবে পেলাম

p
q

মনে করতে হবে, এ কথা দুটির মাঝখানে একটা "&" প্রচ্ছন্ন আছে।

∨

তারপর,

দুটো* অক্ষর, মানে বাক্য, ডাইনে বামে পাশাপাশি লিখলে বুঝতে হবে, বৈকল্পিক বাক্য

* বা ততোধিক

CENTRAL LIBRARY

গঠনের কাজ ["∨"-এর কাজ] করা হয়ে গেল,

যেমন, এ রীতিতে

p ∨ q

-এর বদলে লিখতে হবে

p q

এখানে ধরে নিতে হবে, 'p' আর 'q'-এর মধ্যে একটা "∨" প্রচ্ছন্ন আছে। তবে ওপরকার বাক্যের সম্বন্ধ দেখাবার জন্য, কেবল

p q

না লিখে, লেখা হয়

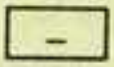


p q

এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয় : "p ∨ q" বিশ্লেষণ করে এর সমার্থক হিসাবে পেলাম



p q



&, ∨, →, ↔ — এ চিহ্নগুলির সব কয়টি বাদ দিয়ে চলা যায়, সব সত্যাপেক্ষ বাক্য ব্যক্ত করা যায়। বাকি থাকল কেবল "–"। এটা আমরা রেখে দিলাম [দিতে হল, কেননা যে তল বা surface-এতে আমরা লিখি তার কেবল দুটি dimension, মাত্রা, আর একটা মাত্রায় লেখা "&"-এর কাজ করে অন্য মাত্রায় "∨"-এর কাজ করে]।

"–" সম্পর্কে একটা কথা মনে রাখতে হবে। এ চিহ্ন থাকতে পারে কেবল কোনো নিঃসঙ্গ অক্ষরের বামে। মানে, কোনো যৌগিক বাক্যের বামে, কোনো বন্ধনীর বামে, এ চিহ্নটি রাখা চলবে না। যেমন, আমরা লিখতে পারি

–p, –q, –r

কিন্তু আলোচ্য লিপিতে

–(p & q), –(p ∨ q), –(p → q)

এ সবের স্থান নেই। বন্ধনীর বাইরে "–" থাকলে DeM, NC, NB** ইত্যাদি সূত্র প্রয়োগ করে "–" কোনো অক্ষরের গায়ে লাগিয়ে দিতে হবে। যথা

–(p & q) -এর বদলে লিখতে হবে :

–p ∨ –q

---

* বা ততোধিক

** NC (Negation of the Conditional) সূত্র : '–(p → q)' সম 'p & –q'

NB (Negation of the Biconditional) সূত্র : '–(p ↔ q)' সম 'p ↔ –q' সম '–p ↔ q'

CENTRAL LIBRARY

আর এটার বদলে



$-(p \rightarrow q)$-এর বদলে লিখতে হবে :

$p \,\&\, -q$

আর এটার বদলে

p

$-q$

অনুরূপভাবে,

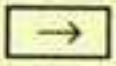
$-(p \vee q)$-এর জায়গায় লিখতে পারি :

$-p \,\&\, -q$

আর এটার জায়গায়

$-p$

$-q$



এ রকম কায়দায় "$\rightarrow$", "$\leftrightarrow$" এসব বাদ দিতে পারি, এবং "$p \rightarrow q$", "$p \leftrightarrow q$" এদের বিশ্লেষণ করে সমার্থক পেতে পারি।

$p \rightarrow q$-এর জায়গায় লিখতে পারি

$-p \vee q$ [Impl. সূত্র]

আর $-p \vee q$-এর জায়গায়



তাহলে পেলাম এ লেখন রীতি, বিশ্লেষণ রীতি বা যুক্তিবিধি বা সমার্থতা সূত্র :

$p \rightarrow q$





এবার "$\leftrightarrow$"।

$p \leftrightarrow q$

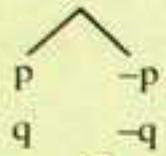
-এর বদলে লিখতে পারি

$(p \,\&\, q) \vee (-p \,\&\, -q)$

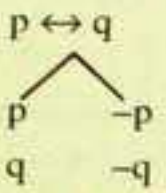
আর "$\vee$" বাদ দিয়ে এভাবে



এবার "&" বাদ দিয়ে এভাবে



তার মানে, পাচ্ছি এ যুক্তিবিধি



এতে বলা হল, p ↔ q মানে, বা এ বাক্য বিশ্লেষণ করে পাই, এ কথা।

p, q—এদের উভয়ই সত্য [বাম ধার], বা উভয়ই মিথ্যা [ডান ধার]।



আর একটা কথা। DN আমরা স্পষ্ট করে দেখাব না, "মানসাঙ্ক" করে "– –" বাদ দেব, যেমন

–(–p ∨ –q)

এর জায়গায় লিখব না

– –p & – –q

বা

– –p

– –q

সরাসরি আমর লিখব : p, q। মানে, এ লিপিতে –(–p ∨ –q) বিশ্লেষণ করব এভাবে

–(–p ∨ –q)

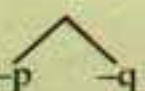
p

q

৯.৪ যৌগিকের নিষেধ

এবার 'p & q', 'p ∨ q', 'p → q', 'p ↔ q' এদের নিষেধ। প্রথম তিনটির নিষেধ কী রূপ নেবে তা আগেই বলেছি। তবু আবার বলছি। আর p ↔ q-এর নিষেধের কথা নতুন করে বলব। যে লেখন রীতির কথা বলা হচ্ছে তাতে সংযৌগিক, বৈকল্পিক, প্রাকল্পিক নিষেধ করে পাই এ যুক্তিবিধিগুলি

–(p & q)



এ প্রসঙ্গে DeM স্মরণীয়। ঐ DeM দিয়েই পাব

–(p ∨ q)

$-p$

$-q$

আমরা জানি NC বিধি অনুসারে '$-(p \rightarrow q)$' সম 'p & $-q$'। এ কথাটা এ লিপিতে লিখতে পারি, এভাবে

$-(p \rightarrow q)$

p

$-q$

এবার $-(p \leftrightarrow q)$। "$p \leftrightarrow q$" মিথ্যা হতে পারে যদি এমন হয় যে

(i) 'p' মিথ্যা, 'q' সত্য, অথবা

(ii) 'p' সত্য, 'q' মিথ্যা

(i) লিখতে হবে এভাবে

$-p$

q

আর (ii) এভাবে

p

$-q$

আর এদের মধ্যে মনে মনে একটা "অথবা"/"$\vee$" জুড়ে নিয়ে, কিন্তু "$\vee$" চেপে রেখে দিয়ে [তার জায়গায় দুটো শাখা দেখিয়ে] পাই

$-(p \leftrightarrow q)$

$-p$ p

q $-q$

৯.৫ যুক্তিবিধির তালিকা

যে নিয়ম বা যুক্তিবিধিগুলি পেলাম সেগুলি নিচে সংগ্রহ করা হল।

যুক্তিবিধি ১

p & q

p

q

যুক্তিবিধি ২

$-(p \& q)$

$-p$ $-q$

যুক্তিবিধি ৩

$p \vee q$

p q

যুক্তিবিধি ৪

$-(p \vee q)$

$-p$

$-q$

যুক্তিবিধি ৫

$p \rightarrow q$

$-p$ $\quad$ q

যুক্তিবিধি ৬

$-(p \rightarrow q)$

p

$-q$

যুক্তিবিধি ৭

$p \leftrightarrow q$

p $\quad$ $-p$

q $\quad$ $-q$

যুক্তিবিধি ৮

$-(p \leftrightarrow q)$

$-p$ $\quad$ p

q $\quad$ $-q$

৬ সম্পর্কে : '$-(p \rightarrow q)$' বিশ্লেষণ করবে মনে মনে এ কথা বলে—এর পূর্বকল্প সত্য, [এবং] অনুকল্প মিথ্যা।

৮ সম্পর্কে : '$-(p \leftrightarrow q)$' বিশ্লেষণ করবে মনে মনে এ কথা বলে—এর বাম ধার মিথ্যা ডানধার সত্য; বা এর বাম ধার সত্য ডান ধার মিথ্যা।

৯.৬ "যুক্তিবিধি" : রূপান্তর বিধি, বিশ্লেষণ বিধি

উক্ত যুক্তিবিধিগুলির একটা বৈশিষ্ট্য। এগুলি আসলে রূপান্তরবিধি, বিশ্লেষণবিধি। আমরা "যুক্তিবিধি" কথাটি আর একটা অর্থে ব্যবহার করতে অভ্যস্ত। আকারসর্বস্ব অবরোহী প্রমাণ প্রসঙ্গে আমরা

Simp. Add. MP. DS. HS

প্রভৃতি যুক্তিবিধির কথা বলি। কিন্তু এগুলির সঙ্গে জেফরি-কথিত যুক্তিবিধির গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে। Simp ইত্যাদি প্রয়োগ করে যে বাক্য নিষ্কাশন করা হয় তা আর মূল বাক্য সমার্থক নয়। যথা

p $\quad$ $p \cdot q$

$\therefore p \vee q$ $\quad$ $\therefore p$

—এসব ক্ষেত্রে মূল বাক্য ও অবরোহিত বাক্য সমার্থক নয়, কিন্তু

$p \rightarrow q$ $\quad$ $-(p \,\&\, q)$

$-p$ $\quad$ q $\quad$ $-p$ $\quad$ $-q$

এসব ক্ষেত্রে মূল বাক্য ও নিষ্কাশিত বাক্য সমার্থক। কাজেই শাখী সংক্রান্ত যুক্তিবিধিকে রূপান্তরবিধি বা [সমার্থকে-] বিশ্লেষণ বিধি বলে বর্ণনা করা যায়। আমরা এ রকম কথা বলব

$p \rightarrow q$

-কে বিশ্লেষণ করে পাই, '$-p \vee q$', বা নতুন লিপিতে

$-p$ $\quad$ q

কাজেই যুক্তিবিধিগুলি পড়বে এভাবে

CENTRAL LIBRARY

ওপরের বাক্যটি [বা কোনো বাক্য/অমুক বাক্য] থেকে পেলাম, বা বিশ্লেষণ করে পেলাম—। "কোনো বাক্য"/"অমুক বাক্য" প্রয়োগ করার তাৎপর্য হল এই: এ রীতিতে কোনো বাক্যের সমার্থক বাক্য বা বিশ্লেষণ-করে-পাওয়া বাক্য ঠিক ঐ বাক্যটির নিচে লিখতে হবে এমন কথা নেই।

উদাহরণ

1. $p \rightarrow q$
2. $-(p \vee q)$
3. $-p$]
4. $-q$] [পাওয়া গেল 2 থেকে]
5. $-p \quad q$ [পাওয়া গেল 1 থেকে]

এখানে 1-এর সমার্থক বাক্যটি তার অব্যবহিত পরবর্তী ছত্রে লেখা হল না (লেখা গেল না, কেননা তার আগেই 2 বিশ্লেষণ করা হয়ে গেছে), লেখা হল পঞ্চম ছত্রে। এতে ক্ষতি নেই, কেননা উক্ত শাখীর অন্তর্গত প্রত্যেক দুটি সারির মধ্যে "&" প্রচ্ছন্ন আছে। আর "&" হল commutative। মানে "&" ক্রমান্তরযোগ্যতার নিয়ম মেনে চলে। তার মানে, শাখীটিকে অনুভূমিক আকারে এভাবে লেখা যেত।

$$(p \rightarrow q) \ \& \ -(p \vee q) \ \& \ -p \ \& \ -q \ \& \ -p \vee q$$

এখন এটা ত এভাবেও লেখা যায় [Assoc. Com. করে পঞ্চম সংযোগীটিকে প্রথমটির পাশে এনে]:

$$(p \rightarrow q) \ \& \ (-p \vee q) \ \& \ -(p \vee q) \ \& \ -p \ \& \ -q$$

এর থেকে বোঝা যাবে,

> যে কোনো বাক্যের বিশ্লেষণ সত্যশাখীর যে কোনো পর্বে, যে কোনো বাক্যের নিচে লেখা যাবে।*

৯.৭ O, Δ ও যুক্তিবিধি

আমরা যুক্তিবিধিগুলি ব্যক্ত করেছি প্রচলিত রীতিতে, 'p', 'q' দিয়ে। ইংরেজি বর্ণমালার সঙ্গে আকার-দেখানোর-জন্য-ব্যবহৃত 'p', 'q'-এর বিশেষ সম্পর্ক নেই। 'p', 'q'-এর বদলে 'ক', 'খ' বা অন্য চেহারার চিহ্ন ব্যবহার করতে পারতাম [কেউ কেউ গ্রীক অক্ষর ব্যবহার করেন]। জেফরি [আরও কেউ কেউ] ব্যবহার করেন এ চিহ্ন দুটি

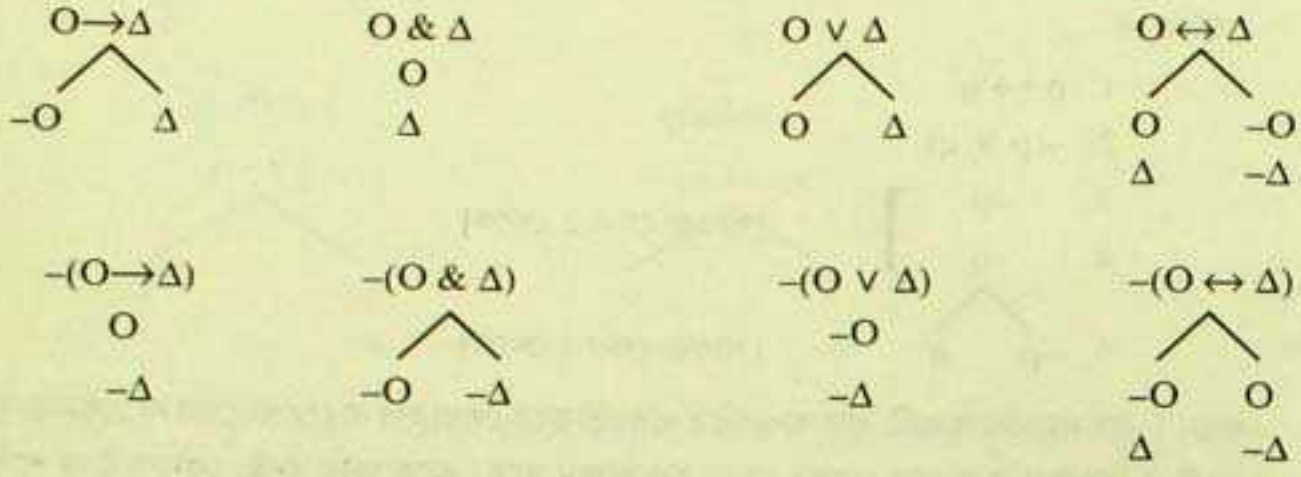
O Δ

এগুলি বৃত্ত, ত্রিভুজ নয় — বৃত্ত বা ত্রিভুজ দিয়ে জ্যামিতিতে যে কাজ হয় এ চিহ্নগুলি দিয়ে সে কাজ হয় না, বৃত্ত বা ত্রিভুজ আমরা যে চোখে দেখি এগুলিকে সে চোখে দেখি না। এগুলি হল নিছক চিহ্ন, সংকেত, প্রতীক, কালির আঁচর, বা দাগ (mark)

মনে রাখতে হবে, 'p', 'q' ব্যবহার না করে, 'O', 'Δ' ব্যবহার করার বিশেষ তাৎপর্য নেই। বস্তুত জেফরি তাঁর বইর দ্বিতীয় সংস্করণ থেকে এ চিহ্ন দুটি বাতিল করে দিয়েছেন। তবে আমরা

* এ কথাটা আরও সুনির্দিষ্টভাবে বলতে হবে। পৃঃ ১৮৬ দ্রষ্টব্য।

.ত জেফরিকে অনুসরণ করেই সত্যশাখী গঠন করতে যাচ্ছি। কাজেই [পুনরুক্তি হলেও] জেফরির ভাষাতেই ['O', 'Δ' প্রয়োগ করে] যুক্তিবিধিগুলি হাজির করলাম (এবার জেফরি-অনুসৃত ক্রমে)।* প্রত্যেক স্তম্ভে আছে দুটো করে নিয়ম — কোনো যৌগিক বাক্যাকার ও তার নিষেধের নিয়ম



৯.৮ যুক্তিবিধিগুলির নাম?

আকারসর্বস্ব অবরোহী প্রমাণে যে সব যুক্তিবিধি ব্যবহৃত হয় তার প্রত্যেকটি বিশেষ বিশেষ নামে চিহ্নিত, এবং ফলে অবরোহের প্রত্যেক পর্বে এদের নাম উল্লেখ করে বলা হয় : অমুক পর্ব থেকে অমুক যুক্তিবিধি অনুসারে সিদ্ধান্ত নিদ্ধাশন করা হয়েছে—যেমন, বলা হয়েছে এ প্রমাণে

1. $A \rightarrow B$ [Premiss]
2. $B \rightarrow C$ [Premiss]
3. A / ∴ C ∨ D
4. $A \rightarrow C$ [1, 2 H.S.]
5. C [4,3 M.P.]
6. C ∨ D [5 Add.]

কিন্তু শাখী গঠন করতে যে সব যুক্তিবিধি [বিশ্লেষণ সূত্র] প্রয়োগ করা হয় সেগুলি নামহীন, সংখ্যা দিয়েও চিহ্নিত নয়। তাহলে কোন পর্বে কোন বিধি প্রয়োগ করা হল ভাষ্যে তার reference দেব কী করে? জেফরিকে অনুসরণ করে এ প্রশ্নের উত্তর দিচ্ছি।

> কোনো যুক্তিবিধির প্রথম ছত্রটি ভাষ্যে উল্লেখ করলেই বুঝতে হবে [পাঠক বুঝবে] অমুক যুক্তিবিধিটি প্রয়োগ করা হয়েছে।

উদাহরণ

যুক্তি : A ∴ A ∨ B

শাখী :

---

* কাজেই এদের "বৃত্ত" বা "ত্রিভুজ" বলে না পড়াই ভাল। তবে চিহ্নের কোনো নাম না থাকলে অসুবিধা। 'p', 'q'এ চিহ্নগুলিকে যেমন আমরা 'পি', 'কিউ' বলি, তেমনি আলোচ্য চিহ্ন দুটিকে কথায় উল্লেখ করতে হলে 'বৃত্ত', 'ত্রিভুজ' এ কথা দুটি বা তোমার পছন্দ মত অন্য নামে যেমন [ইংরেজি] 'ও' আর [গ্রীক] 'ডেলটা' বলে চিহ্নিত করতে পার।

1. A [হেতুবাক্য]
2. –(A ∨ B) [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
3. –A
4. –B [2 থেকে –(O ∨ Δ) বিধি প্রয়োগ করে]*

আর একটা উদাহরণ।

যুক্তি : A, A → B ∴B

শাখী :

1. A [হেতুবাক্য]
2. –(A → B) [হেতুবাক্য]
3. –B [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
4. –A B [2, O → Δ]

আর একটা উদাহরণ।

যুক্তি : (A & B) → C, –A → D ∴ B → (C ∨ D)

শাখী :

1. (A & B) → C [হেতুবাক্য]
2. –A → D [হেতুবাক্য]
3. –[B → (C ∨ D)] [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
4. B
5. –(C ∨ D) [3, –(O → Δ)]
6. –C
7. –D [5, –(O ∨ Δ)]
8. A D [2, O → Δ]
9. –(A & B) C [1, O → Δ]
10. –A –B [9, –(O & Δ)]

৯.৯ কাণ্ডবাক্য ও শাখাবাক্য

আমরা এখন সত্যশাখীর কথা আরও বিশদভাবে বলব। তার আগে দু একটা শব্দের মানে বলে নেব।

হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ নিয়ে যে বাক্যসমষ্টি তার প্রত্যেকটিকে বলে কাণ্ডবাক্য। আর এ বাক্যগুলি বিশ্লেষণ করে যেসব বাক্য পাই তাদের বলে শাখাবাক্য। ধর,

* এটা সংক্ষেপে লেখা হয় এভাবে : 2 থেকে –(O ∨ Δ)

CENTRAL LIBRARY

A & B

∴ A ∨ B

এ যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করতে হবে। তাহলে হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ* যুক্ত করে, এবং বাক্যগুলিকে বিশ্লেষণ করে পাই

1. A . B
2. –(A ∨ B)
3. A] [পেয়েছি 1 থেকে]
4. B]
5. –A] [পেয়েছি 2 থেকে]
6. –B]

এখানে 1,2 কাণ্ডবাক্য, আর অন্য বাক্যগুলি শাখা বাক্য।

৯.১০ বাধক বাক্য/বাধক দৃষ্টান্ত/বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত (Counterexample)

বাক্যের বেলায় আমরা বিরুদ্ধ বাক্য কথাটা ব্যবহার করি : যেমন বলি '–(p → q)' হল 'p → q' -এর বিরুদ্ধ বাক্য। যুক্তির বেলায় "বিরুদ্ধ যুক্তি" না বলে বাধক যুক্তির, বাধক দৃষ্টান্ত বা বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত (counterexample)-এর কথা বলা হয়। বাক্যের বেলায়ও বাধক/বিরুদ্ধ দৃষ্টান্তের, বাধক বাক্যের কথা বলা হয়।

বাধক দৃষ্টান্ত বলতে বোঝায় এমন দৃষ্টান্ত : যাতে দেখানো হয় ঐ যুক্তির বা ঐ আকারের যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা; বা ঐ আকারের বাক্য মিথ্যা হতে পারে।

উদাহরণ

p → q

q

∴ p

এ যুক্তি বা যুক্তি-আকার অবৈধ। এর বাধক দৃষ্টান্ত হল

রবীন্দ্রনাথ ইংরেজ কবি → রবীন্দ্রনাথ কবি [p → q]

রবীন্দ্রনাথ কবি [q]

∴ রবীন্দ্রনাথ ইংরেজ কবি [p]

এখানে হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।

আর একটা উদাহরণ।

(p ∨ q) → p

এ বাক্য বা এ আকারের বাক্য যে অবৈধ তা দেখাতে পারি এ উদাহরণ, মানে বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত, দিয়ে

(2 + 2 = 5 ∨ 2+ 2 ≠ 5) → 2 + 2 = 5 **

---

* অবশ্যই সিদ্ধান্তের নিষেধ নিতে হবে। কেননা, সত্যশাখী, আমরা জানি, এক প্রকার পরোক্ষ পদ্ধতি, IP।

** এখানে 'P' এর বদলে বসানো হল '2+2=5', 'q'-এর বদলে '2+2≠5'.

CENTRAL LIBRARY

এ বাক্যটি মিথ্যা কেননা এর পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা। আর এ দৃষ্টান্তটি মিথ্যা বলে

$$(p \vee q) \rightarrow p$$

অবৈধ। কথাটা এভাবেও বলতে পারি

p	q
f	t

এ সত্যমূল্যে বাক্যটির পূর্বকল্প সত্য, অনুকল্প মিথ্যা।

"বাধক দৃষ্টান্ত"-এর আর এক অর্থ

"বাধক দৃষ্টান্ত" কথাটি যে অর্থে ব্যবহার করেছি সে অর্থে : বাধক দৃষ্টান্ত বস্তুত দৃষ্টান্ত; মানে, কোনো মূর্ত যুক্তি বা বাক্য। এখন, বাধক দৃষ্টান্তের লক্ষ্য হল : যুক্তি বা বাক্যের অবৈধতা দেখানো। উদাহরণ ছাড়াও তা দেখানো যায়। দেখানো যায়, এ কথা বলে : ঐ ঐ সত্যমূল্যে যুক্তিটি বা বাক্যটি অবৈধ। উদাহরণ হিসাবে বলতে পারি

$$p \rightarrow q$$
$$-p$$
$$\therefore -q$$

এর বাধক দৃষ্টান্ত

p	q
f	t

লক্ষণীয়, আসলে এখানে কোনো দৃষ্টান্ত [মূর্ত দৃষ্টান্ত] দেওয়া হল না, বলা হল : ঐ ঐ সত্যমূল্যে যুক্তিটির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।

আর একটা উদাহরণ।

$$A \rightarrow B, C \rightarrow D, B \vee D \therefore A \vee C$$

মূর্ত বাক্য নিয়ে এ রকম যুক্তির বাধক দৃষ্টান্ত দেখানো শক্ত। তাছাড়া, আমরা বললাম অমুক অমুক বাক্য [হেতুবাক্য] সত্য, আর অমুক বাক্য [সিদ্ধান্ত] মিথ্যা; কিন্তু প্রতিপক্ষ [যে বলবে যুক্তিটি বৈধ] এ দাবি মেনে নাও নিতে পারে। অথচ, মূর্ত দৃষ্টান্ত না নিয়ে, আমরা বলতে পারি: এ সত্যমূল্য বিন্যাসে এ যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা। এভাবে বাধক দৃষ্টান্ত দেখানো অনেক সহজ। যেমন, এ যুক্তির বেলায় বলতে পারি এর বাধক দৃষ্টান্ত হল

A	B	C	D
f	t	f	t

বা

A	B	C	D
f	t	f	f

বা

A	B	C	D
f	f	f	t

আর একটা উদাহরণ।

$$(P \leftrightarrow Q) \rightarrow (P \,\&\, Q)$$

এ বাক্য অবৈধ। এর

বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত

p	q
f	f

কীভাবে বাধক দৃষ্টান্ত দেখাবে?

বাক্যের কথা থাক। কেবল যুক্তির কথা বা যুক্তি-আকারের কথা বলি। এ যুক্তিটি নাও

$$A \vee B$$
$$A$$
$$\therefore -B$$

চার রকম কায়দায় এর বাধক দৃষ্টান্ত দেখানো হল। মূর্ত দৃষ্টান্ত নিয়ে এভাবে—

১

$2 + 2 = 4 \vee 3 + 1 = 4$	[সত্য]
$2 + 2 = 4$	[সত্য]
$\therefore -(3 + 1 = 4)$ [বা $3 + 1 \neq 4$]	[মিথ্যা]

বা এভাবে সত্যমূল্য উল্লেখ করে

২

A	B
t	t

এ সত্যমূল্যে এ যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা; বা আরও বিশদভাবে এ কায়দায়—

৩

হেতুবাক্য			সিদ্ধান্ত	
A	B	A ∨ B	A	–B
t	t	t	t	f

বা খুব সংক্ষেপে এভাবে—

৪

tt for AB

আমরা সাধারণভাবে বাধক দৃষ্টান্ত দেখাব দ্বিতীয় কায়দায়। জেফরি সাধারণত বাধক দৃষ্টান্ত দেখান চতুর্থ কায়দায়, আবার তৃতীয় কায়দায়ও দেখিয়েছেন কোথাও কোথাও।

এ ত গেল বাধক দৃষ্টান্ত কী করে দেখাবে তার কথা। বাধক দৃষ্টান্ত কী করে পাবে—তা বলা আছে পরবর্তী বিভাগে।

৯.১১ বাধক দৃষ্টান্ত ও সত্যশাখী

এ অধ্যায়ের শুরুতেই আমরা বলেছি, সত্যশাখী পদ্ধতি একটি পরোক্ষ পদ্ধতি—কাজেই এ পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হলে [IP-এর মত] প্রথমেই প্রদত্ত হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের-নিষেধ নিতে হবে। এটাই প্রথম কাজ। এ যুক্তিটি নাও :

CENTRAL LIBRARY

ব ∴ ভ

এ পদ্ধতির লক্ষ্য এর বাধক দৃষ্টান্ত আছে কিনা তা দেখা, মানে

ব

~ভ

বা, 'ব & ~ভ' সম্ভব কিনা তা দেখা। যদি সম্ভব হয় তাহলে বলব : যুক্তিটির বাধক দৃষ্টান্ত আছে, সুতরাং যুক্তিটি অবৈধ। আর যদি অসম্ভব হয় তাহলে বলব—যুক্তিটি বৈধ। এখানে "অসম্ভব হওয়া" মানে : স্ববিরোধিতা নিঃসৃত হওয়া। উদাহরণ

$P \therefore P \vee Q$

এ যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা—এ কল্পনা করলে এবং বাক্য বিশ্লেষণ করলে পাব:

1. P
2. $-(P \vee Q)$ [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
3. $-P$]
4. $-Q$] [2, $-(O \vee \Delta)$]

স্পষ্টতই এখানে বাধক দৃষ্টান্ত সম্ভব নয়; মানে, এমন হতে পারে না : হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা, মানে এমন হতে পারে না 1, 2, 3, 4—এ সব কয়টি বাক্য একসঙ্গে সত্য। 'এমন হতে পারে' —এ কল্পনা থেকে স্ববিরোধী কথা নিঃসৃত হল

P

$-P$

$-Q$

অবশ্যই P & $-P$, সুতরাং P & $-P$ & $-Q$, স্ববিরোধী। এবার নাও এ যুক্তিটি

$P \rightarrow Q \therefore Q \rightarrow P$

হেতুবাক্য সত্য এবং সিদ্ধান্ত মিথ্যা—এ কল্পনা করে এবং বাক্যগুলি বিশ্লেষণ করে পাই

1. $P \rightarrow Q$
2. $-(Q \rightarrow P)$ [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
3. Q
4. $-P$ [2, $-(O \rightarrow \Delta)$]
5. $-P$ Q [1, $O \rightarrow \Delta$]

দেখা যাচ্ছে, এখানে বাধক দৃষ্টান্ত সম্ভব, দেখা যাচ্ছে, হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে যদি এমন হয় যে : 'P' মিথ্যা, 'Q' সত্য [দেখ, কোনো শাখায় স্ববিরোধী কথা নেই] স্পষ্টতই এখানে বাধক দৃষ্টান্ত

P	Q	
f	t	[–P = P is false]

CENTRAL LIBRARY

আর একটা উদাহরণ।

$A \rightarrow B, -A \therefore B$

হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ নিয়ে এবং বাক্য বিশ্লেষণ করে পাই

$A \rightarrow B$	[হেতুবাক্য]
$-A$	[ঐ]
$-B$	[সিদ্ধান্তের নিষেধ]
$-A \quad B$ (×)	[এটা পেলাম প্রথম বাক্য থেকে]

এখানে ডান ধারের শাখায় আছে স্ববিরোধী বাক্য : 'B & –B' [বা 'B & –B & –A & (A → B)']।

কোনো শাখায় স্ববিরোধিতা পেলে সে শাখা বন্ধ করে দিতে হয় শাখা মুখে একটা "×" চিহ্ন দিয়ে।

দেখ, এখানে ডান ধারে শাখা "×" দিয়ে বন্ধ করে দেওয়া হল। এ শাখীতে এক শাখায় স্ববিরোধী বাক্য পেলাম ঠিক, কিন্তু অন্য শাখাটিতে [বামের শাখায়] স্ববিরোধিতা নেই। তার মানে, এমন ক্ষেত্র আছে যেখানে এ রকম যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা হতে পারে, তার মানে এর বাধক দৃষ্টান্ত সম্ভব। এ ক্ষেত্রে

বাধক দৃষ্টান্ত

A	B
f	f

[ff for AB]

এ উদাহরণ থেকে একটা শিক্ষা পেলাম

কোনো যুক্তির কোনো একটা [একটাও] বাধক দৃষ্টান্ত থাকলেই যুক্তিটি অবৈধ।

আরও একটা কথা। উক্ত উদাহরণগুলি দেখে নিশ্চয়ই বুঝেছ কী করে বাধক দৃষ্টান্ত পেতে পারি। তবু বলছি। কোনো বাক্য

P = 'P' সত্য

$-P$ = 'P' মিথ্যা

এখন, কোনো শাখীতে কোনো মুক্ত শাখা থাকলে* ঐ শাখীর একাঙ্গী** বাক্যগুলি ও এদের সত্যমূল্য সংগ্রহ করলে পাবে বাধক দৃষ্টান্ত।

যেমন, সর্বশেষ শাখীটির বাম ধারের শাখা নিচের দিক থেকে পড়ে গেলে পাই

$-A \& -B \& -A$+

---

* না থাকলে যুক্তিটি বৈধ।

** "একাঙ্গী" কথাটি লক্ষণীয়। উদাহরণ : 'A, –A' এসব একাঙ্গী, কিন্তু 'A → B', 'A ∨ B'—এসব একাঙ্গী নয় [দ্বৈতাঙ্গী]

\+ 'A → B' বাদ দিলাম, কেননা এটা একাঙ্গী বাক্য নয়।

CENTRAL LIBRARY

আর একে সরলীকরণ করে পাই

$-A \& -B$

এ কথার মানে : 'A' মিথ্যা, 'B' মিথ্যা

'A' হল f, 'B' হল f

কাজেই বাধক দৃষ্টান্তটি নেবে এ রূপ

A	B
f	f

[বা ff for AB]

৯.১২ সত্যশাখী গঠন

এবার সত্যশাখী গঠনের কাজ। এর মুখ্য নিয়মটি আগেই বলা হয়েছে : হেতুবাক্য নিয়ে তার নিচে সিদ্ধান্তটির নিষেধ লিখতে হবে। নির্ভুলভাবে সত্যশাখী গঠন করতে হলে এ নিয়মগুলি অনুসরণ করতে হবে।

নিয়ম ১ — হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ পর পর বিভিন্ন পংক্তিতে [মানে, লাইনে] লিখে নিতে হবে।

নিয়ম ২ — যুগ্ম নিষেধ চিহ্ন, মানে "– –", এড়িয়ে চলবে।
['–A', '–P' এসব থাকতে পারে কিন্তু শাখীতে '– –A,' '– –P' এরকম বাক্য থাকবে না।]

নিয়ম ৩ — যদি কাণ্ডবাক্যগুলির মধ্যে স্ববিরোধিতা দেখা যায় [মানে কোনো একাঙ্গী বাক্য ও তার নিষেধ থাকে] তাহলে সর্বশেষ বাক্যটির নিচে "×" চিহ্ন দাও, [বোঝা গেল যুক্তিটি বৈধ*। যদি না থাকে তাহলে]

নিয়ম ৪ — যে কোনো কাণ্ড বাক্য নিয়ে বিশ্লেষণ শুরু কর। [যুক্তিবিধি অনুসারে] বিশ্লেষণ করে যা পাবে তা কাণ্ড বাক্যগুলির নিচে লেখ—যদি সংযোগী পাও তাহলে উল্লম্ব আকারে, আর বিকল্প পেলে দ্বিশূল বা দ্বিশাখ আকারে, ক খ আকারে।

নিয়ম ৫ — কোনো অনেকাঙ্গ বাক্য [কাণ্ডবাক্য হোক কি শাখাবাক্য হোক] বিশ্লেষণ করা হয়ে গেলে বাক্যটির বাম পাশে টিক্ চিহ্ন [√] দিতে হবে। [এ চিহ্ন দিয়ে বলা হয় : বাক্যটির বিশ্লেষণের কাজ চুকে গেল।]

একটা উদাহরণ।

---

* উদাহরণ — যুক্তি : A. A→B ∴ A

শাখী :

A
A → B
–A
×

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ ১ $A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D \therefore A \rightarrow D$

—এর বৈধতা নির্ণয় করতে হবে। প্রথম পর্বে হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ নিয়ে পাই

১ম পর্ব

1. $A \rightarrow B$
2. $B \rightarrow C$
3. $C \rightarrow D$
4. $-(A \rightarrow D)$

এ বাক্যগুলিকে বিশ্লেষণ করতে হবে, বা বলতে পারি [পৃঃ ১৬৫-এতে দেওয়া] যুক্তিবিধি অনুসারে বাক্যগুলিকে বিভিন্ন অক্ষরে [আণবিক বাক্যে] ও তার নিষেধে* নিয়ে আসতে হবে। যে কোনো কাণ্ডবাক্য নিয়ে শুরু করতে পারি। 4 নিয়ে পাই

২য় পর্ব

1. $A \rightarrow B$
2. $B \rightarrow C$
3. $C \rightarrow D$
4. $\surd -(A \rightarrow D)$
5. A [4, $-(O \rightarrow \Delta)$]
6. –D

4 এর কাজ হয়ে গেল—এ কথা বোঝাবার, বা মনে রাখার, জন্য 4-কে "√" দিয়ে চিহ্নিত করে দেওয়া হল। এবার যদি 3-কে বিশ্লেষণ করি, [মানে, নতুন সংকেতলিপিতে লিখি] তাহলে পাব

৩য় পর্ব

.....

7. –C D [3, $O \rightarrow \Delta$]
   ×

[3-কে "√" দিয়ে চিহ্নিত করতে হবে।] দেখা যাচ্ছে, ডানদিকের শাখায় আছে : 1, 2, 3, 4, 5 সংখ্যক বাক্য, আর '–D' ও 'D' ['D & –D']। মানে, এ শাখায় পেলাম স্ববিরোধী 'D & –D'। কাজেই এ শাখার মুখে একটা "×" দিয়ে শাখাটি বন্ধ করে দিলাম। এরপর 2 বিশ্লেষণ করে পাব

৪র্থ পর্ব

7. –C D [3, $O \rightarrow \Delta$]
   ×
8. –B C
   ×

এ পর্বে একটি শাখায় আছে

1, 2, 3, 4, 5, 6 সংখ্যক বাক্য আর '–C' ও 'C'।

* মানে, একাধী বাক্য দিয়ে গঠিত সংযৌগিকে [যার "&" প্রচ্ছন্ন] বা বৈকল্পিকে [যার "∨" প্রচ্ছন্ন] নিয়ে আনতে হবে।

CENTRAL LIBRARY

তার মানে, এ শাখায় পেলাম এ স্ববিরোধী বাক্য : C & –C। কাজেই শাখাটি "×" দিয়ে বন্ধ করে দেওয়া হল। [2–কে "√" দিয়ে চিহ্নিত করতে হবে।]

এবার কাণ্ডবাক্য 1-এর পালা। এটাকে বিশ্লেষণ করলে ৫ম পর্বে শাখাটি এরূপ নেবে

৫ম পর্ব

1.
2.
3.
4.
5. A [4, –(O → Δ)]
6. –D
7. –C D [3, O → Δ]
   ×
8. –B C [2, O → Δ]
   ×
9. –A B [1, O → Δ]
   × ×

এ পর্বে পাচ্ছি একটি শাখা [যা এতক্ষণ মুক্ত ছিল] যাতে আছে এ সংযোগীগুলি

1, 2, 3, 4, A, –D, –C, –B, –A

এ শাখার 'A' [5-এতে] আর '–A' [9-এতে] লক্ষ কর। 'A' আর '–A', মানে 'A & –A', আছে বলে এ শাখাটি বন্ধ করে দেওয়া হল এর মুখে একটি "×" দিয়ে। এখন 1-এর পাশে একটা "√" দিতে হবে। এ শাখাটি সম্পর্কে একটা ব্যাপার লক্ষণীয়—এতে 'A' আর '–A' কাছাকাছি নেই, এদের মধ্যে আছে অন্য কতকগুলি [অপ্রাসঙ্গিক] বাক্য। সমস্ত শাখাটি অনুভূমিক আকারে আবার লিখছি

1 & 2 & 3 & 4 & A & –D & –C & –B & –A

এখন বারবার Assoc., Com. প্রয়োগ করে 'A' আর '–A'-কে পাশাপাশি আনতে পারি, এবং উক্ত সংযৌগিকটি লিখতে পারি এভাবে

A & –A & 1 & 2 & 2 & .....

আমরা জানি :

সব স্ববিরোধী বাক্যই সমার্থক,

সুতরাং উক্ত ৯-অঙ্গবিশিষ্ট সংযৌগিকের বদলে লিখতে পারি ২-অঙ্গবিশিষ্ট 'A & –A'।

এত কথা বলা হল এ বিধির ওপর জোর দেবার জন্য : কোনো শাখাপথে কোথাও—কাছে হোক কি দূরে হোক—কোনো বাক্য ও তার নিষেধ দেখতে পেলে শাখাপথটি বন্ধ করে দেবে।

তাহলে

A → B, B → C, C → D ∴ A → D

-এর সত্যশাখী এ চরম রূপ পরিগ্রহ করল [এবং শাখাটি থেকে বোঝা গেল যুক্তিটি বৈধ]।

CENTRAL LIBRARY

[উদাহরণ ১]

1. ✓ $A \rightarrow B$ [হেতুবাক্য]
2. ✓ $B \rightarrow C$ [হেতুবাক্য]
3. ✓ $C \rightarrow D$ [হেতুবাক্য]
4. ✓ $-(A \rightarrow D)$ [সিদ্ধান্তের নিষেধ]
5. A [4, $-(O \rightarrow \Delta)$]
6. $-D$
7. $-C$ D × [3, $O \rightarrow \Delta$]
8. $-B$ C × [2, $O \rightarrow \Delta$]
9. $-A$ B × × [1, $O \rightarrow \Delta$]

উদাহরণ ২

সমস্যা : $(-A \vee B) \rightarrow C \therefore C \vee -A$

এ যুক্তিটি কি বৈধ?

সমাধান

১ম পর্ব

1. $(-A \vee B) \rightarrow C$
2. $-(C \vee -A)$

এ পর্বে কেবল হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের-নিষেধ পর পর লেখা হল—এবং ধরে নেওয়া হল সংযোগী দুটির উভয়ই সত্য।

২য় পর্ব

1. $(-A \vee B) \rightarrow C$
2. √ $-(C \vee -A)$
3. $-C$ [2, $-(O \rightarrow \Delta)$]
4. A [ঐ, "– –" বর্জন করে]

৩য় পর্ব

1. √ $(-A \vee B) \rightarrow C$
2. √ $-(C \vee -A)$
3. $-C$
4. A
5. $-(-A \vee B)$ C × [1, $O \rightarrow \Delta$]

CENTRAL LIBRARY

এ পর্বে ডানদিকের শাখায় পাচ্ছি

1. 2. –C. A. C

'C' আর '–C'; মানে 'C & –C' আছে বলে শাখাটি বন্ধ করে দেওয়া হল। এ পর্বে

–(–A ∨ B)

হল একটা শাখাবাক্য। কোনো শাখা বাক্য বিশ্লেষণ করে যা পাওয়া যায় তা কেবল ঐ শাখাবাক্যের নিচেই লিখতে হয়। এখন এ শাখাবাক্য থেকে পাই

– –A & –B বা A & –B

এ বাক্যটি নতুন লিপিতে ঐ শাখার শেষে যুক্ত করে পাই

1. √ (–A ∨ B) → C
2. √ –(C ∨ –A)
3. –C
4. A
5. –(–A ∨ B) C ×
6. A [5, –(O ∨ Δ), "– –" বর্জন করে।]
7. –B [5, –(O ∨ Δ)]

এখন এমন কোনো কাণ্ডবাক্য বা শাখাবাক্য নেই যা বিশ্লেষণ করা দরকার—সব যৌগিক বাক্যকে বিশ্লেষণ করে এসে গেছি আণবিক বাক্যে বা আণবিকের নিষেধে—একাঙ্গী বাক্যে।

এ শাখীর একটি শাখা মুক্ত [সুতরাং যুক্তিটি অবৈধ]। এর থেকে বোঝা যায় আলোচ্য যুক্তির বাধক দৃষ্টান্ত সম্ভব—মানে, এমন ক্ষেত্র সম্ভব যেখানে এ রকম যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা। এখানে বাধক দৃষ্টান্ত

A	B	C
t	f	f

বাধক দৃষ্টান্ত কী করে পেলাম, দেখ। মুক্ত শাখাটিতে পেলাম এ একাঙ্গী বাক্যগুলি [নিচের থেকে ওপর দিকে গিয়ে]

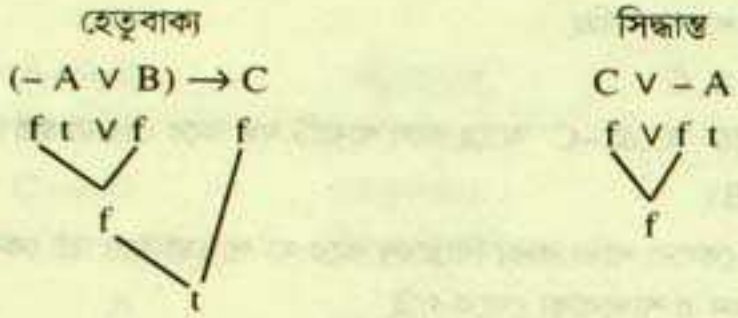
–B, A, –C

মানে, 'B' মিথ্যা, 'A' সত্য, 'C' মিথ্যা।

এ কথা নিশ্চয়ই বুঝেছ যে, বাধক দৃষ্টান্ত দেখানো মানে* : এমন সত্যমূল্য দেখানো যাতে হেতুবাক্য সত্য হবে, আর সিদ্ধান্ত হবে মিথ্যা। উক্ত বাধক দৃষ্টান্তের মূল্যগুলি বসিয়ে দেখিয়ে দিলাম যে আলোচ্য যুক্তিটি অবৈধ—এর হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।

---

* এক মানে; অন্য মানে [মূল অর্থ]-এর কথা বলা হয়েছে পৃঃ ১৭০-এতে।



আমরা আগেই বলেছি, বাধক দৃষ্টান্ত নানাভাবে লেখা যায় [পৃঃ ১৭২]। উক্ত দৃষ্টান্তটি এভাবেও লিখতে পার

A B C	হেতুবাক্য	সিদ্ধান্ত
t f f	(–A ∨ B) → C	C ∨ –A
	t	f

উদাহরণ ৩

যুক্তি : $(A \rightarrow B) \rightarrow B \therefore A$

শাখী :

1. $\surd (A \rightarrow B) \rightarrow B$
2. $-A$
3. $\surd -(A \rightarrow B)$ B
4. A [ভাষ্য নিজেরা লেখ]
5. $-B$ ×

যুক্তিটি অবৈধ। এর বাধক দৃষ্টান্ত: ft for AB

একটা বিজ্ঞপ্তি

এর পর থেকে আমরা ভাষ্য বাদ দেব, বা অতিসংক্ষেপে লিখব: যেমন, লিখব: [1 থেকে], [2]। তোমরা নিজেরাই ভাষ্য লেখার কাজ, বিশেষত কোন যুক্তিবিধি প্রয়োগ করা হল তা লেখার কাজ, করতে পারবে। তবে পরীক্ষায় এ রকম সংক্ষেপকরণের সুযোগ নিলে চলবে না, ভাষ্য লিখে পূর্ণাঙ্গ শাখী তৈরি করে দিতে হবে। এ বিষয়ে আবার সতর্ক করে দেব [পৃঃ ২১৭ দ্রষ্টব্য]।

উদাহরণ ৪

যুক্তি : $A \rightarrow B \therefore A \leftrightarrow B$

শাখী :

1. $\surd$ $(A \rightarrow B)$
2. $\surd$ $-(A \leftrightarrow B)$
3. $-A$ A [2 থেকে]

4. B –B [ঐ]

5. –A B –A B [1 থেকে]
   × ×

অবৈধ। এর

বাধক দৃষ্টান্ত : ft for AB

[দৃষ্টান্তটি আর এক কায়দায় লেখা হল পৃঃ ১৭২ দেখ]

উদাহরণ ৫

$A \leftrightarrow B, A \vee B \therefore A \,\&\, B$

1. √ $(A \leftrightarrow B)$
2. √ $(A \vee B)$
3. √ $-(A \,\&\, B)$

4. –A –B [3]

5. A B A B [2]

6. A –A A –A] [1]
7. B –B B –B]
   × × × ×

যুক্তিটি বৈধ।

উদাহরণ ৬

$(A \,\&\, B) \rightarrow C, -A \rightarrow D \therefore B \rightarrow (C \vee D)$

1. √ $(A \,\&\, B) \rightarrow C$
2. √ $-A \rightarrow D$
3. √ $-[B \rightarrow (C \vee D)]$

B

√ $-(C \vee D)$

–C

–D

A D
   ×

$-(A \,\&\, B)$ C
                 ×

–A –B
× ×

CENTRAL LIBRARY

ওপরের উদাহরণটিতে কেবল কাণ্ডবাক্যগুলি ক্রমিক সংখ্যা দিয়ে চিহ্নিত হল। আর পরের উদাহরণ দুটি ক্রমিক সংখ্যা ছাড়াই শাখী গঠন করা হল। আগেকার লেখন রীতি পাল্টাবার হেতু হচ্ছে এই :

জেফরি* নিজে সাধারণভাবে ক্রমিকসংখ্যা বা ভাষ্য দিয়ে শাখী ভারাক্রান্ত করেন নি। ওঁর যেন বক্তব্য : শাখী গঠন কৌশল রপ্ত হয়ে গেলে, ক্রমিক সংখ্যা বা ভাষ্য—এ সবের সাহায্য ছাড়াই শাখী গঠন করতে পারবে। আর তা যদি পার তাহলে অহেতুক শাখীটিকে জটিল করে তুলবে কেন?

নমুনা হিসাবে শেষের দুটি শাখীতে সব "পরগাছা" ছাটাই করে দেওয়া হল। তবে আমরা সাধারণভাবে ক্রমিক সংখ্যাও ব্যবহার করব, ভাষ্যও লিখব, কিন্তু ভাষ্যতে যুক্তিবিধি উল্লেখ করব না। ভাষ্য লিখব এ আকারে : [— থেকে]।

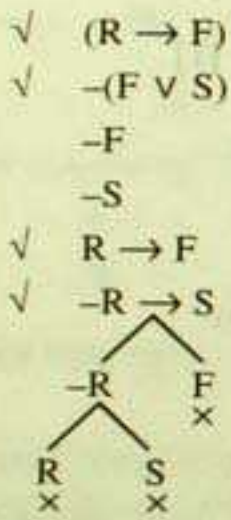
উদাহরণ ৭

যুক্তি : We shall fish if it rains and swim if it does not.
∴ We shall fish or swim.

[Jeffrey]

সাংকেতিক রূপ : $(R \rightarrow F) \,\&\, (-R \rightarrow S) \therefore F \vee S$

শাখী :



নির্ণয় : যুক্তিটি বৈধ।

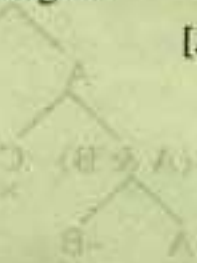
উদাহরণ ৮

যুক্তি : If Holmes has bungled or Watson is windy, Moriarty will escape.
∴ Moriarty will escape unless Holmes bungles.

[Jeffrey]

সাংকেতিক রূপ : $(H \vee W) \rightarrow M \therefore M \vee H$

শাখী :



* যার বই আমাদের পাঠ্য

√ $(H \vee W) \rightarrow M$
√ $-(M \vee H)$
$-M$
$-H$
√$-(H \vee W)$ M
×
$-H$
$-W$

নির্ণয় : এ শাখীর একটি শাখা মুক্ত। কাজেই যুক্তিটি অবৈধ। এর
বাধক দৃষ্টান্ত : fff for WHM

৯.১৩ সত্যশাখী গঠনের নিয়ম : পুনরাবৃত্তি

আমরা সত্যশাখী গঠন করতে শিখেছি। তবু এর নিয়মগুলি পুনরাবৃত্তি করছি [কেননা কোনো কোনো নিয়ম সম্পর্কে আমাদের কিছু বক্তব্য আছে]।

I. হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের নিষেধ পর পর বিভিন্ন লাইনে লেখ।

II. মনে মনে DN প্রয়োগ করে "– –" বাদ দেবে।

III. যদি কাণ্ডবাক্যগুলির মধ্যে কোনো অক্ষর (আণবিক বাক্য) ও তার নিষেধ থাকে তাহলে সর্বশেষ বাক্যের নিচে '×' চিহ্ন দাও। যদি না থাকে তাহলে

IV. যে কোনো কাণ্ডবাক্য নিয়ে বিশ্লেষণ শুরু কর, বিশ্লেষণ করে যা পাবে তা কাণ্ডবাক্যগুলির নিচে লেখ।

অনেকাঙ্গ বিশ্লেষণ করে যে শাখা বাক্য পাবে, হতে পারে তাও অনেকাঙ্গ; এ অনেকাঙ্গ বাক্য বিশ্লেষণ করে যা পাবে তা ঐ [অনেকাঙ্গ] শাখা বাক্যটির নিচে লিখবে। এখন কোনো শাখায় যদি কোনো বাক্য আর তার নিষেধ থাকে তাহলে শাখাটি বন্ধ করে দেবে। যদি কোনো শাখাই মুক্ত না থাকে তাহলে যুক্তিটি বৈধ। আর যদি কোনো শাখা মুক্ত থাকে তাহলে—

V. অন্য একটি কাণ্ডবাক্য নাও। একে বিশ্লেষণ করে যা পাবে তা প্রত্যেকটি মুক্ত শাখার নিচে লেখ। দেখ, কোনো শাখা মুক্ত আছে কিনা, যদি না থাকে, তাহলে যুক্তিটি বৈধ। যদি থাকে আর একটি কাণ্ডবাক্য নাও এবং একে বিশ্লেষণ করে প্রত্যেকটি মুক্ত শাখার নিচে লেখ। এভাবে এগিয়ে যাও।

VI. সব সময় শাখা পথগুলির ওপর নজর রাখবে। যদি কোনো শাখায় কোনো আণবিক বাক্য ও তার নিষেধ লক্ষ কর তাহলে শাখাটি বন্ধ করে দেবে, মানে পরবর্তী পর্বে এর নিচে আর কিছু লিখবে না।

VII. কোনো অনেকাঙ্গ বাক্য বিশ্লেষণ করা হয়ে গেলে তার বাম ধারে একটা "√" চিহ্ন দেবে।

CENTRAL LIBRARY

VIII. যদি সব অনেকাঙ্গ বাক্য বিশ্লেষণ করে যাক, এবং যদি দেখ প্রত্যেকটি শাখার শেষান্তে আছে আণবিক বাক্য বা আণবিকের নিষেধ তাহলে বুঝবে শাখী গঠনের কাজ সুসম্পন্ন হয়েছে।

উক্ত নিয়মগুলির কোনো কোনোটি সম্পর্কে আরও কিছু বক্তব্য আছে। নিয়মগুলি নেওয়া হল বিপরীত ক্রমে।

VIII সম্পর্কে মন্তব্য

প্রত্যেকটি অনেকাঙ্গ বাক্য বিশ্লেষণের প্রয়োজন নাও হতে পারে।

যদি কোনো বাক্য বিশ্লেষণ করার আগেই সব শাখা বন্ধ হয়ে যায়*, তাহলে সত্যশাখী গঠনের কাজ শেষ হয়ে গেল [বোঝা গেল, যুক্তিটি বৈধ]।

উদাহরণ

Moriarty will escape unless Holmes acts.
We shall rely on Watson only if Holmes does not act.
∴ If Holmes does not act, Moriarty will escape unless we rely on Watson.
[Jeffrey]

সাংকেতিক রূপ :

$M \vee H$
$W \rightarrow -H$
$\therefore -H \rightarrow (M \vee W)$

শাখী :

1. √ $M \vee H$
2. $W \rightarrow -H$
3. √ $-[-H \rightarrow (M \vee W)]$
4. $-H$
5. √ $-(M \vee W)$
6. $-M$ [5 থেকে]
7. $-W$
8. $M \quad H$ [1 থেকে]

দেখ, এখানে দ্বিতীয় হেতুবাক্যটি বিশ্লেষণ করার কোনো প্রয়োজন হল না। ওটা ছাড়াই শাখাগুলি বন্ধ হয়ে গেছে [সুতরাং যুক্তিটি বৈধ]।

---

* এমন হতে পারে, কেননা 'P ∴ Q' বৈধ হলে 'P . A . B . C .....∴Q'-ও বৈধ। মানে, কোনো বৈধ যুক্তির হেতুবাক্যের সঙ্গে ফালতু কথা [এমন কি সম্পূর্ণ অপ্রাসঙ্গিক, অবান্তর কথা] যোগ করে দিলেও যুক্তিটির বৈধতা ক্ষুণ্ণ হয় না।

CENTRAL LIBRARY

V সম্পর্কে মন্তব্য

"প্রত্যেকটি মুক্ত শাখার নিচে"—এ কথাটার গুরুত্ব বুঝে নেবার দরকার। কোনো পর্বে পৌঁছানোর পর যদি কোনো কাণ্ডবাক্য বিশ্লেষণ করতে হয় তাহলে বিশ্লেষণ করে পাওয়া বাক্যগুলিকে সব মুক্ত শাখার তলায় বসাতে হবে। উদাহরণ

1. $A \rightarrow B$
2. $C \rightarrow D$
3. $A \rightarrow -C$
4. $-(-B \vee -C)$
5. B
6. C] [4]
7. $-A$ B [1]

এখন 2-সংখ্যক কাণ্ডবাক্য বিশ্লেষণ করে পাই

$-C$ D

এ শাখা দুটি সপ্তম পর্বের দুটি মুক্ত শাখার নিচে বসাতে হবে এভাবে

[7] $-A$ B

8. $-C$ D $-C$ D

আর 3-সংখ্যক কাণ্ডবাক্য বিশ্লেষণ করে পাই

$-A$ $-C$

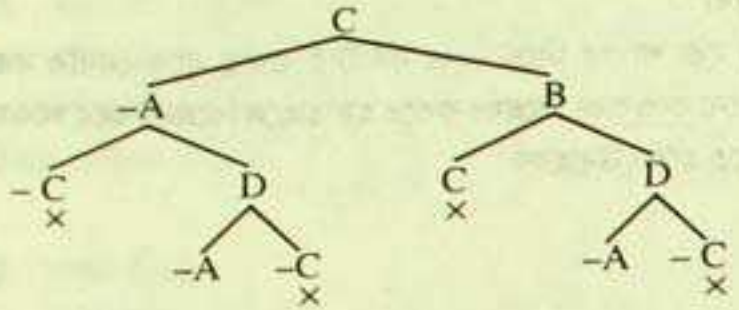
এ দ্বিশূলটি অষ্টম পর্বের প্রত্যেকটি মুক্ত শাখার মুখে লাগিয়ে দিতে হবে এভাবে

[8] $-C$ × D $-C$ × D

9. $-A$ $-C$ $-A$ $-C$

তাহলে শাখীটি নেবে এ রূপ

√ $A \rightarrow B$
√ $C \rightarrow D$
√ $A \rightarrow -C$
√ $-(-B \vee -C)$
B

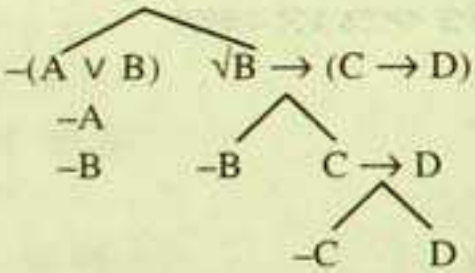


যে নিয়মের কথা বলা হল তা খাটে কেবল কাণ্ডবাক্য সম্পর্কে, শাখা বাক্য সম্পর্কে খাটে না।

কোনো শাখা বাক্য বিশ্লেষণ করে যা পাওয়া যাবে তা কেবল, শাখা বাক্যের নিচেই যুক্ত করতে হবে—অন্য কোনো শাখার মুখে যুক্ত হবে না।

উদাহরণ

1. √ $(A \vee B) \rightarrow [B \rightarrow (C \rightarrow D)]$
2. √ $-(A \vee D)$
3. $-A$
4. $-D$



[1]

এখানে পঞ্চম পর্বের বাম ধার বিশ্লেষণ করে যা পেয়েছি তা বাম ধারের শাখার তলায় লেখা হল, ডান ধারের শাখায় যুক্ত হল না। আবার ডান ধারের '$B \rightarrow (C \rightarrow D)$' বিশ্লেষণ করে যা পেলাম তা কেবল ঐ বাক্যটির নিচেই লেখা হল, বামধারের শাখায় যুক্ত হল না। সে রকম শাখাবাক্য '$C \rightarrow D$' থেকে যে সিদ্ধান্ত করা হয়েছে তা লেখা হল কেবল '$C \rightarrow D$'-এর নিচে।

IV সম্পর্কে মন্তব্য

যে কোনো কাণ্ডবাক্য নিয়ে বিশ্লেষণ শুরু করতে পার ঠিক। তবে প্রথমে এমন বাক্য নেওয়া ভাল যার বিশ্লেষণ [সিদ্ধান্ত] লিখতে হবে উল্লম্ব আকারে—মানে সোজা খাড়া করে। এতে [একশাখ] শাখীর প্রশাখা বিস্তার কিছুটা সীমিত রাখা যায়। আর প্রথমেই যদি এমন বাক্য নাও যার বিশ্লেষণ দুটো প্রশাখায় লিখতে হবে [মানে, যাকে বিশ্লেষণ করে পাবে বৈকল্পিক বাক্য] তাহলে সত্যশাখী অহেতুক জটিল আকার ধারণ করবে—শাখাপ্রশাখা বিস্তার করবে।

উদাহরণ

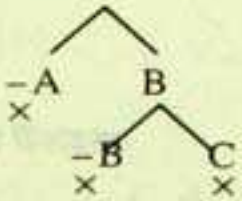
নিম্নোক্ত উদাহরণটির দুটি রূপ তুলনা করলে এ নির্দেশের গুরুত্ব বোঝা যাবে।

যুক্তি

$A \rightarrow B, B \rightarrow C \therefore A \rightarrow C$

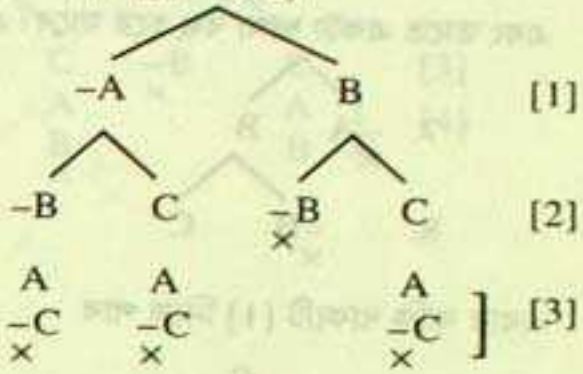
শাখী ১

1. √ $A \rightarrow B$
2. √ $B \rightarrow C$
3. √ $-(A \rightarrow C)$
4. A
5. $-C$] [3]
6. $-A$ B [1]
7. $-B$ C [2]



শাখী ২

√ $A \rightarrow B$
√ $B \rightarrow C$
√ $-(A \rightarrow C)$



[1] [2] [3]

দেখ, দ্বিতীয় শাখীটির শাখা প্রশাখা অনেক বেশী।

এ প্রসঙ্গে আর একটি নির্দেশ। এ নির্দেশ মেনে চললে সত্যশাখী অনেক খর্বকায় করে রাখা যায়।

|| তোমার লক্ষ্য হবে শাখাপথ বন্ধ করা,
স্ববিরোধিতা অনুসন্ধান করা*

[নিয়ম VI দেখ]

সব সময় নজর রাখবে, কোন কাণ্ডবাক্য নিলে কোন শাখাপথ বন্ধ করা যায়।

নিচের উদাহরণটি দেখ।

1. $C \rightarrow D$
2. $A \rightarrow B$
3. $B \rightarrow C$
4. $-(-A \vee -B)$

প্রথমেই 4 বিশ্লেষণ করা ভাল; তাতে শাখাবিস্তার সীমিত রাখা যাবে। 4 থেকে পাই

5. A
6. B

এখন 1, '$C \rightarrow D$', নিয়ে কোনো লাভ নেই, তাতে শাখা পথ বন্ধ হবে না। কিন্তু যদি 2 নিই তাহলে পাব



আর এটা উক্ত [একশাখ] শাখীতে যুক্ত করে পাব

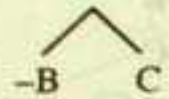


7. $-A$ B

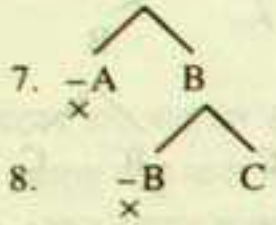
* একই শাখায় 'A', '$-$A' আকারের বাক্য পাওয়া যায় কিনা তা দেখা।

CENTRAL LIBRARY

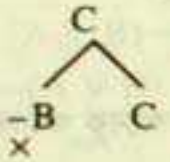
দেখ, 'C → D' নিলে এখনও কোনো সুবিধা হচ্ছে না, শাখা বন্ধ হচ্ছে না। 'B → C' নিলে কিন্তু পাব



এবং তাতে একটা শাখা বন্ধ হয়ে যাবে। এটা শাখাটিতে জুড়ে পাই

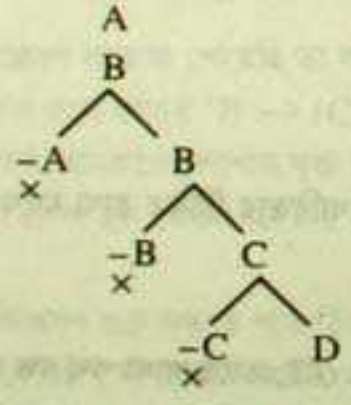


এবার বাকি বাক্যটি [1] নিয়ে পাব



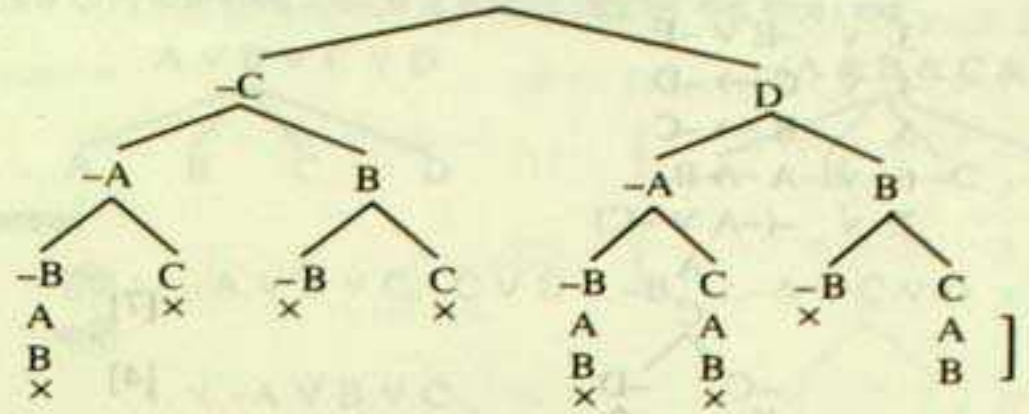
সব পর্বগুলি একত্র করে পাই এ পূর্ণাঙ্গ শাখাটি

1. √ C → D
2. √ A → B
3. √ B → C
4. √ –(–A ∨ –B)



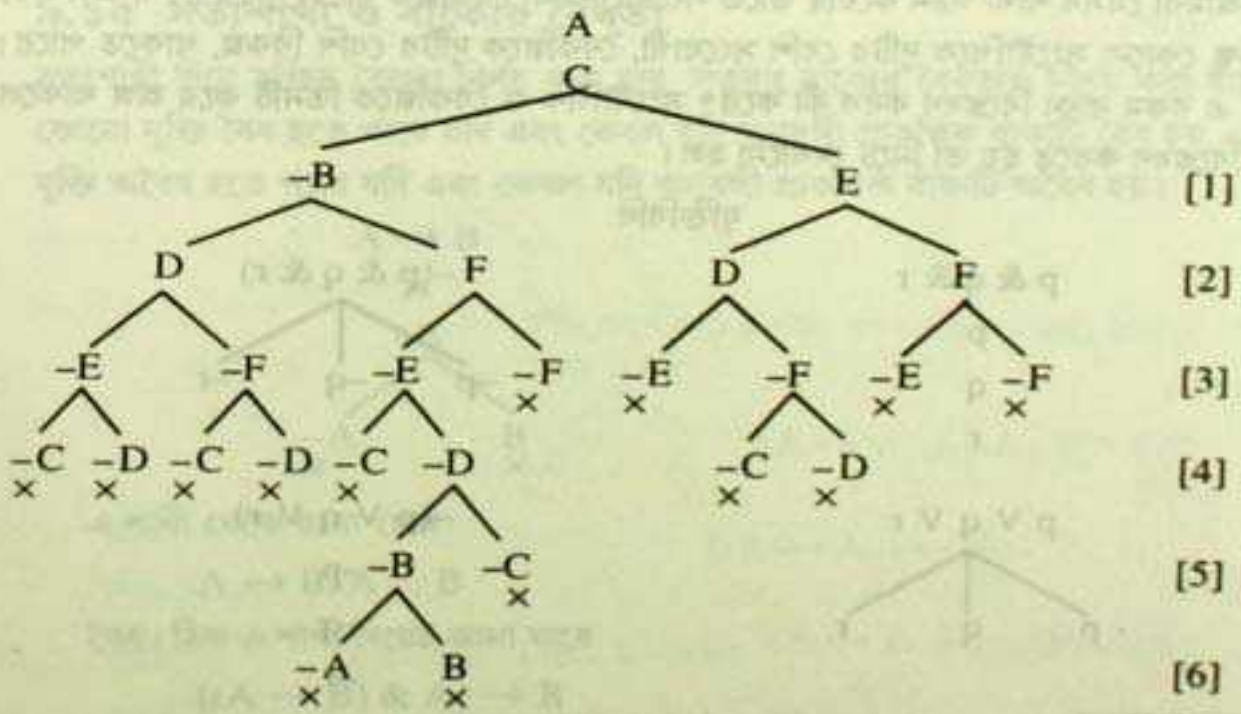
কিন্তু যদি শাখা পথের দিকে নজর না রাখতাম—যে ক্রমে কাণ্ডবাক্যগুলি দেওয়া আছে যে ক্রম অনুসরণ করতাম তাহলে পেতাম এ শাখাটি

√ C → D
√ A → B
√ B → C
√ –(–A ∨ –B)



আর একটা উদাহরণ

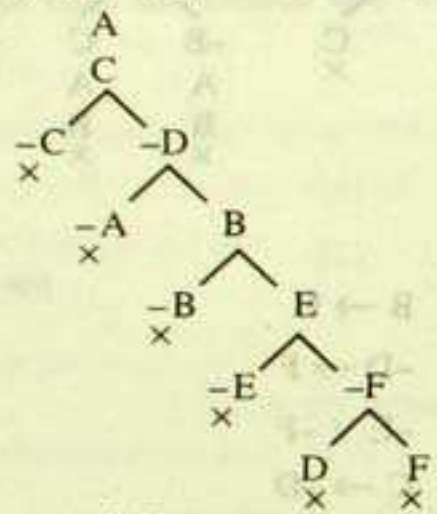
1. √ $B \rightarrow E$
2. √ $-D \rightarrow F$
3. √ $-E \vee -F$
4. √ $C \rightarrow -D$
5. √ $B \rightarrow -C$
6. √ $A \rightarrow B$
7. √ $-(-A \vee -C)$



একটু সতর্ক হয়ে এদিক ওদিক দেখে চললে, এ শাখীটিকে খর্বকায় ও দৃষ্টিনন্দন করা যেত এভাবে

1. √ $B \rightarrow E$
2. √ $-D \rightarrow F$

3. √ –E ∨ –F
4. √ C → –D
5. B → –C
6. √ A → B
7. √ –(–A ∨ –C)



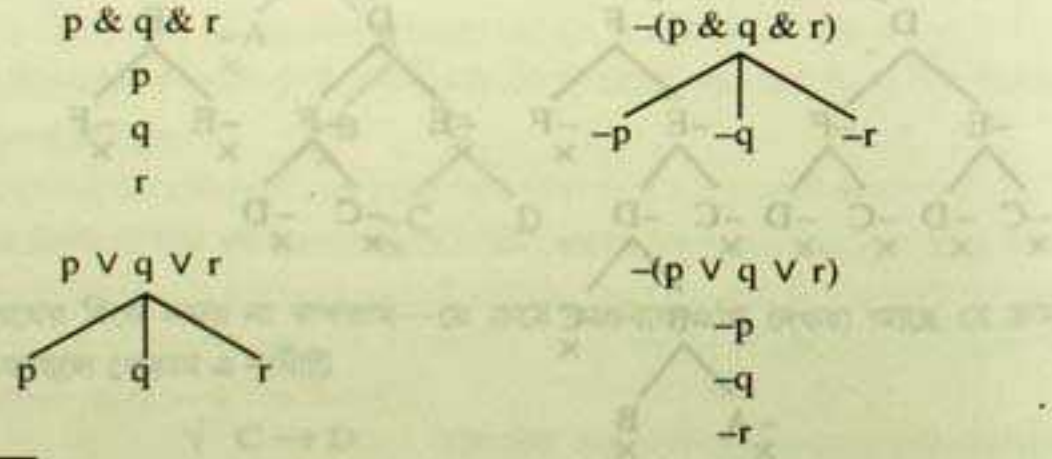
[7]
[4]
[6]
[1]
[3]
[2]

লক্ষণীয়, এখানে 5-সংখ্যক কাণ্ডবাক্যটি বিশ্লেষণের কোনো দরকারই হল না।

৯.১৪ সত্যশাখী : যেখানে কাণ্ডবাক্যে* দুটির বেশি সংযোগী/বিকল্প**

এতক্ষণ আমরা যেসব শাখী গঠন করেছি তাতে সংযৌগিক বা বৈকল্পিক বাক্যে দুটির বেশী অঙ্গবাক্য নেই। কিন্তু কোনো সংযৌগিকে দুটির বেশি সংযোগী, বৈকল্পিকে দুটির বেশি বিকল্প, থাকতে পারে। তাহলে? এ রকম বাক্য বিশ্লেষণ করব কী করে? সংযৌগিক ও বৈকল্পিকে তিনটি করে অঙ্গ থাকলে কীভাবে বিশ্লেষণ করতে হয় তা নিচে দেখানো হল।

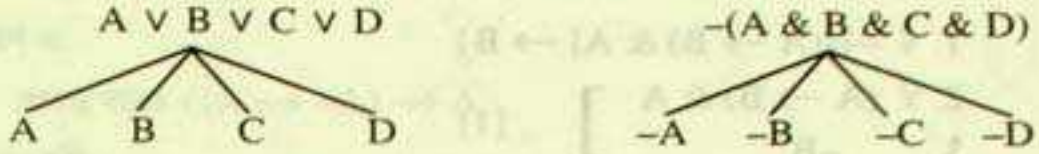
যুক্তিবিধি



* বা শাখাবাক্যে

** প্রাকল্পিক বা দ্বিপ্রাকল্পিকে দুটির বেশি অঙ্গ থাকতে পারে না। মানে, 'p → q → r' ইত্যাদি সুগঠিত বাক্যই নয়। আর 'p → (q → r)', '(p → q) → r' এসবে আছে কেবল দুটি অঙ্গ। সে রকম 'p → (q → r)', '(p ↔ q) → r' এসবেও দুটি অঙ্গবাক্য। এজন্য "→" আর "↔"-এর জন্য আলাদা যুক্তিবিধির দরকার নেই।

আরও বেশি অঙ্গবিশিষ্ট বাক্যকে এ কায়দায় বিশ্লেষণ করা যাবে। যথা

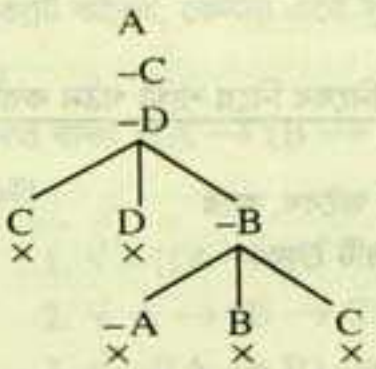


উদাহরণ

যুক্তি : $-A \vee B \vee C,\ C \vee D \vee -B,\ \therefore -A \vee C \vee D$

শাখী

1. √ $-A \vee B \vee C$
2. √ $C \vee D \vee -B$
3. √ $-(-A \vee C \vee D)$



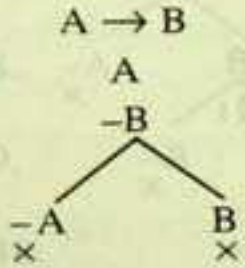
[3]

[2]

[1]

৯.১৫ সত্যশাখী ও বাক্যের বৈধতা

সত্যশাখী দিয়ে যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করা যায়, সুতরাং বাক্যের বৈধতাও নির্ণয় করা যাবে। কেননা কোনো যুক্তি বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক বাক্যটি বৈধ হয়, এবং কোনো যুক্তি অবৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক বাক্যটি অবৈধ হয়।



এ শাখী থেকে জানা গেল

$A \rightarrow B,\ A\ \therefore B$

বৈধ। ঠিক এ শাখী দিয়েই জানা যাবে

$[(A \rightarrow B)\ \&\ A] \rightarrow B$

বৈধ। কেননা কোনো বাক্য বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এর নিষেধ হয় স্ববিরোধী*।

* বা এর নিষেধ থেকে স্ববিরোধিতা নিদ্ধাশন করা যায়।

CENTRAL LIBRARY

এখন বাক্যটি নিষেধ করে দেখা যাক এর থেকে স্ববিরোধিতা নিঃসৃত হয় কিনা।

1. √ $-[[(A \rightarrow B) \& A] \rightarrow B]$
2. √ $(A \rightarrow B) \& A$] [1]
3. $-B$]
4. $A \rightarrow B$] [2]
5. A
6. $-A$ B [4]
   × ×

দুটি শাখাতেই স্ববিরোধিতা ['A & –A', 'B & –B']। সুতরাং প্রদত্ত বাক্যের নিষেধ স্ববিরোধী। সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ।

বাক্যের বৈধতা নির্ণয় : নিয়ম

যে বাক্যের বৈধতা নির্ণয় করতে চাও তার নিষেধ নিয়ে শাখী গঠন করতে হবে।

স্পষ্টতই

যদি কোনো শাখা মুক্ত থাকে তাহলে বাক্যটি অবৈধ, আর
যদি কোনো মুক্ত শাখা না থাকে তাহলে বাক্যটি বৈধ।

উদাহরণ ১

প্রদত্ত বাক্য* : $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

শাখী :

√ $-[A \rightarrow (B \rightarrow A)]$
A
√ $-(B \rightarrow A)$
B
$-A$
×

নির্ণয় : বাক্যটি বৈধ, কেননা এতে কোনো মুক্ত শাখা নেই।

উদাহরণ ২

প্রদত্ত বাক্য : $A \rightarrow (A \rightarrow A)$

শাখী :

√ $-[A \rightarrow (-A \rightarrow A)]$
A
√ $-(-A \rightarrow A)$
$-A$
$-A$
×

* সংক্ষেপকরণের জন্য কেবল "প্রদত্ত বাক্য" লেখা হল। আসলে এ রকম ক্ষেত্রে প্রচ্ছন্ন আছে এ প্রশ্ন : প্রদত্ত বাক্যটির বৈধতা নির্ণয় কর।

নির্ণয় : বাক্যটি বৈধ, কেননা.....

উদাহরণ ৩

প্রদত্ত বাক্য : $(A \rightarrow -A) \rightarrow A$

শাখী :

$\surd \; -[(A \rightarrow -A) \rightarrow A]$

$\surd \quad A \rightarrow -A$

$-A$

$-A \qquad -A$

নির্ণয় : বাক্যটি অবৈধ, কেননা এতে মুক্ত শাখা আছে [বস্তুত এর দুটি শাখাই মুক্ত]।

উদাহরণ ৪

প্রদত্ত বাক্য : $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

শাখী :

1. $\surd \; -\{[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]\}$
2. $\surd \; A \rightarrow (B \rightarrow C)$] [1]
3. $\surd \; -[(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$]
4. $\surd \; A \rightarrow B$] [3]
5. $\surd \; -(A \rightarrow C)$]
6. A] [5]
7. $-C$
8. $-A \quad B$ [4]
   $\times$
9. $-A \quad \surd B \rightarrow C$ [2]
   $\times$
10. $-B \quad C$ [9]
    $\times \quad \times$

নির্ণয় : বৈধ।

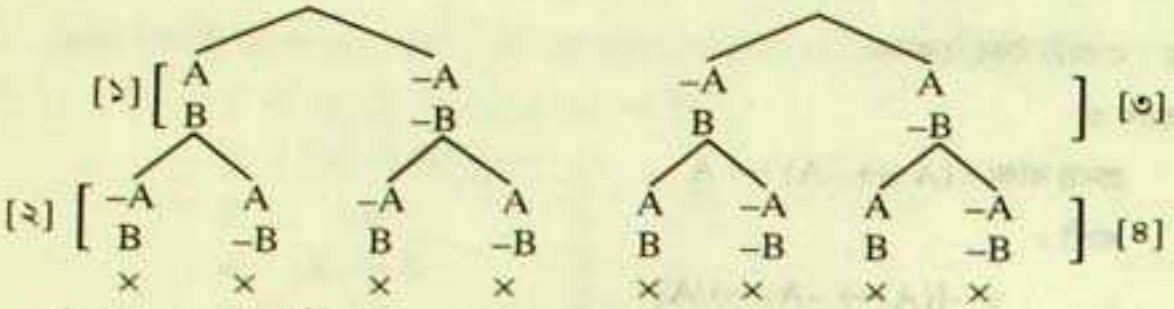
উদাহরণ ৫

[নির্ণেয়] $-(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (-A \leftrightarrow B)$ —এ বাক্যটি কি বৈধ?

[শাখী] $-[-(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (-A \leftrightarrow B)]$

(১) $A \leftrightarrow B$ $-(A \leftrightarrow B)$ (৩)

(২) $-A \leftrightarrow B$ $-(-A \leftrightarrow B)$ (৪)



উত্তর : প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ।

৯.১৬ সত্যশাখী পদ্ধতিতে প্রতিপত্তি ও সমার্থতা নির্ণয়

আমরা জানি

|| Implication is validity of the conditional
|| Equivalence is validity of the biconditional,

কাজেই কোনো বাক্য 'P' কোনো বাক্য 'Q'-কে imply করে কিনা, প্রতিপাদন করে কিনা, তা নির্ণয় করতে হলে দেখার দরকার প্রাসঙ্গিক প্রাকল্পিকটি, 'P → Q' বৈধ কিনা।

সোজা কথায়

'P' 'Q'-কে প্রতিপাদন করে কিনা তা নির্ণয় করতে হলে, 'P'-কে পূর্বকল্প করে, 'Q'-কে অনুকল্প করে, একটি প্রাকল্পিক বাক্য গঠন করতে হবে। আর ঐ প্রাকল্পিকের, 'P → Q' -এর, বৈধতা পরীক্ষা করতে হবে।

আরও সোজা করে বলি

'P' 'Q'-কে প্রতিপাদন করে কিনা তা নির্ণয় করতে হলে
'P' আর 'Q'-এর মধ্যে "→" চিহ্নটি যোগ করে নাও, এবং 'P → Q' বৈধতা পরীক্ষা কর। 'P → Q' বৈধ হলে : 'P' implies 'Q'।

সেরকম

কোনো বাক্য 'P' আর কোনো বাক্য 'Q' সমার্থক কিনা তা নির্ণয় করতে হলে বাক্য দুটির মাঝখানে '↔' চিহ্ন বসাও, এবং 'P ↔ Q'-এর বৈধতা পরীক্ষা কর। 'P ↔ Q' বৈধ হলে বলা যাবে: 'P' আর 'Q' সমার্থক, 'P' is equivalent to 'Q'।

প্রতিপত্তি (Implication)

উদাহরণ ১

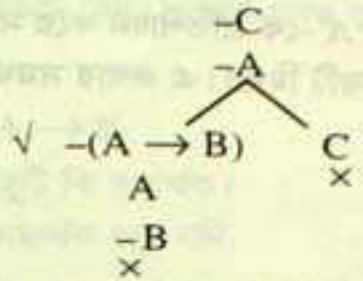
'(A → B) → C' কি '–C → A' কে প্রতিপাদন করে?

উত্তর : যদি নিম্নোক্ত বাক্যটি বৈধ হয় তাহলে প্রথম বাক্যটি দ্বিতীয়টিকে প্রতিপাদন করে

[(A → B) → C] → (–C → A)

এখন এ বাক্যটির বৈধতা পরীক্ষা করা যাক।

√ –{[(A → B) → C] → (–C → A)}
(A → B) → C
√ –(–C → A)



এ শাখী থেকে দেখা গেল

$$[(A \rightarrow B) \rightarrow C] \rightarrow (-C \rightarrow A)$$

বৈধ। সুতরাং

'$(A \rightarrow B) \rightarrow C$' প্রতিপাদন করে : '$-C \rightarrow A$'

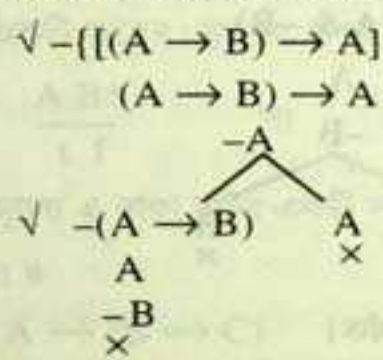
উদাহরণ ২

সমস্যা : '$(A \rightarrow B) \rightarrow A$' কি প্রতিপাদন করে 'A'-কে?

সমাধান : যদি দেখা যায়

$$[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$$

বৈধ তাহলে প্রথম বাক্যটি প্রতিপাদন করে দ্বিতীয়টিকে। এখন এ বাক্যটির বৈধতা পরীক্ষা করা যাক।

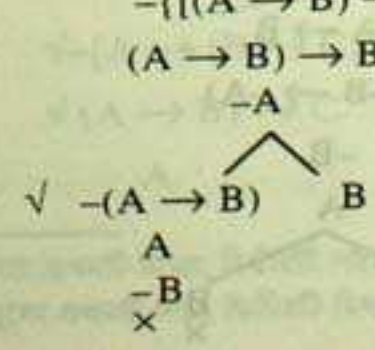


উক্ত প্রাকল্পিকটি; '$[(A \rightarrow B) \rightarrow A] \rightarrow A$', বৈধ। সুতরাং প্রদত্ত প্রথম বাক্যটি প্রতিপাদন করে দ্বিতীয়টিকে।

উদাহরণ ৩

সমস্যা : '$(A \rightarrow B) \rightarrow B$' কি প্রতিপাদন করে 'A'-কে?

সমাধান :



CENTRAL LIBRARY

প্রাকল্পিকটি বৈধ নয়, সুতরাং '$(A \rightarrow B) \rightarrow B$' বাক্যটি 'A'-কে প্রতিপাদন করে না। প্রতিপাদন করে না—মানে, এমন হতে পারে এদের প্রথমটি সত্য, দ্বিতীয়টি মিথ্যা। এ কথার সমর্থনে নিচেকার সারণী-সারি

A	B	$(A \rightarrow B) \rightarrow B$	A
f	t	t	f

সমার্থতা (Equivalence)

উদাহরণ ১

$$-(A \rightarrow B) \qquad A \,\&\, -B$$

এ বাক্য দুটি কি সমার্থক?

উত্তর : বাক্য দুটি সমার্থক হবে, যদি এমন হয় যে

$$-(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \,\&\, -B)$$

বৈধ। এখন এ বাক্যের বৈধতা পরীক্ষা

$$\surd -[-(A \rightarrow B) \leftrightarrow (A \,\&\, -B)]$$

$\surd A \rightarrow B$ | $\surd -(A \rightarrow B)$

$\surd A \,\&\, -B$ | $\surd -(A \,\&\, -B)$

A | A

$-B$ | $-B$

$-A$ × B × | $-A$ × B ×

উক্ত দ্বিপ্রাকল্পিকটি বৈধ। সুতরাং প্রদত্ত বাক্য দুটি সমার্থক।

উদাহরণ ২

$$A \rightarrow B \qquad -B \rightarrow -A$$

এ বাক্য দুটি কি সমার্থক?

উত্তর :

$$\surd -[(A \rightarrow B) \leftrightarrow (-B \rightarrow -A)]$$

$\surd -(A \rightarrow B)$ | $\surd A \rightarrow B$

$\surd -B \rightarrow -A$ | $\surd -(-B \rightarrow -A)$

A | $-B$

$-B$ | A

B × $-A$ × | $-A$ × B ×

দ্বিপ্রাকল্পিকটি বৈধ। সুতরাং প্রদত্ত বাক্য দুটি সমার্থক।

উদাহরণ ৩

$A \rightarrow B$ $\quad\quad$ $-A \rightarrow -B$

এ বাক্য দুটি কি সমার্থক?

উত্তর : সমার্থক হবে যদি

$$-[(A \rightarrow B) \leftrightarrow (-A \rightarrow -B)]$$

এ বাক্যটি বৈধ হয়। এ বাক্যের বৈধতা পরীক্ষা করতে গিয়ে পাই এ শাখী

$$-[(A \rightarrow B) \leftrightarrow (-A \rightarrow -B)]$$

$\surd -(A \rightarrow B)$ $\quad\quad$ $\surd A \rightarrow B$

$\surd -A \rightarrow -B$ $\quad\quad$ $\surd -(-A \rightarrow -B)$

A $\quad\quad$ $-A$

$-B$ $\quad\quad$ B

A $\quad$ $-B$ $\quad\quad$ $-A$ $\quad$ B

দ্বিপ্রাকল্পিকটি অবৈধ। সুতরাং প্রদত্ত বাক্য দুটি সমার্থক নয়। লক্ষণীয়

$\frac{A \; B^*}{t \; f}$ বা $\frac{A \; B^{**}}{f \; t}$

এ সত্যমূল্যে এ বাক্য দুটির একটি সত্য অন্যটি মিথ্যা।

উদাহরণ ৪

$A \rightarrow (B \rightarrow C)$ $\quad\quad$ $(A \rightarrow B) \rightarrow C$

এ বাক্য দুটি কি সমার্থক?

উত্তর : বাক্য দুটি সমার্থক হতে পারে যদি

$$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \leftrightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow C]$$

এ দ্বিপ্রাকল্পিকটি বৈধ হয়। এ বাক্যের বৈধতা পরীক্ষা —

$$-[[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \leftrightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow C]]$$

$\surd -[A \rightarrow (B \rightarrow C)]$ $\quad\quad$ $\surd A \rightarrow (B \rightarrow C)$

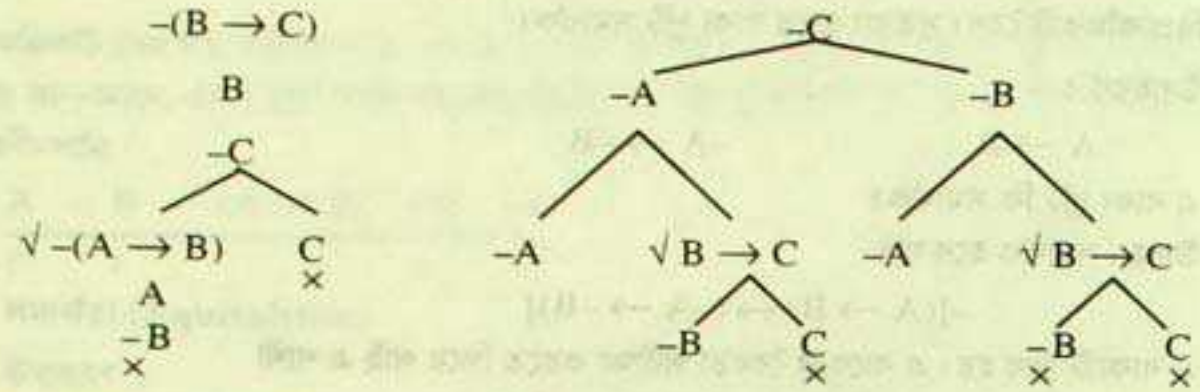
$\surd (A \rightarrow B) \rightarrow C$ $\quad\quad$ $\surd -[(A \rightarrow B) \rightarrow C]$

A $\quad\quad$ $\surd A \rightarrow B$

---

* এর বেলায় প্রথমটি মিথ্যা, দ্বিতীয়টি সত্য, আর

** এ সত্যমূল্যে প্রথমটি সত্য, দ্বিতীয়টি মিথ্যা।



দ্বিপ্রাকল্পিকটি অবৈধ; সুতরাং প্রদত্ত বাক্য দুটি সমার্থক নয়। লক্ষণীয়

A	B	C
f		f

এ সত্যমূল্যে [B-এর মূল্য যাই হোক না কেন] প্রদত্ত প্রথম বাক্যটি সত্য, দ্বিতীয়টি মিথ্যা।

৯.১৭ সংগতি (Consistency) : নির্ণয়

Implication, Equivalence কী তা তোমাদের জানা; সম্ভবত এ বই পড়ার আগেই জানতে। কিন্তু হয়ত 'consistency' কথাটা এই প্রথম শুনছ। কাজেই 'consistency' নির্ণয় কী করে করতে হয় তা বলার আগে এ প্রত্যয়টির সঙ্গে তোমাদের পরিচয় করিয়ে দেবার দরকার। "consistency"-এর প্রতিশব্দ হিসাবে আমরা ব্যবহার করব "সংগতি" কথাটি। প্রশ্ন হল সংগতি কী?

সংগতি (Consistency) কী?

যদি এমন হয় যে দুটি বা ততোধিক বাক্য যুগপৎ সত্য হতে পারে, মানে

যদি এমন ক্ষেত্র [সত্যমূল্য বিন্যাস] থাকে যাতে প্রত্যেকটি বাক্য একসঙ্গে সত্য, তাহলে বলা হয়: বাক্যগুলির মধ্যে আছে অবিসংবাদিতা, অবিরোধিতা, consistency বা সংগতি।

আর যে ক্ষেত্রে সব কয়টি বাক্য সত্য তাকে বলে ঐ বাক্যসমষ্টির সত্যতার মডেল (**model**), বাংলায়—প্রদর্শক দৃষ্টান্ত বা **সাধক দৃষ্টান্ত**।

সংগতি নেই কেবল [বিপরীত ও] বিরুদ্ধ বাক্যের—যেমন, 'P', '–P'-এর—মধ্যে। [বিপরীত ও] বিরুদ্ধ বাক্য ছাড়া, বা বিরুদ্ধতা প্রচ্ছন্ন আছে এমন বাক্য সমষ্টি ছাড়া—যে কোনো বাক্যের মধ্যে সংগতি বর্তমান। উদাহরণ

P : এ পৃষ্ঠাটি সাদা

Q : আজ বৃষ্টি হয়েছে

R : ২ + ২ = ৪

এখানে 'P', 'Q', 'R'–এর মধ্যে সংগতি আছে—যদিও এদের মধ্যে প্রাসঙ্গিকতা সম্বন্ধ নেই। সেরকম

$A \rightarrow C, B \rightarrow C, -A, -A \rightarrow -C$

CENTRAL LIBRARY

এ বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি আছে। কেননা এ সব কয়টি বাক্য সত্য এ সত্য শর্তে

A	B	C
f	f	f

এটা হল উক্ত বাক্য সমষ্টির সত্যতার সাধক দৃষ্টান্ত।

আর একটা উদাহরণ।

প্রশ্ন : $-p \vee q, p \vee -q, -p \vee -q, -(p \vee q)$

এদের মধ্যে কি সংগতি আছে? — কোয়াইন*

উত্তর : আছে, কেননা, p, q উভয়ই মিথ্যা হলে এ সমষ্টির প্রত্যেকটি বাক্য সত্য।

উত্তরটা এভাবেও দিতে পারতাম।

সাধক দৃষ্টান্ত

p	q
f	f

এর জোরে বলতে পারি, উক্ত বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি আছে।

সত্যশাখী দিয়ে কী করে সংগতি নির্ণয় করা যায় এখন তাই বলব। এ প্রক্রিয়ায় সংগতি নির্ণয় খুব সহজ।

|| এ পদ্ধতির সাহায্যে সংগতি নির্ণয় করতে হলে প্রদত্ত বাক্যগুলিকে অবিকৃত রেখে, মানে, কোনোটিকে নিষেধ না করে, সত্যশাখী গঠন করতে হয়।

|| যদি গঠিত শাখীতে কোনো [কোনো একটিও] মুক্ত শাখা থাকে, তাহলে বোঝা গেল [সাধক দৃষ্টান্ত আছে, মানে] বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি আছে,

আর, || যদি কোনো মুক্ত শাখা না থাকে তাহলে বোঝা গেল বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি নেই [কোথাও স্ববিরোধিতা লুকানো আছে]।

উদাহরণ ১

আবার আগের একটা উদাহরণ [পৃঃ ১৯৮] নিলাম।

$A \rightarrow C, B \rightarrow C, -A, -A \rightarrow -C$

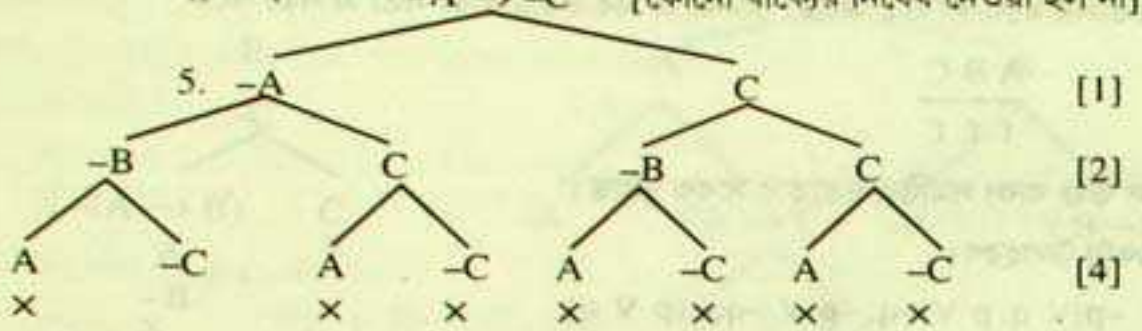
শাখী

1. $\surd$ $A \rightarrow C$
2. $\surd$ $B \rightarrow C$
3. $-A$

---

* কোয়াইন-এতে এ প্রশ্ন আছে এভাবে : Are there circumstances in which '$p \vee q$', '$p \vee q$', '$p \vee q$' and '$-(p \vee q)$' all come out true? — Methods of Logic তৃতীয় সংস্করণ, পৃঃ ১৪।

4. √ $-A \rightarrow -C$ [কোনো বাক্যের নিষেধ নেওয়া হল না]



[মুক্ত শাখা]

এ শাখীর একটা শাখা মুক্ত। কাজেই প্রদত্ত বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি আছে, এখানে

সাধক দৃষ্টান্ত

A	B	C
f	f	f

দেখ,

A	B	C	$A \rightarrow C$	$B \rightarrow C$	$-A$	$-A \rightarrow -C$
f	f	f	t	t	t	t

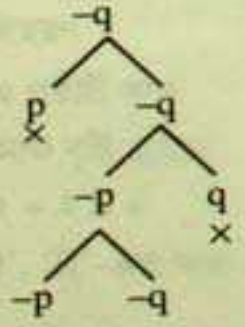
উদাহরণ ২

কোয়াইন-থেকে-নেওয়া উদাহরণটি আবার নেওয়া যাক :

$-p \vee q, p \vee -q, -p \vee -q, -(p \vee q)$

শাখী

√ $-p \vee q$
√ $p \vee -q$
√ $-p \vee -q$
√ $-(p \vee q)$
$-p$
$-q$



মুক্ত শাখা থেকে পাচ্ছি এ

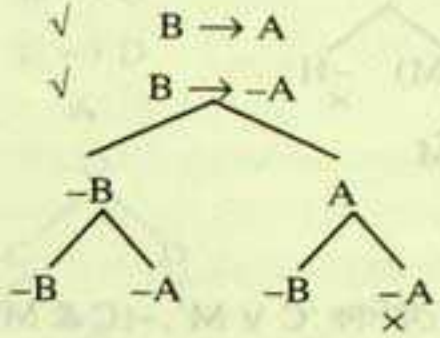
সাধক দৃষ্টান্ত $\frac{p\ q}{f\ f}$

সুতরাং প্রদত্ত বাক্যগুলি যুগপৎ সত্য হতে পারে—এদের মধ্যে অসংগতি নেই।

উদাহরণ ৩

$B \rightarrow A$ $B \rightarrow -A$

এ বাক্য দুটির মধ্যে সংগতি আছে কি নেই?



[1]

সাধক দৃষ্টান্ত

$\frac{B}{f}$ [বা $\frac{A\ B}{f\ f}$ বা $\frac{A\ B}{t\ f}$]

বলা বাহুল্য, সাধক দৃষ্টান্ত দেখানো মানে—এ দাবি করা যে, বাক্যগুলির মধ্যে অসংগতি নেই।

উদাহরণ ৪

Both Crumm and Moriarty are guilty, if either is.

If neither is guilty, then Holmes has not bungled.

Unless Holmes has bungled, exactly one of them is guilty.

এ বাক্য তিনটির মধ্যে সংগতি আছে কি নেই?

C = Crumm is guilty M = Moriarty is guilty H = Holmes has bungled

প্রদত্ত বাক্যগুলির সাংকেতিক রূপ

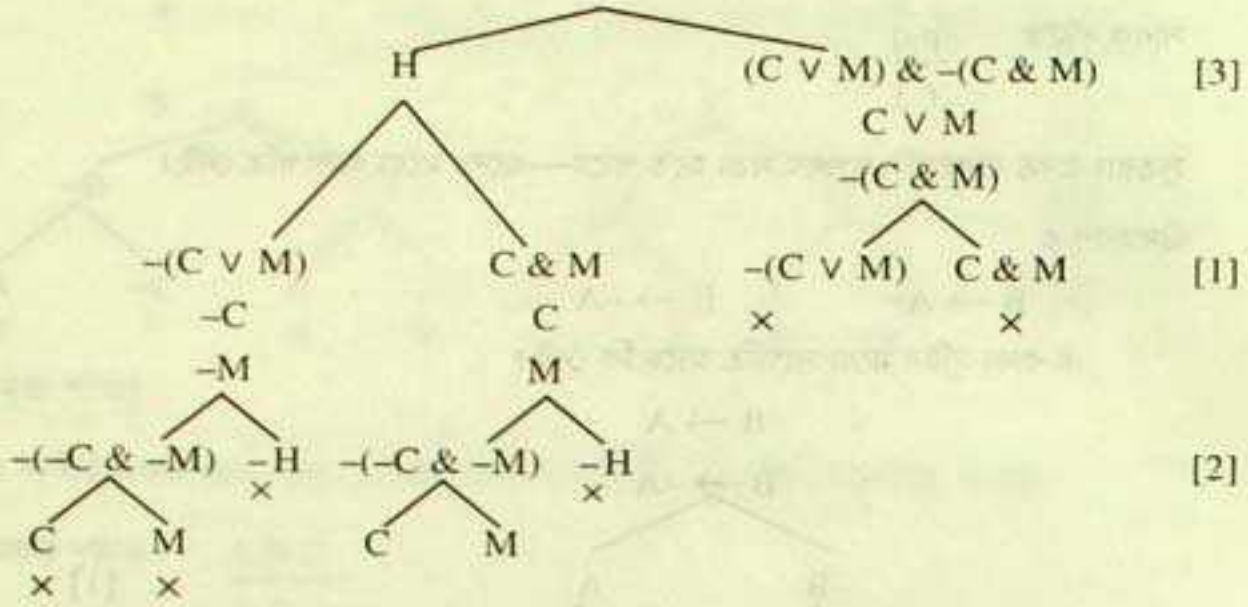
$(C \vee M) \rightarrow (C \& M)$

$(-C \& -M) \rightarrow -H$

$H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]$

এ বাক্যগুলি নিয়ে একটি শাখী গঠন করার চেষ্টা করা যাক,

1. $(C \vee M) \rightarrow (C \& M)$
2. $(-C \& -M) \rightarrow -H$
3. $H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]$



[লক্ষণীয়

(i) ডান ধারের প্রধান শাখায় যৌগিক 'C ∨ M', –(C & M)-কে বিশ্লেষণ করা দরকার হল না।

(ii) বাক্যগুলি নেওয়া হয়েছে 3, 1, 2—এ ক্রমে। অন্যক্রমে, যেমন 1, 2, 3—এ ক্রমে নিলে শাখাটি অতি জটিল ও বিশাল আকার ধারণ করত।]

নির্ণয় : প্রদত্ত বাক্যগুলির মধ্যে অসংগতি নেই,

সাধক দৃষ্টান্ত $\frac{C\ M\ H}{t\ t\ t}$

মানে, এ সত্যমূল্যে তিনটি বাক্যই সত্য।

৯.১৮ পুনশ্চ যুক্তিবৈধতা নির্ণয় : একটা বিকল্প পদ্ধতি

সত্যশাখী গঠন করে আমরা যেভাবে বাক্যের বৈধতা নির্ণয় করি, ঠিক সেভাবেই যুক্তিরও বৈধতা নির্ণয় করা যায়। কোনো বাক্যের বৈধতা নির্ণয় করতে গিয়ে আমরা বাক্যটিকে নিষেধ করে নিয়ে শাখী গঠন করি। এখন, কোনো যুক্তি বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকটি বৈধ হয়। কাজেই কোনো যুক্তির অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক* নিয়ে তার বৈধতা নির্ণয় করলে যুক্তিটির বৈধতা নির্ণয় করা হয়ে যায়।

উদাহরণ

[পৃঃ ১৭৬-এতে-দেওয়া প্রথম উদাহরণটি নেওয়া যাক।]

$A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D \therefore A \rightarrow D$

এ যুক্তি বৈধ হবে যদি এবং কেবল যদি নিম্নোক্ত প্রাকল্পিকটি বৈধ হয় :

* 'ব ∴ ভ' এর অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক : ব → ভ

$$[(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \& (C \rightarrow D)] \rightarrow (A \rightarrow D)$$

এখন এ বাক্যের বৈধতা নির্ণয় করতে পারি এ [বাক্যটির নিষেধ নিয়ে] শাখী গঠন করে :

√ $-[[(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \& (C \rightarrow D)] \rightarrow (A \rightarrow D)]$

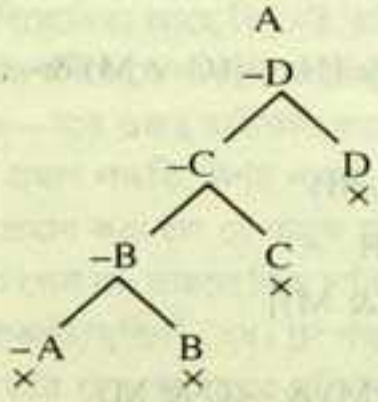
√ $(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \& (C \rightarrow D)$

$-(A \rightarrow D)$

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$C \rightarrow D$



উক্ত প্রাকল্পিকের নিষেধ স্ববিরোধী; সুতরাং প্রাকল্পিকটি বৈধ। সুতরাং অনুষঙ্গী যুক্তিটিও বৈধ।

[এ শাখীর সঙ্গে তুলনীয় পৃ: ১৭৮ -এতে-দেওয়া শাখীটি।]

এ পদ্ধতিতে যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করতে হলে

(১) এ স্থলে হেতুবাক্যকে [হেতুবাক্য সমষ্টিকে *] পূর্বকল্প করে আর সিদ্ধান্তটিকে অনুকল্প করে, একটি প্রাকল্পিক বাক্য গঠন কর,

(২) এর পর, প্রাকল্পিকটিকে নিষেধ কর এবং

(৩) এ নিষেধটি নিয়ে সত্যশাখী গঠন কর।

প্রাকল্পিকটি বৈধ হলে অনুষঙ্গী যুক্তিটিও বৈধ, প্রাকল্পিকটি যদি অবৈধ হয় তাহলে অনুষঙ্গী যুক্তিটিও অবৈধ।

আর একটা উদাহরণ [পৃ: ২০১, উদাহরণ ৪-এর পুনরুক্তি]

Both Crumm and Moriarty are guilty if either is.
If neither is guilty, then Holmes has not bungled.
Unless Holmes has bungled, exactly one of them is guilty.
∴ Holmes has bungled.

সংকেতলিপিতে

$$(C \vee M) \rightarrow (C \& M)$$

* হেতুবাক্যগুলি দিয়ে গঠিত সংযৌগিক বাক্যকে

$(-C \& -M) \rightarrow -H$

$H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]$

$\therefore H$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$\{[(C \vee M) \rightarrow (C \& M)] \& [(-C \& -M) \rightarrow -H] \& \{H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]\}\} \rightarrow H$

এর নিষেধ নিয়ে শাখী গঠন করা হল

$\surd -\{\{[(C \vee M) \rightarrow (C \& M)] \& [(-C \& -M) \rightarrow -H] \& \{H \vee [C \vee M) \& -(C \& M)\}\}\rightarrow H\}$

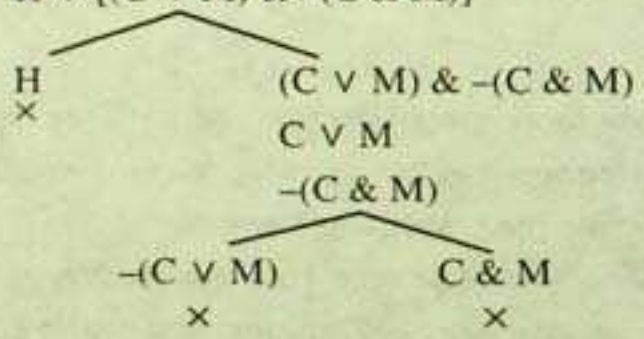
$\surd [(C \vee M) \rightarrow (C \& M)] \& [(-C \& -M) \rightarrow -H] \& \{H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]\}$

$-H$

$\surd (C \vee M) \rightarrow (C \& M)$

$(-C \& -M) \rightarrow -H$

$H \vee [(C \vee M) \& -(C \& M)]$



অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকটি বৈধ। সুতরাং যুক্তিটি বৈধ। [লক্ষণীয়, '(C ∨ M)' '–(C & M)'—এ বাক্যগুলি বিশ্লেষণ করার দরকার হল না।]

৯.১৯ IP ও সত্যশাখী

আমরা বলেছি, সত্যশাখী হল পরোক্ষ পদ্ধতি, IP-এর মত, বা এক প্রকারের IP। কাজেই এ পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হলে কোনো বাক্য নিষেধ করতে হয় :

(i) যুক্তির বৈধতা নির্ণয়ের বেলা—সিদ্ধান্ত

(ii) বাক্যের বৈধতা নির্ণয়ের বেলা—সমগ্র বাক্যটি [নিষেধ করতে হয়]। কিন্তু [সংগতি (consistency) প্রসঙ্গে দেখেছি]

|| সংগতি নির্ণয় করতে হলে সব বাক্যই অবিকৃত রাখতে হয়—কোনো বাক্যের নিষেধ নেওয়া চলে না।

কিন্তু কোনো বাক্যের নিষেধ না নিয়ে IP পদ্ধতিতে প্রমাণ শুরু হতে পারে না। এখানে পদ্ধতি দুটির

CENTRAL LIBRARY

একটা পার্থক্য দেখতে পেলাম। তবে consistency নির্ণয়ের জন্য শাখী গঠন করার যে রীতি তার পেছনেও থাকে পরোক্ষ প্রমাণের/পরীক্ষার সূত্র। এ সূত্র অনুসারে

(ক) যে বাক্যের নিষেধ স্ববিরোধী [স্বতমিথ্যা] সে বাক্য বৈধ [স্বতসত্য], এবং

(খ) যে বাক্য (সমষ্টি) থেকে স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করা যায় যে বাক্য স্ববিরোধী।

[এ সূত্রটির নাম Rule of Absurdity; এ সূত্র অনুসারে

$P \rightarrow (A \& -A) \therefore -P$

বা $P \therefore A \& -A \therefore -P$]

এবং কোনো বাক্যের/বাক্যসমষ্টির মধ্যে স্ববিরোধিতা না থাকলে তার থেকে স্ববিরোধী বাক্য নিষ্কাশন করা যায় না। আরও একটা কথা। Consistent = স্ববিরোধী-নয়। কাজেই consistency পরীক্ষার বেলায়—স্ববিরোধিতা আছে কি নেই তাই দেখা হয়।

IP ও সত্যশাখীর যে পার্থক্য তা কিছুটা লাঘব করার চেষ্টা করলাম। কিন্তু এদের মধ্যে আর একটা পার্থক্য আছে—যার গুরুত্ব অস্বীকার করা যায় না, যে পার্থক্য লাঘব বা অগ্রাহ্য করা যায় না। পার্থক্যটা এই : IP হল প্রমাণ পদ্ধতি, নির্ণয় পদ্ধতি নয়। IP প্রয়োগ করে যদি কোনো স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করা যায় তাহলে প্রমাণ করা হল যে অমুক যুক্তিটি বা বাক্যটি বৈধ। কিন্তু, ধরা যাক, কোনো স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করা গেল না; তাহলে কিন্তু দাবি করা যায় না যে, যুক্তিটি বা বাক্যটি অবৈধ। এমন হতে পারে, আসলে ঐ বাক্যটি/যুক্তিটি বৈধ। IP পদ্ধতি প্রয়োগ করে তুমি আমি স্ববিরোধিতা যে নিষ্কাশন করতে পারলাম না তার হেতু আমাদের যুক্তিবৈজ্ঞানিক নৈপুণ্যের অভাব; আমরা পারলাম না, অন্য কেউ হয়ত স্ববিরোধী বাক্য নিষ্কাশন করে দিতে পারবে। এসব কথার মানে, এক কথায়—IP নির্ণয় পদ্ধতি নয়।

কিন্তু সত্যশাখী পদ্ধতি নির্ণয় পদ্ধতি—এ পদ্ধতি প্রয়োগ করে স্থির করা যায় : কোনো বাক্য বা যুক্তি বৈধ নাকি অবৈধ [মুক্ত শাখা থাকলে অবৈধ, আর সব শাখাপথ বন্ধ হয়ে গেলে বৈধ]।

৯.২০ "Exactly one (of the two)" Exclusive "or"

পৃ: ২০১-এতে-দেওয়া উদাহরণে কীভাবে "exactly one of them" অনুবাদ করেছি, লক্ষ করেছ। এ অনুবাদের সমর্থনে এ বিভাগ। আর এ সুযোগ আমরা নিচ্ছি এ ব্যাপারের দিকে তোমাদের দৃষ্টি আকর্ষণের জন্য। দেখা যাবে

> "exactly one [of the two]" বললে আসলে "or"-কে exclusive অর্থে ব্যবহার করা হয়।

বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানে "exactly" দিয়ে বলা হয় দুটি* বস্তু বা বাক্যের কথা। উদাহরণ,

---

* সহজ করার জন্য দুটো বস্তু বা বাক্যের কথা বললাম। এমন বাক্যেরও সাক্ষাৎ পেতে পার : Exactly two of 'p', 'q', 'r', are true, exactly three of 'p', 'q', 'r', 's' are true। এরকম বাক্য কী করে সংকেতায়িত করতে হয়—সে কথা পরে, এ বিভাগের শেষে, বলব।

CENTRAL LIBRARY

ধর, বলা হল

চন্দন ও মানিক — এদের [কোনো একজন এবং] কেবল একজন এ কাজ করেছে।

[আরও ধরা যাক,

C = চন্দন এ কাজ করেছে M = মানিক এ কাজ করেছে]

এ বাক্যটিকে সংক্ষেপে এভাবে লেখা যাবে না

$C \vee M$

কেননা "∨" বিসংবাদী (exclusive) নয়, ['p ∨ q' বললে এ সম্ভাবনাও মেনে নেওয়া হয় যে 'p & q', 'p', 'q' এদের উভয়ই সত্য]। কাজেই উক্ত বাক্য সংকেতায়িত করতে কেবল 'C ∨ M' বললে চলবে না। আরও বলা দরকার : উভয়ই নয়, Not both of them. বলা দরকার : $-(C \& M)$। তাহলে আলোচ্য বাক্যের সাংকেতিক রূপ হবে এমন

$C \vee M . -(C \& M)$

দেখবে, এ বাক্যের বদলে লেখা যায়

$-C \leftrightarrow M$ $C \leftrightarrow -M$ বা $-(C \leftrightarrow M)$

সাধারণভাবে বলি

$(p \vee q) \& -(p \& q)$	(1)
$-p \leftrightarrow q$	(2)
$p \leftrightarrow -q$	(3)
$-(p \leftrightarrow q)$	(4)
$(p \& -q) \vee (-p \& q)$	(5)
p excl–or q	(6)

এ বাক্যগুলি সমার্থক এবং এদের বক্তব্য : exactly one of 'p' and 'q' is true।

বিসংবাদী অর্থে "অথবা", "or" বোঝাতে কোয়াইন ব্যবহার করেন এ প্রতীকটি : excl–or। স্পষ্টতই 'p excl–or q'-এর সংজ্ঞা সারণী এ রূপ।

p	q	p excl–or q
t	t	f
t	f	t
f	t	t
f	f	f

আর এটা যে '$-(p \leftrightarrow q)$' এরও সত্যসারণী তা নিশ্চয়ই লক্ষ করেছ।

উক্ত ছয়টি বাক্য যে সমার্থক তা দেখাতে চেষ্টা কর। কীভাবে দেখাবে? (২) আর (৪) যে সমার্থক তা আমি দেখিয়ে দিলাম। এ মডেলে অন্যগুলির সমার্থতা দেখাবে।

$-p \leftrightarrow q$

$(-p \rightarrow q) \& (q \rightarrow -p)$

CENTRAL LIBRARY

$\sim[\sim(\sim p \rightarrow q) \vee \sim(q \rightarrow \sim p)]$

$\sim[(\sim p \,\&\, \sim q) \vee (q \,\&\, p)]$*

$\sim[(\sim p \,\&\, \sim q) \vee (p \,\&\, q)]$

$\sim[(p \,\&\, q) \vee (\sim p \,\&\, \sim q)]$

$\sim(p \leftrightarrow q)$

৯.২১ "Exactly two", "Exactly three" ইত্যাদি

ধর, আমাদের সমস্যা

Exactly two of 'p', 'q', and 'r' are true

Exactly three of 'p', 'q', 'r' and 's' are true

অরুণা, বরুণা, চন্দনা—এদের ঠিক দুজনকে বৃত্তি দেওয়া হবে

অরুণা, বরুণা, চন্দনা, দীপিকা—এদের ঠিক তিনজনকে.....

এরকম বাক্য সংকেতলিপিতে ব্যক্ত করতে হবে। কীভাবে করব? একটা সহজ উপায়, বলছি।

(১) আলোচ্য ক্ষেত্রের সব সদর্থক নঞর্থক সম্ভাবনা একত্র সংগ্রহ কর, মানে সত্যসারণী গঠন করতে হলে যে আকর স্তম্ভ (reference column) বানানো দরকার তা তৈরি কর,

(২) এ স্তম্ভ থেকে বেছে নাও ঠিক দুটো/ঠিক তিনটে ক্ষেত্রে ঈপ্সিত ধর্ম কোন কোন ছত্রে আছে,

(৩) এখন এদের নিয়ে একটা বৈকল্পিক বাক্য গঠন কর।

কথাটা বোধ হয় পরিষ্কার হল না। একটা উদাহরণ দিলে ব্যাপারটা সহজবোধ্য হবে।

ধর,

Exactly two of 'p', 'q', and 'r' are true

একে সংকেতায়িত করতে হবে। 'p', 'q', 'r' নিয়ে সত্যসারণীর আকরস্তম্ভ গঠন করে পাই

	p	q	r	
(1)	t	t	t	
(2)	t	t	f	√
(3)	t	f	t	√
(4)	t	f	f	
(5)	f	t	t	√
(6)	f	t	f	
(7)	f	f	t	
(8)	f	f	f	

* '$\sim(p \rightarrow q)$' সম 'p & $\sim$q'—এ সূত্র অনুসারে। এ সূত্রের নাম : NC সূত্র (Negation of the Conditional)। দ্রষ্টব্য পৃঃ ১৬২ পাদটীকা।

CENTRAL LIBRARY

এ আকরস্তম্ভে ঠিক দুটো t* আছে ২য়, ৩য়, ৫ম সারিতে। মানে এ [টিক-দেওয়া] ক্ষেত্রগুলিতে

p & q & –r	[t t f]	[ঠিক 'p', 'q' সত্য, 'r' মিথ্যা]
p & –q & r	[t f t]	[ঠিক 'p', 'r' সত্য, 'q' মিথ্যা]
–p & q & r	[f t t]	[ঠিক 'q', 'r' সত্য, 'p' মিথ্যা]

এখন এ সংযৌগিক বাক্যগুলি নিয়ে, বৈকল্পিক গঠন করে, মানে এদের 'V' দিয়ে যুক্ত করে পাই

(p & q & –r) V (p & –q & r) V (–p & q & r)

এটাই হল আলোচ্য বাক্যের সাংকেতিক রূপ। এ কায়দায়

অরুণা, বরুণা, চন্দনা—এদের ঠিক দুজন বৃত্তি পাবে

এ বাক্যটি সংকেতায়িত করে পাব**

(A & B & –C) V (A & –B & C) V (–A & B & C)

এবার নাও এ বাক্যটি

Exactly three of 'p', 'q', 'r' and 's' are true

'p', 'q', 'r', 's' নিয়ে আকর স্তম্ভ গঠন করলে পাব এ ১৬টি [2^n] সারি :

p	q	r	s	
t	t	t	t	
t	t	t	f	√
t	t	f	t	√
t	t	f	f	
t	f	t	t	√
t	f	t	f	
t	f	f	t	
t	f	f	f	
f	t	t	t	√
f	t	t	f	
f	t	f	t	
f	t	f	f	
f	f	t	t	
f	f	t	f	
f	f	f	t	
f	f	f	f	

এখানে √-দেওয়া ক্ষেত্রগুলিতে আছে ঠিক তিনটে 't', মানে, আছে এ ক্ষেত্রগুলিতে

---

* 't' খুঁজছি এ হেতু : আমরা জানতে চাই 'p', 'q', 'r'—এদের মধ্যে ঠিক দুটো 't' কোথায় আছে, কোথায় [বা কোথায় কোথায়] ঠিক দুটো বাক্য true।

** উক্ত আকর স্তম্ভে 'p', 'r', 'q' -এর জায়গায় যথাক্রমে 'A', 'B', 'C' বসাও। A= অরুণা বৃত্তি পাবে, B =বরুণা... C= চন্দনা...

p & q & r & –s

p & q & –r & s

p & –q & r & s

–p & q & r & s

এখন এ সংযৌগিক বাক্যগুলি নিয়ে [এদের বিকল্প করে] একটা বৈকল্পিক বাক্য গঠন করে পাই

(p & q & r & –s) ∨ (p & q & –r & s) ∨ (p & –q & r & s) ∨ (–p & q & r & s)

এটাই আলোচ্য বাক্যের সাংকেতিক রূপ।

আবার "exactly one"

আবার "exactly one"-এতে ফিরে যেতে হয়। কেন? আমরা "exactly—" আকারের বাক্য সংকেতায়িত করার একটা কায়দা শিখলাম। কিন্তু

Exactly one of 'p', and 'q' is true

-এর ব্যাখ্যা করেছি এই বলে : এ বাক্যের বক্তব্য—এদের অন্তত একটি সত্য [p ∨ q], কিন্তু উভয়ই সত্য নয় [–(p & q)], এবং এর সাংকেতিকরূপ দিয়েছি এভাবে

(p ∨ q) & –(p & q)

তুমি সঙ্গতভাবে এ প্রশ্ন তুলতে পার। যে কায়দা এখন শিখলাম তাতে "exactly one—" আকারের বাক্য সংকেতায়িত করা যায় না, যেত না? অবশ্যই যেত। এ কায়দায় সংকেতায়িত করি নি, এখন করছি, 'p', 'q' নিয়ে পাই এ আকর স্তম্ভ।

p	q	
t	t	
t	f	√
f	t	√
f	f	

এখানে ঠিক একটি 't' আছে দ্বিতীয় ও তৃতীয় সারিতে—যে সারিতে বলা হয়েছে

p & –q –p & q

এখন এ সংযৌগিক বাক্য দুটি "∨" দিয়ে যুক্ত করে পাই

(p & –q) ∨ (–p & q)

এভাবেও উক্ত বাক্য

Exactly one of p, and q is true

সংকেতায়িত করা যেত। বস্তুত আমরা আগেই বলেছি

(p ∨ q) & –(p & q)

CENTRAL LIBRARY

আর

$$(p \,\&\, -q) \vee (-p \,\&\, q)^*$$

সমার্থক।

৯.২২ Unless

আমরা জানি

unless = যদি না, if not

q unless p = q if not p = $-p \rightarrow q = p \vee q = q \vee p$

জানি, কাজেই "unless"-এর জায়গায় "$\vee$" লিখলেই চলে।

আমরা এ রীতি অনুসরণ করে এসেছি, এ রীতিতে

q unless p = $q \vee p$

কিন্তু জেফরি কখনও কখনও এ রূপান্তর সূত্র প্রয়োগ করেন

q unless p = $-p \rightarrow q$

যথা,

Moriarty will escape unless Holmes acts

এ বাক্যটি জেফরি সংকেতায়িত করেছেন এভাবে

$-H \rightarrow M$ — জেফরি, পৃঃ ৭২

দেখছি "unless"-এর ব্যাপারে জেফরির একনিষ্ঠতা নেই, তিনি কোথাও কোথাও

q unless p = $q \vee p$

—এ সূত্রও প্রয়োগ করেন। যথা

Moriarty will escape unless Holmes bungles

এ বাক্যটি কিন্তু জেফরি সংকেতায়িত করেছেন এভাবে

$M \vee H$ — জেফরি, পৃঃ ৭৮

তোমরা এ সূত্র দুটির যে কোনোটি প্রয়োগ করতে পার

q unless p = $-p \rightarrow q$

q unless p = $q \vee p$

দ্বিতীয়টি প্রয়োগ করাই ত ভাল। এটা খুবই সোজা —"unless"-এর জায়গায় "$\vee$" বসিয়ে দিলেই কাজ চুকে গেল ["unless"-এর ডাইনে বামে যাই থাক না কেন]।

---

* যা নিয়ে এত কথা সে বাক্যটি ছিল [পৃঃ ২০১] : Exactly one of Crumm, and Moriarty is guilty —প্রথমে বাক্যটি এভাবে সংকেতায়িত করেছি : $(C \vee M) \,\&\, -(C \,\&\, M)$। এখন দেখলাম একে এভাবেও সংকেতায়িত করা যেত : $(C \,\&\, -M) \vee (-C \,\&\, M)$। তা কেন, আমরা দেখেছি [পৃঃ ২০৬] এ রকম বাক্য অন্তত ছয়ভাবে সংকেতায়িত করা যায়।

CENTRAL LIBRARY

৯.২৩ জেফরির ভাষা, যোজক

আমরা এ অধ্যায়ের শুরুতেই বলেছি প্রচলিত

$\sim$. $\vee$ $\supset$ $\equiv$

এর পরিবর্তে জেফরি ব্যবহার করেন যথাক্রমে

$-$ & $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$

সত্যমূল্য

"True"ও "False"-এর সংক্ষেপক হিসাবে আমরা বড় হাতের "T", "F" ব্যবহার করতে অভ্যস্ত, জেফরি ব্যবহার করেন ছোট হাতের অক্ষর

t f

বন্ধনী

আমরা তিন রকম বন্ধনী ব্যবহার করি

ভ্রুবন্ধনী : ( ) বাক্সবন্ধনী : [ ] ধনুর্বন্ধনী * : { }

কিন্তু জেফরি অনেক সময় কেবল '( )' দিয়েই কাজ সারেন। যেমন

$[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$

-এর বদলে তিনি লিখবেন

$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

বাক্যের আকার

যুক্তিবিধি

বাক্যের বা যুক্তির আকার দেখাতে গিয়ে আমরা খেয়াল-খুশি-মত-নির্বাচিত বাক্য (arbitrarily selected sentence বা সংক্ষেপে arbitrary sentence) হিসাবে সাধারণত নিই ছোট হাতের : 'p', 'q', 'r' ইত্যাদি। যেমন আমরা লিখি

$-(p \& q)$

$-p$ $-q$

জেফরি কোথাও কোথাও আকার দেখান এ arbitrary প্রতীক দুটি দিয়ে

Δ O

যেমন, উপরোক্ত বিধিটি তিনি ব্যক্ত করেন [পৃঃ ১৬৮]

এভাবে

$-(O \& \Delta)$

$-O$ $-\Delta$

* ইংরেজি নাম : ভ্রুবন্ধনী = parentheses, বাক্সবন্ধনী = brackets, ধনুর্বন্ধনী = braces

CENTRAL LIBRARY

আমরা আগেই বলেছি 'p', 'q'-এর বদলে 'O', 'Δ' লেখার বিশেষ তাৎপর্য নেই [পৃঃ ১৬৭]। তাঁর বইর দ্বিতীয় সংস্করণে জেফরি 'p', 'q' দিয়েই যুক্তিবিধিগুলি ব্যক্ত করেছেন। এতে কোথাও 'O', 'Δ'-এর প্রয়োগ দেখছি না।

৯.২৪ জেফরি ও সত্যশর্ত/সত্যসারণী

[যারা কেবল "পরীক্ষার পড়া" পড়তে চাও তারা এ বিভাগটি স্বচ্ছন্দে বাদ দিয়ে এগিয়ে যেতে পার। কেননা কী করে সত্যসারণী (truth table) গঠন করতে হয় তা সবাইর জানা [বস্তুত সত্যসারণী দিয়েই বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানে হাতেখড়ি হয়]। তার জন্য জেফরির কথা শোনার দরকার নেই।

তবে জেফরি [যার বই আমাদের পাঠ্য] কী কায়দায় সত্যসারণী গঠন করেন তা জানার কৌতূহল হতে পারে। তাছাড়া এ বিভাগ পড়লে—জানতে পারবে সারণী গঠন নানাভাবে হতে পারে। এতে আমাদের বৌদ্ধিক গোঁড়ামী শিথিল হবে, বুঝতে পারবে কোপির বই পড়ে যা শিখেছি তা 'বেদবাক্য' নয়; রাসেলের একটা কথা ধার করে বলি

[it will] enlarge our conception of what is possible।

আরও একটা কথা। এ প্রসঙ্গে আরও একটা পাঠ্য বই সম্পর্কে বলার সুযোগ জুটবে—কোয়াইন-এর সম্পর্কে। দেখব, জেফরি ও কোয়াইন—দুজনই একই কায়দায় সত্যসারণীর আকর স্তম্ভ গঠন করেন।]

সত্যসারণীতে আমরা সত্যশর্তের ক্রম লিখি এভাবে

p	q
t	t
t	f
f	t
f	f

p	q	r
t	t	t
t	t	f
t	f	t
t	f	f
f	t	t
f	t	f
f	f	t
f	f	f

জেফরি [কোয়াইন, আরও অনেকেই] লেখেন উল্টো ক্রমে এভাবে : প্রথম অক্ষরের নিচে একটা 't' একটা 'f' [এবং t f এর পুনরাবৃত্তি], দ্বিতীয় অক্ষরের নিচে দুটো 't' দুটো 'f', [tt, ff] এবং এর পুনরাবৃত্তি, তৃতীয় অক্ষরের নিচে চারটে 't' চারটে 'f' [tttt, ffff] ইত্যাদি। যেমন

$B \rightarrow C$

—এর সত্যসারণী ওঁর হাতে এ রূপ নেবে

B	C	B → C
t	t	t
f	t	t
t	f	f
f	f	t

CENTRAL LIBRARY

লক্ষণীয়, সত্যমূল্য "সত্য", "মিথ্যা"র সংক্ষেপক হিসাবে জেফরি [বড় হাতে 'T', 'F' না লিখে] লেখেন ছোট হাতের 't', 'f'।*

প্রসঙ্গত কোয়াইনও উক্ত ক্রমে সত্যশর্ত উল্লেখ করেন। তবে "True", "False" এর সংক্ষেপক হিসাবে তিনি ব্যবহার করেন : ⊤, ⊥। তাঁর হাতে উক্ত সারণীটি এ রূপ নিত

B	C	B ⊃ C
⊤	⊤	⊤
⊥	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥
⊥	⊥	⊤

বা এ সংক্ষেপিত রূপ

B	⊃	C
⊤	⊤	⊤
⊥	⊤	⊤
⊤	⊥	⊥
⊥	⊤	⊥

আরও একটা সম্ভাবনা। পরিগণনাবিজ্ঞান (Computer Science)-এর এক শিক্ষকের, John Kelly-এর, লেখা বইতে** দেখছি আর একটা ক্রম—এ ক্রম

A	B
F	F
F	T
T	F
T	T

A	B	C
F	F	F
F	F	T
F	T	F
F	T	T
T	F	F
T	F	T
T	T	F
T	T	T

[to] enlarge our conception of what is possible—এ লক্ষ্যের কথা ভেবেই [কিছুটা অপ্রাসঙ্গিক হলেও] সত্যসারণীর এত বিচিত্র রূপের কথা বললাম।

৯.২৫ জেফরি ও সত্যশাখী

আবার সত্যশাখীর কথায় ফিরে আসা যাক। সত্যশাখী পদ্ধতি শেখাতে গিয়ে জেফরি প্রথম দু একটি উদাহরণে [বস্তুত কেবল দুটি উদাহরণে] প্রত্যেক বাক্যের কাণ্ডবাক্য ও শাখাবাক্যের পাশে ভাষ্য দিয়েছেন।

---

* একটা মজার কথা। সত্যসারণীর আকরস্তম্ভে যে সত্যমূল্য বিন্যাসের সঙ্গে আমরা পরিচিত [পৃ: ২১২ দেখ] [যাতে দু অক্ষর, 'p', 'q', দিয়ে গঠিত বাক্যে বেলায় বিন্যাস এমন :'p'এর নিচে'T T F F', 'q'-এর নিচে 'T F T F'], জেফরি তাঁর বই-র দ্বিতীয় সংস্করণে তাতেই ফিরে এসেছেন।

** John Kelly, The Essence of Logic, Prentice-Hall of India, 1997

CENTRAL LIBRARY

কিন্তু অধিকাংশ ক্ষেত্রে তিনি "prunning the tree", পরগাছা ছাটাই, করে কাণ্ডশাখাসর্বস্ব, নেড়া শাখী, প্রদর্শন করেছেন—এসব শাখীতে ভাষ্য বলতে শুধু "√" চিহ্নটি।
জেফরি থেকে উদাহরণ।

Examples

(a) A $\quad A \to B$ / B

(b) B $\quad A \to B$ / A *

Solutions

(a) A, $A \to B$, $-B$, $-A$ | B (x, x)

valid

(b) B, $A \to B$, $-A$, $-A$ | B

invalid

"Examples", "Solutions"— এগুলি জেফরির কথা।

জেফরিকে অনুসরণ করে আমরাও ভাষ্য সংক্ষেপ করেছি; যুক্তিবিধি উল্লেখ না করে কেবল এ রকম কথা লিখেছি : '[1 থেকে পেয়েছি]' '[1 থেকে]', বা আরও সংক্ষেপে '[1]'। কোনো কোনো ক্ষেত্রে কোনো ভাষ্যই লিখি নি, [বা নামমাত্র ভাষ্য রেখেছি '√' চিহ্নটি লিখে]। কেননা কোন বাক্য থেকে কোন বিধি অনুসারে কোন বাক্য পেলাম তা সহজবোধ্য—শাখীটি দেখলেই বোঝা যায়।

কিন্তু এখানে একটা গুরুত্বপূর্ণ 'কিন্তু' আছে। পরীক্ষার্থীরা ত পরীক্ষার হলে বসে কেবল অনুমান, বা নির্ণয় করতে চায় না; তারা দেখাতে চায় : তারা ঐ প্রশ্নের উত্তর জানে, তারা চায় বিদ্যা প্রদর্শন করতে, প্রত্যেকে বলতে চায় : এ উত্তর যে আমার জানা তা দেখিয়ে দিচ্ছি। এ কথাটা সুন্দরভাবে বলেছেন যুক্তিবিজ্ঞানী স্ট্রসন :

> ....in an examination .... your object is to exhibit your mathematical knowledge by writing down a set of statements.....**

কাজেই পরীক্ষার্থীদের পক্ষে সংক্ষেপকরণের রাস্তায় না গিয়ে, ক্রমিক সংখ্যা, ভাষ্য—এসব দেওয়াই ত ভাল। তার পক্ষে আটঘাট বেঁধে কাজ করা ভাল—যাতে কোনো খুঁতখুঁতে ছিদ্রান্বেষী পরীক্ষকও কোনো খুঁত ধরতে না পারে—অভিযোগ করতে না পারে : 'এটা দেখাও নি', 'ওটা দেখাও নি', 'এটা কর নি' 'ওটা কর নি'। কাজেই আমার পরামর্শ : তোমরা পরীক্ষার্থীরা ক্রমিক সংখ্যা, ভাষ্য এসব দিয়ে পূর্ণাঙ্গ নিখুঁত শাখী দেখিয়ে দেবে।

---

* যুক্তি উত্থাপন করতে গিয়ে জেফরি কোথাও "∴" ব্যবহার করেন নি; "∴"-এর কাজ সেরেছেন হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের মধ্যে একটা রেখা টেনে দিয়ে।

** এ উদ্ধৃতিতে "mathematical" -এর জায়গায় "logical" পড়তে পার।

CENTRAL LIBRARY

তবু প্রশ্ন থেকে যায় : ভাষ্য কী করে লিখব, ভাষ্যে কতটা লিখব। একটা উদাহরণ নিয়ে ভিন্ন ভিন্নভাবে শাখী তৈরি করে বা ভাষ্য লিখে দেখাব, এবং বলব এদের মধ্যে কোনটার কী দুর্বলতা বা কোনটা আমাদের পছন্দ।

পৃঃ ১৮৪ -এতে-দেওয়া যুক্তিটি আবার নাও। এর সাংকেতিক রূপ [এভাবেও দেখানো যায়]

$$\begin{array}{l} -H \rightarrow M \\ W \rightarrow -H \\ \hline -H \rightarrow (-W \rightarrow M) \end{array}$$

শাখী ১

$$\begin{array}{ll} & -H \rightarrow M \\ & W \rightarrow -H \\ \surd & -[-H \rightarrow (-W \rightarrow M)] \\ & -H \\ \surd & -(-W \rightarrow M) \\ & -W \\ & -M \\ & \quad H \qquad M \\ & \quad \times \qquad \times \end{array}$$

এটাতে আমাদের [পরীক্ষার্থীদের] চলবে না, এটা নেড়া শাখী —এতে কোনো ভাষ্য নেই, ক্রমিক সংখ্যা নেই।

শাখী ২

1.	√	$-H \rightarrow M$	[premise] *
2.		$W \rightarrow -H$	[premise]
3.	√	$-[-H \rightarrow (-W \rightarrow M)]$	[denial of the conclusion] **

ধর, পরবর্তী ছত্রগুলিতে ভাষ্য লেখা হল। তাতেও আপত্তি হতে পারে: তুমি বাংলায় উত্তর লিখছ অথচ, 'premise', 'denial of the conclusion'—এসব ইংরেজি কথা প্রয়োগ করেছ। এটা একটা দোষ। এসব ইংরেজি কথা বাদ দিয়ে শাখীটি আবার গঠন করলাম (ভাষ্য লিখলাম বাংলায়)।

একটা কথা। 'H', 'M', '–H', 'W → –H' —এসব কিন্তু ইংরেজি কথা নয়। 'H', 'M', '–', '→' —এসব কতকগুলি arbitrary mark, খুশীমত-নির্বাচিত চিহ্ন বা দাগ, এগুলি ইংরেজি বা অন্য কোনো স্বাভাবিক ভাষার অঙ্গ বা উপকরণ নয়। আর '1', '2', '3' প্রভৃতি ক্রমিক সংখ্যা নিয়েও আপত্তির কিছু নেই। কেননা এসব আন্তর্জাতিক সংখ্যা বলে স্বীকৃত। তবে চাও ত ক্রমিক সংখ্যা হিসাবে '১', '২', '৩'-ও ব্যবহার করতে পার।

---

* Premise : এ বানানের চেয়ে আরও ভাল এ বানান : Premiss।

** "denial of the conclusion" এভাবে লেখা হয় : – conclusion।

CENTRAL LIBRARY

শাখী ৩

1.	√	$-H \rightarrow M$	[হেতুবাক্য]
2.		$W \rightarrow -H$	[হেতুবাক্য]
3.	√	$-[-H \rightarrow (-W \rightarrow M)]$	[সিদ্ধান্তের নিষেধ]
4.		$-H$	] [3, $-(O \rightarrow \Delta)$]
5.		$\sqrt{}\ -(-W \rightarrow M)$	
6.		$-W$	] [5, $-(O \rightarrow \Delta)$]
7.		$-M$	
8.		H M	[1, $O \rightarrow \Delta$]
		× ×	

নির্ণয় (উত্তর) : এ শাখীতে কোনো মুক্ত শাখা নেই, সুতরাং প্রদত্ত যুক্তিটি বৈধ।

এ শাখী সম্পর্কে কোনো আপত্তি ওঠার কথা নয়; এটা নিখুঁতভাবে গঠিত। ধর, ভাষ্য একটু সংক্ষিপ্ত করে শাখী গঠন করা হল এভাবে।

শাখী ৪

1.	√	$-H \rightarrow M$	[হেতুবাক্য]
2.		$W \rightarrow -H$	[হেতুবাক্য]
3.	√	$-[-H \rightarrow (-W \rightarrow M)]$	[সিদ্ধান্তের নিষেধ]
4.		$-H$	] [3 থেকে]
5.	√	$-(-W \rightarrow M)$	
6.		$-W$	] [5 থেকে]
7.		$-M$	
8.		H M	[1 থেকে]
		× ×	

ভাষ্য এভাবে লিখলে কী ক্ষতি? খুঁতখুঁতে পরীক্ষক বলতে পারেন : এখানে ভাষ্য অসম্পূর্ণ—যুক্তিবিধি উল্লেখ করা হয় নি। ঠিক কথা। কিন্তু পরীক্ষার্থী বলতে পারে : আমাদের পাঠ্য বইতে (মানে অধ্যায়ে) ত ঠিক এভাবেই ভাষ্য লেখা হয়েছে। ওখানে কেবল দুটো শাখীতেই ভাষ্য দেওয়া আছে। ঐ শাখী দুটি হল এই: [দ্র: জেফরি পৃঃ ৬৪, ৬৭]

1. √ $A \rightarrow -B$ [premise]
2. √ $-C \rightarrow A$ [premise]
3. √ $-(B \rightarrow C)$ [denial of the conclusion]
4. B [from 3]
5. −C
6. −A −B [from 1]
7. C A [from 2]

× × ×

1. √ $A \rightarrow B$ [premise]
2. −A [premise]
3. −B [denial of the conclusion]
4. −A −B [from 1]

×

আসলে জেফরি চতুর্থ অধ্যায়ে কোথাও ভাষ্যে যুক্তিবিধি উল্লেখ করেন নি। কেবল বলেছেন: অমুক বাক্য থেকে পেয়েছি, "from —"

$$[3, -(O \rightarrow \Delta)], [1, O \rightarrow \Delta]$$

—এ আকারের ভাষ্য তিনি লিখেছেন মানকিত যুক্তির / বাক্যের শাখীর ভাষ্যে, অধ্যায় ৬, ৭ ও তারপর থেকে। তাহলে?

আমার মনে হয়

শাখী ৩-এর মডেলে কেউ ভাষ্য লেখে ত ভাল কথা; কিন্তু ৪-এর মডেলে ভাষ্য লিখলেও আপত্তি করার কিছু নেই।

তবে কোনো পরীক্ষার্থী বলতে পারে এ কথা:

আমি পরীক্ষার্থী। কোন পরীক্ষক কী চান, কতটা চান, কী তাঁর প্রত্যাশা তা জানব কী করে? কাজেই আমি risk নেব কেন? আমি শাখী ৩ -এর মডেলেই শাখী গঠন করব।

৯.২৬ সত্যশাখীর কাজ

এ অধ্যায় শেষ করছি একটা প্রশ্ন করে : সত্যশাখী দিয়ে কী, বা কী কী, কাজ হয়? তোমাদের এ প্রশ্নের উত্তর দিতে পারার কথা। তবু তোমাদের হয়ে এর উত্তর দিয়ে দিলাম।

উত্তর

সত্যশাখী দিয়ে

(১) যুক্তির বৈধতা পরীক্ষা করা যায়,

(২) বাক্যের বৈধতা পরীক্ষা করা যায়,

CENTRAL LIBRARY

(৩) কোনো বাক্য কোনো বাক্যকে প্রতিপাদন করে কিনা তা নির্ণয় করা যায়,

(৪) কোনো দুটি বাক্য সমার্থক কিনা তা নির্ণয় করা যায়,

(৫) কোনো বাক্যসমষ্টির অন্তর্গত বাক্যগুলির মধ্যে সংগতি আছে কিনা [নাকি এদের মধ্যে আছে বিসংবাদিতা] তা নির্ণয় করা যায়।

অনুশীলনী

I

৭০. সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা নির্ণয় কর, এবং বাধক দৃষ্টান্ত থাকলে তা দেখাও।

1. $A, A \rightarrow B. \therefore B$
2. $B, A \rightarrow B. \therefore A$
3. $-A \therefore A \rightarrow B$
4. $A \rightarrow B, B \rightarrow C \therefore A \rightarrow C$
5. $-A \rightarrow B \therefore -B \rightarrow A$
6. $A \rightarrow B \therefore -B \rightarrow -A$
7. $(A \rightarrow B) \rightarrow C \therefore -C \rightarrow A$
8. $(A \rightarrow B) \rightarrow A \therefore A$
9. $(A \rightarrow B) \rightarrow B \therefore A$
10. $A \rightarrow B, B \rightarrow C, C \rightarrow D \therefore A \rightarrow D$
11. $A \leftrightarrow B \therefore A \rightarrow B$
12. $A \rightarrow B \therefore A \leftrightarrow B$
13. $A \,\&\, B \therefore A \vee B$
14. $A \rightarrow B, A \vee B \therefore A \,\&\, B$
15. $A \vee B, -A \therefore B$
16. $A, B \therefore A \,\&\, B$
17. $A \therefore A \vee B$
18. $(A \,\&\, B) \rightarrow C, -A \rightarrow D \therefore B \rightarrow (C \vee D)$

৭১. সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা নির্ণয় কর ও বাধক দৃষ্টান্ত থাকলে তা দেখাও।

1. Moriarty will escape unless Holmes acts.
We shall rely on Watson only if Holmes does not act.
∴ If Holmes does not act, Moriarty will escape unless we rely on Watson.

2. We shall fish if it rains and swim if it does not.
∴ We shall fish or swim.

3. If Holmes has bungled or Watson is windy, Moriarty will escape.
∴ Moriarty will escape unless Holmes bungles.

CENTRAL LIBRARY

৭২. সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত বাক্যগুলির বৈধতা নির্ণয় কর।

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $A \rightarrow (-A \rightarrow A)$
3. $(A \rightarrow -A) \rightarrow A$
4. $[A \rightarrow (B \rightarrow C)] \rightarrow [(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)]$
5. $-(A \rightarrow B) \leftrightarrow (-A \leftrightarrow B)$

৭৩. সত্যশাখী গঠন করে নিম্নোক্ত বাক্যসমষ্টিগুলির সংগতি/অসংগতি নির্ণয় কর। [Determine which of the following sets are consistant.]

1. $A \quad -A$
2. $A \rightarrow B \quad -A \rightarrow B$
3. $B \rightarrow A \quad B \rightarrow -A$
4. Both Crumm and Moriarty are guilty if either is.
   If neither is guilty then Holmes has not bungled.
   Unless Holmes has bungled, exactly one of them is guilty.

৭৪. সত্যশাখী পদ্ধতি প্রয়োগ করে বৈধতা নির্ণয় কর। (নিম্নোক্ত যুক্তিগুলিতে, জেফরিকে অনুসরণ করে "$\therefore$" এর বদলে একটা রেখা ব্যবহার করা হয়েছে — অনুভূমিক রেখাটির নিচেকার বাক্যটি হল সিদ্ধান্ত।)

1. Crumm is not guilty.
   Morarty is guilty if Crumm is.

   Moriarty is not guilty.
2. Moriarty is guilty.
   Moriarty is not guilty.

   Holmes is on the job.
3. If Moriarty has escaped, then either Holmes has bungled or Watson is on the job.
   Holmes has not bungled unless Moriarty has escaped.
   Watson is not on the job.

   Moriarty has escaped if and only if Holmes has bungled.
4. Moriarty will escape only if Holmes bungles.
   Holmes will not bungle if Watson is to be believed.

   If Watson is to be believed, Moriarty will not escape.
5. We shall fish if it rains, and we shall swim if it does not.
   We shall fish unless we do not swim.

   We shall swim unless we do not fish.
6. We shall swim even if it rains.

   We shall swim.
7. There is coffee on the stove if you want some.

   There is coffee on the stove.

CENTRAL LIBRARY

৭৫. Test the validity by tree method and determine all counterexamples.

1. $A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow B \therefore A \rightarrow C$
2. $A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow C \therefore A \rightarrow B$
3. $A \rightarrow B, A \rightarrow C, \therefore A \rightarrow (B \,\&\, C)$
4. $A \rightarrow C, B \rightarrow C, \therefore (A \vee B) \rightarrow C$
5. $B \rightarrow (A \rightarrow C) \therefore A \rightarrow (B \rightarrow C)$
6. $A \therefore (A \rightarrow B) \rightarrow B$
7. $A \rightarrow (A \rightarrow B) \therefore A \rightarrow B$
8. $(A \rightarrow B) \rightarrow A \therefore A$
9. $(A \rightarrow B) \rightarrow C \therefore (A \rightarrow C) \rightarrow C$
10. $(A \rightarrow C) \rightarrow B \therefore (A \rightarrow B) \rightarrow C$
11. $(A \rightarrow B) \rightarrow B \therefore (B \rightarrow A) \rightarrow A$
12. $-(A \rightarrow C) \therefore A \rightarrow -C$
13. $A \rightarrow -C \therefore -(A \rightarrow C)$
14. $A \rightarrow -A \therefore -A$
15. $C \rightarrow A \therefore -(A \rightarrow C)$
16. $-(A \rightarrow C) \therefore C \rightarrow A$
17. $A \rightarrow (B \rightarrow C) \therefore (A \,\&\, B) \rightarrow C$
18. $(A \,\&\, B) \rightarrow C \therefore A \rightarrow (B \rightarrow C)$
19. $(A \vee B) \rightarrow C \therefore A \rightarrow C$
20. $A \rightarrow C \therefore (A \vee B) \rightarrow C$

৭৬. প্রশ্নগুলির উত্তর দাও। [হেতুবাক্য দেওয়া আছে, তার থেকে অমুক সিদ্ধান্ত নিষ্কাশন করা যায় কিনা তাই বলতে হবে।]

a) If Holmes has bungled or Watson's abroad Moriarty will escape.
Does it follow that Moriarty will escape unless Holmes bungles?

b) Moriarty will escape only if Holmes bungles. Holmes will not bungle if Watson's to be believed.
Does it follow that if Watson's to be believed Moriarty will not escape?

c) If Moriarty has escaped then either Holmes has bungted or Watson's on the job. Holmes has not bungled unless Moriarty has escaped. Watson's not on the job.
Does it follow that Moriarty has escaped if and only if Holmes has bungled?

d) Moriarty will escape unless Holmes acts. We shall rely on Watson only if Holmes does not act.
Does it follow that if Holmes does not act. Moriarty will escape unless we rely on Watson?

[ওপরে কেবল জেফরির দেওয়া উদাহরণ উল্লেখ করা হয়েছে। নব্য যুক্তিবিজ্ঞান, প্রথম ভাগ দেখ। তাতে ২৫টা বই থেকে বহু যুক্তি সংগ্রহ করা আছে। তার যে কোনো যুক্তি নিয়ে সত্যাশ্রয়ী গঠন করার চেষ্টা করবে — এ অনুশীলনে তোমার যৌক্তিক নৈপুণ্য বৃদ্ধি পাবে।]

CENTRAL LIBRARY

আর একটা কথা। জেফরির প্রথম সংস্করণ (অধ্যায় ৪) আমাদের পাঠ্য। ঠিক, দ্বিতীয় সংস্করণে আছে কতকগুলি হতভম্বকরা যুক্তি যে যুক্তিগুলির তিনি নামকরণও করেছেন। এ 'নামী' যুক্তিগুলির সঙ্গে এ সুযোগে তোমাদের পরিচয় করিয়ে দিতে চাই। জেফরি এদের সাধারণ নাম দিয়েছেন 'Astounding Inference'. হতবুদ্ধি-করা যুক্তি, তাজ্জব যুক্তি। এ রকম যুক্তির সম্মুখীন হলে আমরা যে বিস্ময়াবিষ্ট হই, তাদের যে উদ্ভট বলে মনে হয়, তার হেতু 'if—then'– এর সত্যাপেক্ষ (truth functional) ব্যাখ্যা —যে ব্যাখ্যা অনুসারে 'if p then q' মানে:

এমন নয় যে : 'p' সত্য 'q' মিথ্যা, বা

এমন যে 'p' মিথ্যা অথবা 'q' সত্য

সংকেতলিপিতে

'$p \supset q$' সম '$-(p.-q)$' সম '$-p \vee q$'

শাখী গঠন করলে দেখবে এ বিমূঢ়-করা যুক্তিগুলি সব বৈধ। আর এদের 'if p then q'–কে 'not p or q' ['$p \supset q$' -কে '$-p \vee q$'] আকারে আনলে দেখবে প্রথম দর্শনে যত উদ্ভট বলে মনে হয় আসলে এগুলি তেমন উদ্ভট নয় (যদি '$p \therefore p \vee q$' এ যুক্তিবিধি মেনে নিই)।

এ ভূমিকার পর, নাম সহ কতকগুলি যুক্তি।

Hyperbole*

I'll have a second cup. ∴ I'll die if I don't have a second cup.

True Grit **

I'll ski tomorrow ∴ I will ski tomorrow if I break my leg today.

Zapping Them with Logic ***

We'll win, for if they withdraw if we advance, we'll win; and we won't advance.

If It Works at all, It's not Fail–Safe. †

"It explodes if it's armed and fired" implies "Either it explodes if it's armed or it explodes if it's fired."

Perils of Foresight

I'll break my leg today. I know that's true because I know it's false that if I break my leg to day, I'll ski tomorrow.

Consolation of Logic

I won't die before noon. I know that's true because I know it's false that if I don't have a second cup, I'll die before noon.

আমরা বলেছি, যুক্তিগুলির 'if–then–' কে '– — v —' এতে আনলে দেখা যাবে যুক্তিগুলি এমন কিছু উদ্ভট নয়। প্রথম যুক্তিটি নাও। এটি এভাবে সংকেতায়িত করতে পারি।

C [C = I'll have a second cup D = I'll die]

∴ $-C \supset D$

দেখ, এযুক্তিতে আসলে বলা হয়েছে

C

∴ $C \vee D$

---

* Hyperbole = অত্যুক্তি ** Grit = সাহস, নিঃশঙ্কতা

*** Zap = আক্রমণ করা, বধ করা † Fail-safe = বিপদনিরোধক

CENTRAL LIBRARY

৭৭. উপরোক্ত যুক্তিগুলির প্রত্যেকটি সংকেতায়িত কর, এবং সত্যশাখী গঠন করে এদের বৈধতা নির্ণয় কর। [দেখবে, যুক্তিগুলির প্রত্যেকটি বৈধ।]

৭৮. উদাহরণ দিয়ে এবং সত্যশাখী গঠন করে দেখাও যে নিম্নোক্ত বাক্যগুলি সত্য।

All tautologies are equivalent.

All inconsistrent propositions are equivalent.

Conditional does not imply its converse.

Conditional does not imply biconditional.

Biconditional implies conditional.

Exclusive "or" implies the inclusive.

The conditional or its converse holds.

৭৯. টীকা লেখ

Consistency

Counterexample

Model for a consistant set of statements।

II

৮০. Counterexample ও Model for consistent set —এদের পার্থক্য কী?

৮১. বাধক দৃষ্টান্ত (counterexample) কী করে পাওয়া যায়?

৮২. শূন্য স্থান পূর্ণ কর।

বৈধতা পরীক্ষার বেলায়

যদি কোনো শাখা খোলা থাকে তাহলে —— বা —— —।

যদি কোন শাখাই খোলা না থাকে তাহলে —— বা —— —।

সংগতি/অসংগতি নির্ণয়ের বেলায়

যদি সব শাখা পথ বন্ধ হয়ে যায় তাহলে বাক্যগুলি ———।

যদি কোনো শাখা পথ খোলা থাকে তাহলে বাক্যগুলি—/বাক্যগুলির মধ্যে ——।

৮৩. কী করে সত্যশাখী পদ্ধতিতে [কেবল যুক্তি নয়]

i) বাক্যের[ও] বৈধতা নির্ণয় করা যায়,

ii) প্রতিপত্তি (implication) নির্ণয় করা যায়,

iii) সমার্থতা নির্ণয় করা যায়,

উদাহরণ দিয়ে তা ব্যাখ্যা কর।

৮৪. কী করে সত্যশাখী গঠন করে কোনো বাক্যসমষ্টি [বা বাক্য] অবিসংবাদী (consistent) কিনা তা নির্ণয় করা যায়—উদাহরণ দিয়ে তা ব্যাখ্যা কর।

৮৫. জেফরি "alternative way of testing inferences for validitiy"-এর কথা বলেন। এ alternative way বা বিকল্প পদ্ধতিটি কী? উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

CENTRAL LIBRARY

Method of Existential Conditionals

সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি

CENTRAL LIBRARY

১০

বুলীয় লিপি ও সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি

১০.১ মানকলিপি থেকে বুলীয় সত্তাসত্ত্ব লিপি

মানক লিপির সঙ্গে আমাদের সবাইর পরিচয় থাকার কথা। নিচেকার সারণীতে দেখানো হল, কীভাবে জাতিবাচক A, E, I, O বিভিন্নভাবে ব্যক্ত করা হয়।

I	II	III
সাধারণ ভাষায়	পোললিপিতে*	মানক লিপিতে
All F are G	Afg	$(x)(Fx \supset Gx)$
No F are G	Efg	$(x)(Fx \supset \sim Gx)$
Some F are G	Ifg	$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$
Some F are not G	Ofg	$(\exists x)(Fx \,.\, \sim Gx)$

এখন আমরা [কোয়াইন-কে অনুসরণ করে] মানকলিপির একটা বিকল্প উদ্ভাবন করতে যাচ্ছি। করব এভাবে [মানকলিপিকে একটু পরিবর্তন করে]

(1) $(\exists x)$ (—) আকারের বাক্যের 'x' বাদ দেব,

যথা

$$(\exists x)(Fx \,.\, \sim Gx) \qquad (১)$$

লিখব এভাবে

$$\exists (F \,.\, \sim G) \qquad (২)$$

(2) '~'-এর বদলে মাত্রা (bar) ব্যবহার করব যথা, উক্ত (২) লিখব এভাবে

$$\exists (F \,.\, \bar{G}) \qquad (৩)$$

[2.1] বাক্য নিষেধের বেলায় '~' -এর বদলে লিখব '–',
লিখব যে বাক্য নিষেধ করছি তার বামে। যথা, এ লিপিতে 'p'-এর নিষেধ হল : –p, উক্ত (৩) -সংখ্যক বাক্যের নিষেধ হল : $-\exists (F \,.\, \bar{G})$

---

* দ্রষ্টব্য : রমাপ্রসাদ দাস ও সন্দীপনা সরকার, নব্যযুক্তিবিজ্ঞান, দ্বিতীয় ভাগ, তৃতীয় সংস্করণ, অধ্যায় ২, বিভাগ ৬, পৃ: ২৯

CENTRAL LIBRARY

(3) "." (dot) বাদ দিয়ে দেব,

যেমন উক্ত (৩)-এর জায়গায় লিখব

$$\exists (F\bar{G}) \qquad (৪)$$

[কোয়াইন বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানেও এ রীতি অনুসরণ করেন। যেমন, 'p . q'-এর বদলে লেখেন : pq, 'p . q . r' -এর বদলে : pqr। এ রীতিতে দুটো বা ততোধিক অক্ষর পাশাপাশি লিখলে বুঝতে হবে : একটি অক্ষর ও তার পরবর্তী অক্ষরের মাঝখানে আছে একটা অদৃশ্য "."।]

(4) অপ্রয়োজনীয় বন্ধনী বাদ দিয়ে দেব, যেমন, উক্ত (৪), $\exists (F\bar{G})$, লিখব এভাবে

$$\exists F\bar{G}$$

তবে '$\exists$'-এর পরে যেসব অক্ষর তাদের মধ্যে "." ছাড়া অন্য কোনো যোজক ['$\vee$', '$\supset$', '$\equiv$'] থাকলে বন্ধনী অপরিহার্য;

যেমন

$$\exists F \vee G, \qquad \exists FG \vee F\bar{G}, \qquad \exists F \supset G, \qquad \exists F \equiv G$$

লিখলে চলবে না, লিখতে হবে যথাক্রমে

$$\exists (F \vee G), \qquad \exists (FG \vee F\bar{G}), \qquad \exists (F \supset G), \qquad \exists (F \equiv G)$$

এ ত গেল '$(\exists x)$ (—)' আকারের বাক্যের কথা। এবার '(x) (—)' আকারের বাক্য।

(5) QN প্রয়োগ করে আমরা '(x)' বাদ দেব, [তার জায়গায় '– $(\exists x)$ –' লিখব]

উদাহরণ

$$(x)\,(Fx \supset Gx)$$

–এতে QN প্রয়োগ করে পাই

$$-(\exists x) - (Fx \supset Gx)$$

এখনি দেখতে পাব, এর থেকে পাব

$$-\exists F\bar{G}$$

প্রস্তাবিত [বিকল্প] রীতিতে কীভাবে A, E, I, O লেখা যায় তা নিচে দেখানো হল।

A	E
All F are G	No F are G
$(x)\,(Fx \supset Gx)$	$(x)\,(Fx \supset \sim Gx)$
$-(\exists x) -(Fx \supset Gx)$ [QN]	$-(\exists x) -(Fx \supset -Gx)$
$-(\exists x)\,(Fx\,.\,-Gx)$ [NC]	$-(\exists x)\,(Fx\,.\,Gx)$ [NC, DN]
$-\exists\,(F\,.\,-G)$	$-\exists\,(F\,.\,G)$
$-\exists\,(F\,.\,\bar{G})$	$-\exists\,(F\,G)$
$-\exists\,(F\,\bar{G})$	$-\exists\,FG$
$-\exists F\bar{G}$	

CENTRAL LIBRARY

I	O
Some F are G	Some F are not G
$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$	$(\exists x)(Fx \,.\, {\sim}Gx)$
$\exists (F \,.\, G)$	$\exists (F \,.\, {-}G)$
$-\exists (F\ G)$	$\exists (F \,.\, \bar{G})$
$-\exists FG$	$\exists (F\ \bar{G})$
	$\exists F\bar{G}$

A, E, I, O -কে প্রস্তাবিত লিপিতে রূপান্তরিত করে যা পেলাম তা নিচের সারণীতে দেখানো হল। [এক কথা বারবার শুনলে তা কণ্ঠস্থ হয়ে যাবে—এ কথা ভেবে I, II, III-ও পুনরুক্তি করলাম।]

I	II	III	IV
All F are G	Afg	$(x)(Fx \supset Gx)$	$-\exists F\bar{G}$
No F are G	Efg	$(x)(Fx \supset -Gx)$	$-\exists FG$
Some F are G	Ifg	$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$	$\exists FG$
Some F are not G	Ofg	$(\exists x)(Fx \,.\, {\sim}Gx)$	$\exists F\bar{G}$

স্তম্ভ IV-এর বাক্যগুলি যে লিপিতে ব্যক্ত হল তাকে আমরা বুলীয় সত্তাসত্ত লিপি বলে অভিহিত করতে পারি : 'সত্তাসত্ত', কেননা — এরকম বাক্যে বলা হয় অমুকের সত্ত আছে, অমুক সৎ [যেমন '$\exists FG$'-তে বলা FG-এর সত্ত আছে] বা অমুকের সত্ত নেই [যথা, '$-\exists FG$-'এতে]।

এ লিপিতে আরও কয়টি বাক্য [মূর্ত বাক্য, বচন] সংকেতায়িত করে দেওয়া হল।

উদাহরণ ১

Ghosts exist / There are ghosts = $\exists G$

Ghosts do not exist / There are no ghosts = $-(\exists x)\, Gx = (x)\, -Gx = -\exists G$

বা আরও সহজে There are ghosts = $\exists G$

সুতরাং There are no ghosts = $-\exists G$

উদাহরণ ২

Everything is material and destructible

$= (x)(Mx \,.\, Dx)$

$= -(\exists x) - (Mx \,.\, Dx)$

$= -(\exists x)(-Mx \vee -Dx)$

$= -\exists (-M \vee -D)$

$= -\exists (\bar{M} \vee \bar{D})$

উদাহরণ ৩

There are ghosts if there are black ghosts

$= (\exists x)[(Bx \,.\, Gx) \supset Gx]$

$= \exists (BG \supset G)$

CENTRAL LIBRARY

এবার তিনটে পারিভাষিক কথা :

Boolean Term Schema*
Boolean Existence Schema
Boolean Statement Schema

Boolean Term Schema

$F.\bar{G}.$ $F\bar{G}.$ $F \vee G.$ $G \supset H$

এ রকম কোনো পদকে বলে Boolean Term Schema, বাংলায় বুলীয় পদাকার, সংক্ষেপে বুলীয় পদ।

মনে করা যাক, 'F' বোঝাচ্ছে : black
'G' বোঝাচ্ছে : swan
['$\bar{G}$' বোঝাচ্ছে : non-swan]

তাহলে 'FG' খাটবে কাল রাজহাঁস সম্পর্কে, '$F\bar{G}$' অন্য কাল বস্তু সম্পর্কে, আর '$F \vee G$' খাটবে রাজহাঁস সম্পর্কে ও কাল বস্তু সম্পর্কে [মানে, যা রাজহাঁস বা কাল বস্তু তার সম্পর্কে।]

['F', '$\bar{G}$', '$\bar{F}G$' ইত্যাদি হল পদ (পদাকার)। এদের যদি বিধেয় হিসাবে প্রয়োগ করি, যথা যদি বলি

$\bar{F}Gx$

তাহলে পাই একটা মুক্তবাক্য (open sentence বা sentence schema) যা হচ্ছে

x is $\bar{F}G$
x is a non-black swan

-এর সংক্ষিপ্ত রূপ। আর এ রকম মুক্ত বাক্যের বামে যদি অস্তিত্বজ্ঞাপক '$(\exists x)$' যোগ করি তাহলে পাব closed sentence বা statement; যথা, পাব

$(\exists x)$ x is $\bar{F}G$
$(\exists x)$ $\bar{F}G$ x

যার বক্তব্য

$(\exists x)(-Fx \,.\, Gx)$

আর আমরা ত আগেই বলেছি, আমরা নতুন লিপিতে মানকিত বাক্যের 'x' বাদ দিয়ে দেব। তাহলে [(2). (3)-এতে কথিত সংক্ষেপণ কায়দায়] উক্ত বাক্যটি লিখতে পারি এভাবে

$\exists\, \bar{F}G$

এটা হল Boolean Existence Schema-এর ভূমিকা]

Boolean Existence Schema

যাকে বুলীয় পদ/পদাকার বলা হয় তার, [যথা, '$\bar{F}$', '$\bar{F}G$' ইত্যাদির] বামে '$\exists$' চিহ্নটি যোগ করে যে বাক্য পাই তাকে বলে Boolean Existence Schema, বাংলায় বুলীয় সত্ত্ব বাক্য/বাক্যাকার, সংক্ষেপে বুলীয় সত্ত্ব বাক্য, যথা

* বহুবচনে : schemata

$\exists FG$, $\exists (F \vee G)$, $\exists (F \supset G)$

এসব বুলীয় সত্ত্ববাক্য; আর বলা বাহুল্য

$-\exists FG$, $-\exists (F \vee G)$, $-\exists (F \supset G)$

বুলীয় সত্ত্ববাক্যের নিষেধ।

Boolean Statement Schema

বুলীয় সত্ত্ববাক্য বা তার নিষেধ দিয়ে গঠিত সত্যাপেক্ষ বাক্যকে বলে Boolean Statement Schema, বাংলায়—বুলীয় বচন/রচনাকার। বুলীয় বচনাকারকে আমরা সংক্ষেপে বুলীয় বচন বা বুলীয় বাক্য বলে উল্লেখ করব। উদাহরণ

$(-\exists H\bar{M} . -\exists K\bar{H}) \supset -\exists K\bar{M}$

$(-\exists M\bar{P} . \exists SM) \supset \exists SP$

এসব বুলীয় বাক্য।

১০.২ বুলীয় সমীকরণ/অসমীকরণ থেকে বুলীয় সত্ত্বাসত্ত্বলিপি

প্রথম বিভাগে যা বলা হল তা আবার নতুন করে বললাম। দেখবে, জাতিবাচক বাক্যকে আরও সহজে বুলীয় সত্ত্বাসত্ত্ব লিপিতে ব্যক্ত করা যায়। কী করে এ জাতীয় বাক্যকে, A, E, I, O -কে, সমীকরণ অসমীকরণে ব্যক্ত করতে হয় তা আমাদের জানা। জানা কথাটা সারণীয় আকারে পুনরুক্তি করলাম।

I	III
All F are G	$F\bar{G} = 0$
No F are G	$FG = 0$
Some F are G	$FG \neq 0$
Some F are not G	$F\bar{G} \neq 0$

এখন

"$= 0$" মানে : নেই [শূণ্য]

আর "$\exists$" হল অস্তিত্ববাচক। তাহলে

"$-\exists$" মানেও : নেই

কাজেই

"$= 0$" -এর বদলে লেখা যায় : $-\exists$

আর অবশ্যই

"$\neq 0$"-এর বদলে : $\exists$

কেননা

"$\neq 0$" মানে : —আছে

আর "$\exists$" মানেও : —আছে। কাজেই স্তম্ভ III"-এর বাক্যগুলি এভাবে লিখতে পারতাম

---

* "বুলীয় বাক্য" কথাটি আমরা আরও ব্যাপক অর্থে ব্যবহার করব। আমাদের প্রস্তাবিত প্রয়োগ অনুসারে, '$\exists F \supset \exists G$', '$(\exists H . \exists G) \supset \exists G$', যেমন বুলীয় বাক্য তেমনি '$\exists F$', '$\exists G$', '$\exists FG$' —এসবও বুলীয় বাক্য।

CENTRAL LIBRARY

III''

$(F\bar{G})\ -\exists$

$(FG)\ -\exists$

$(FG)\ \exists$

$(F\bar{G})\ \exists$

কিন্তু আমরা

অমুক নেই [যথা, FG নেই]

অমুক আছে [যথা, FG আছে]

এ আকারে উক্তি না করে, নিম্নোক্ত আকারে A, E, I, O ব্যক্ত করতে পারি

নেই অমুক [যথা, নেই FG]

আছে অমুক [যথা, আছে FG]

বস্তুত তাই করব [তা করাই যুক্তিসঙ্গত]

কোনো বাক্যকে বুলীয় সত্তাসত্তলিপিতে লিখতে হলে, প্রথমে একে বুলীয় সমীকরণ অসমীকরণের আকারে ব্যক্ত করব

—তারপর

"$= 0$"-এর বদলে : $-\exists$

"$\neq 0$"-এর বদলে : $\exists$

লিখে '$-\exists$', আর '$\exists$' কে বুলীয় পদের বাম ধারে নিয়ে আসব।

উদাহরণ

All F are G

থেকে পাব

$F\bar{G} = 0$

আর এ বাক্যের '$= 0$' এর বদলে '$-\exists$' লিখে, এবং '$-\exists$'কে বাক্যটির আদিতে এনে পাব

$-\exists F\bar{G}$

এভাবে যে বাক্যগুলি পাব তা সারণীর আকারে লিখে দিলাম।

I	IV
All F are G	$-\exists F\bar{G}$
No F are G	$-\exists FG$
Some F are G	$\exists FG$
Some F are not G	$\exists F\bar{G}$

[মানকলিপি থেকে স্তম্ভ IV-এর বাক্যে আস, কি বুলীয় সমীকরণ-অসমীকরণ থেকে আস—যেভাবেই আস না কেন,]

মনে রাখবে

A-এর বেলায় বিধেয়ের মাথায় [অভাবচিহ্ন] মাত্রা আসে।

CENTRAL LIBRARY

বলতে পার, শুধু A-এর বেলায় কেন, O-এর বেলায়ও ত এ কথা খাটে। তাহলে বিশেষ করে A-এর কথা বলা হচ্ছে কেন? উত্তর : O-এতে ত মূল বাক্যের মধ্যে একটা "not" থাকে। কিন্তু A ভাববাচক বাক্য, অথচ A-কে আলোচ্য আকারে আনতে হলে একটা অভাববাচক চিহ্ন [মাত্রা] যোগ করতে হয়। এজন্য A সম্পর্কে সতর্কতার কথা বলছি। আরও মনে রাখবে, বুলীয় লিপিতে

A, E — উভয়ই অভাববাচক
উভয়েতেই বলা হয় অমুক নেই, $-\exists$ —

I, O — উভয়ই ভাববাচক
উভয়েতেই বলা হয় অমুক আছে, $\exists$ —

এবার বাক্যগুলি আবার সংগ্রহ করা যাক।

I	II	III	III''	IV
All F are G	Afg	$(x)(Fx \supset Gx)$	$F\bar{G} = 0$	$-\exists F\bar{G}$
No F are G	Efg	$(x)(Fx \supset \sim Gx)$	$FG = 0$	$-\exists FG$
Some F are G	Ifg	$(\exists x)(Fx \,.\, Gx)$	$FG \neq 0$	$\exists FG$
Some F are not G	Ofg	$(\exists x)(Fx \,.\, \sim Gx)$	$F\bar{G} \neq 0$	$\exists F\bar{G}$

১০.৩ '$\exists$ —', '$-\exists$ —' আকারে আনার দুটো কৌশল

আমরা দু রকম কায়দার কথা বলেছি :

(১) প্রদত্ত বাক্যকে প্রথমে মানকলিপিতে লেখা,

(২) প্রদত্ত বাক্যকে প্রথমে বুলীয় সমীকরণ, অসমীকরণে ব্যক্ত করা।

দেখা যাবে

‖ আংশিক বাক্যের বেলায় প্রথম কায়দা, আর সার্বিক বাক্যের বেলায় দ্বিতীয় কায়দা বেশি সুবিধাজনক।

উদাহরণ ১

Some who take logic and Latin take neither physics nor Greek

এ বাক্যটিকে মানক লিপিতে ব্যক্ত করে পাই

$(\exists x)[(Lx \,.\, Tx) \,.\, (-Px \,.\, -Gx)]$

বা $(\exists x)(Lx \,.\, Tx \,.\, -Px \,.\, -Gx)$ [Tx = x takes Latin]

আর এর থেকে পাই

$\exists LT\bar{P}\bar{G}$

উদাহরণ ২

Some can read French who are not high-school graduates
= Some who are not high-school graduates can read French
$= (\exists x)(-Hx \,.\, Fx)$
$= \exists\bar{H}F$

উদাহরণ ৩

Some of the witnesses are employees or hold stock in the firm

$= (\exists x)\,[Wx \,.\, (Ex \vee Hx)]$

$= \exists W(E \vee H)$

এবার সার্বিক বাক্য।

উদাহরণ ৪

Nobody attended but the parents of the cast*

= Nobody but the parents.....attended

= Only the parents.....

= All who attended are parents of the cast

$= {}^{**}A\bar{P} = 0$

$= -\exists A\bar{P}$

উদাহরণ ৫

Only high-school graduates who can read French are eligible

= All eligible persons are high-school graduates who can read French

$= \overline{EHF} = 0$

$= -\exists E\overline{HF}$

লক্ষণীয়, এখানে বিধেয় : high-school graduates (H) who can read French (F), H.P বা HP। কাজেই সমগ্র বিধেয়টির মাথার ওপর অভাবসূচক মাত্রা দিতে হবে। মাত্রার বদলে আগেকার "–" ব্যবহার করলে লিখতে হবে: –(H.F) বা –H ∨ –F, বা নতুন লিপিতে: $\bar{H} \vee \bar{F}$। কাজেই '$-\exists E\overline{HF}$'। এভাবেও লেখা যেত : $-\exists E(\bar{H} \vee \bar{F})$।

উদাহরণ ৬

All of the witnesses who hold stock in the firm are employees

$= WH\bar{E} = 0$

$= -\exists WH\bar{E}$

উদাহরণ ৭

All of the witnesses are employees or hold stock in the firm

$= W\,\overline{E \vee H} = 0$

$= W\bar{E}\bar{H} = 0$

$= -\exists W\bar{E}\bar{H}$

---

* যারা নাটকে অংশ গ্রহণ করে

** "=" নয় কেন? নয় এ হেতু : তাহলে লিখতে হত '$= A\bar{P} = 0$' আর তাহলে দুটো '='-এর পার্থক্য করা যেত না। এজন্য এ রকম ক্ষেত্রে আমরা বড়, দীর্ঘায়িত '$==$' চিহ্ন ব্যবহার করব।

CENTRAL LIBRARY

লক্ষণীয়, এখানে বিধেয় বৈকল্পিক পদ, আর তাকে নিষেধ করে DeM অনুসারে [$(\overline{E \vee H})$ থেকে] পেলাম সংযৌগিক $E\bar{H}$।

উদাহরণ ৮

Everyone who knows both George and Mabel admires Mabel

[Persons who know George = G
Persons who know Mabel = M
Persons who admire Mabel = A]

$= GM\bar{A} = 0$

$= -\exists GM\bar{A}$

নিম্নোক্ত বাক্যগুলি আলোচ্য লিপিতে ব্যক্ত করলে পাব Boolean statement, বুলীয় বচন—মানে, বুলীয় সত্তবাক্য ও তার নিষেধ দিয়ে গঠিত সত্যাপেক্ষ বাক্য। সত্যাপেক্ষ বাক্যের নানা রূপ। নিচেকার বাক্যগুলি সব

১০.৪ '$\exists$ ( ) $\supset$ $\exists$ ( )' আকারের বাক্য

উদাহরণ I

If no parents of the cast enjoyed the play then no parents of the cast have a taste for high-class entertainment

এর পূর্বগ হল : $PE = 0$ বা $-\exists PE$

অনুগ হল : $PT = 0$ বা $-\exists PT$

সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটির সাংকেতিক রূপ হবে

$-\exists PE \supset -\exists PT$ বা $\exists PT \supset \exists PE$ [Trans.]

উদাহরণ II

If any attended who have a taste for high-class entertainment, then some parents of the cast enjoyed the play

পূর্বকল্প : $(\exists x)\ (Ax \,.\, Tx)$ বা $\exists AT$

অনুকল্প : $(\exists x)\ (Px \,.\, Ex)$ বা $\exists PE$

সুতরাং প্রাকল্পিকটির সাংকেতিক রূপ হবে এমন

$\exists AT \supset \exists PE$

উদাহরণ III

If no European swans are black and all black swans are Europeans then no swans are black

"If" আর "and"-এর মধ্যবর্তী অংশ : $ESB = 0$ বা $-\exists ESB$

"and" ও "then"-এর মধ্যবর্তী অংশ : $BS\bar{E} = 0$ বা $-\exists BS\bar{E}$

"then"-এর পরবর্তী অংশ : SB = 0 বা $-\exists SB$

তাহলে বাক্যটির বুলীয় বাচনিক রূপ হবে

$$(-\exists ESB \cdot -\exists BS\bar{E}) \supset -\exists SB^{*}$$

১০.৫ সরাসরি '∃ —', '-∃ —' -এতে আসা

জাতিবাচক বাক্যকে '∃—', '-∃—' এতে রূপান্তরিত করার দুটো কায়দার কথা বললাম। বললাম, বালানাং সুখবোধায়—প্রথম শিক্ষার্থীদের কাছে একটা নতুন বিষয় সহজবোধ্য করে তোলার জন্য। এভাবে '∃—', '-∃—'-এতে রূপান্তর রপ্ত হয়ে গেলে, মধ্যবর্তী পর্বের মানকলিপি বা সমীকরণ অসমীকরণের সাহায্য নেবার দরকার হবে না। সরাসরি '∃—', '-∃—' আকারে চলে আসতে পারবে যদি নিচের কথাগুলি মনে রাখ

(1) A, E ব্যক্ত করতে হবে $-\exists$— আকারে,
A-এর বিধেয়ের মাথায় একটা মাত্রা দিতে হবে।

(2) I, O ব্যক্ত করতে হবে '∃—' আকারে,
O-এর বিধেয়ের মাথায় একটা মাত্রা দিতে হবে।

(3) সংযোজনের (conjunction-এর) চিহ্ন পরিহার করে চলবে,
দুটি প্রতীক পাশাপাশি লিখলেই "."-এর কাজ হয়ে যায়।

যেমন

F . (F ∨ G)-এর বদলে লিখবে

F (F ∨ G)

এবার একটা যুক্তি [যুক্তি আকার] নেওয়া যাক।

All P are M, Some S are not M ∴ Some S are not P [Baroco]

আমরা যে নৈপুণ্য আয়ত্ত করেছি তার জোরে এ যুক্তি সরাসরি ব্যক্ত করব এভাবে

$$-\exists P\bar{M}.\ \exists S\bar{M} \quad \therefore \exists S\bar{P}$$

১০.৬ বুলীয় সত্ত্বাসত্ত্ব লিপির প্রয়োজন

মানকলিপি বা বুলীয় সমীকরণ অসমীকরণ [এমন কি সাধারণ ভাষার 'All – are –'; 'No – are –' ইত্যাদি আকারের বাক্য] কী দোষ করল? এসব থাকতে আবার একটা নতুন লিপির বা সংকেতকরণ পদ্ধতির প্রয়োজন হল কেন? এর উত্তরে দুটো হেতু উল্লেখ করব।

প্রথম হেতু : প্রস্তাবিত লিপিতে বাক্য সংকেতায়িত করা যায় অনেক সংক্ষেপে—এ লিপিতে কম জায়গা লাগে, কম সময় লাগে, যথা

$$(\exists x)\,[(Fx\ .\ Gx) \vee ((Fx\ .\ -Gx) \vee (-Fx\ .\ Gx) \vee (-Fx\ .\ -Gx)]$$

প্রস্তাবিত লিপিতে [বুলীয় সত্ত্ববাক্য হিসাবে] লিখতে পারব এভাবে

$$\exists\,(F\bar{G} \vee F\bar{G} \vee \bar{F}G \vee \bar{F}\bar{G})$$

---

* এখনও কাঙ্খিত আকারে এল না। আসবে Trans, DeM, LED [পৃ: ২৩৬] প্রয়োগ করলে।

CENTRAL LIBRARY

এবার একটা যুক্তি।

Everything is either a substance or an attribute. Modes are not substances.

∴ Modes are attributes.

এ যুক্তি আমরা এভাবে সংকেতায়িত করতে পারি

$-\exists S\bar{A}. -\exists MS \therefore -\exists M\bar{A}$

[এখানে $-\exists \overline{S \vee A}$ এর বদলে [DeM প্রয়োগ করে] লিখলাম $\exists S\bar{A}$।] এ ত গেল সংক্ষেপকরণের, শ্রম ও সময় লাঘবের, কথা। আসল হেতু হল নিম্নোক্ত হেতুটি।

দ্বিতীয় হেতু: প্রস্তাবিত লিপিতে ব্যক্ত করলে সহজেই জাতিবাচক বাক্য বা বিধেয় বাক্য ও বিধেয় যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করা যায়। বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানে পাই বৈধতা নির্ণয়ের নানা পদ্ধতি। কিন্তু বিধেয় যুক্তিবিজ্ঞানে নির্ণয় পদ্ধতির বড় অভাব। এ অভাব কিছুটা দূর হয় বুলীয় লিপির শরণ নিলে। একটা উদাহরণ

$$[(p \supset q) . -q] \supset -p \qquad (১)$$

এ বাক্যের সঙ্গে

$$[(x)(Mx \supset Px) . (\exists x)(Sx . Mx)] \supset (\exists x)(Sx . Px) \qquad (২)$$

-এর তুলনা করা যাক। সত্যসারণী গঠন করে সহজেই বলে দেওয়া যায় (১) স্বতসত্য। কিন্তু (২) কি সত্য—এ বাক্যটি স্বতসত্য না পরতসাধ্য (না স্বতমিথ্যা) তা নির্ণয় করব কী করে? পরে দেখতে পাব, কোনো বিধেয় বাক্য বা যুক্তিকে বুলীয় লিপিতে ব্যক্ত করলে সহজেই এর বৈধতা নির্ণয় করা যায়।

১০.৭ সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি

যে নির্ণয় পদ্ধতির কথা ভাবছি তা ব্যাখ্যা করতে হলে সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্যের সঙ্গে পরিচিত হওয়া দরকার।

সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্য (Existential Conditional)

$$\exists — \supset \exists — \qquad [I]$$

$$(\exists — . \exists — . . .) \supset \exists — \qquad [II]$$

আকারের বাক্যকে বলে সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্য। মানে

যে প্রাকল্পিক বাক্যে অনুকল্প সত্ত্ব বুলীয় বাক্য, পূর্বকল্প হয় সত্ত্ব বুলীয় বাক্য অথবা সত্ত্ব বুলীয় বাক্য দিয়ে গঠিত সংযৌগিক বাক্য, তাকে বলে সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্য।

উদাহরণ

$$\exists FG \supset \exists(FG \vee FH)$$

$$(\exists FG . \exists FH) \supset \exists(FG \vee GH)$$

আলোচ্য পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হলে সব বিধেয় বাক্যকে [বা জাতিবাচক বাক্যকে] সত্ত্ব বুলীয় বাক্যে রূপান্তরিত করা দরকার। এজন্য বাক্য যুক্তিবিজ্ঞানে স্বীকৃত বিভিন্ন রূপান্তর সূত্র ছাড়াও নিম্নোক্ত সূত্রটি দরকার।

CENTRAL LIBRARY

১০.৮ সাত্ত্বিক মানক সঞ্চালন সূত্র ['∃' distribution সূত্র]

Law of Existential Distribution [LED]

'∃ (ক ∨ খ)' equiv '∃ক ∨ ∃খ'

'∃ (F ∨ G)' সম '∃F ∨ ∃G'

এ সূত্রটির নাম Law of Existential Distribution সংক্ষেপে LED, বাংলায় সাত্তিকমানক সঞ্চালনের সূত্র।

এটা সহজবোধ্য যে

'∃ (F ∨ G)'-এতে যা বলা হয়

'∃F ∨ ∃G'-এতেও তাই বলা হয়

ধর,

F = মাংসাশী প্রাণী, G = শাকাশী* প্রাণী

তাহলে,

∃ (F ∨ G) = আছে এমন প্রাণী ** যা মাংসাশী বা শাকাশী (১)

∃F ∨ ∃G = এমন প্রাণী আছে যা মাংসাশী বা এমন প্রাণী আছে যা শাকাশী (২)

লক্ষণীয়, (১) আর (২) সমার্থক।

আমরা দেখলাম

বিকল্পের ওপর দিয়ে '∃'-এর সঞ্চালন হতে পারে

কিন্তু মনে রাখতে হবে, এভাবে

'–∃'-এর সঞ্চালন হতে পারে না

মানে,

'–∃ (F ∨ G)' অসম '–∃F ∨ –∃G'

এ রকম দুটি বাক্য যে অসম তার প্রমাণ—এ রকম বাক্যের একটি সত্য অন্যটি মিথ্যা হতে পারে।

ধর,

F = মানুষ, G = ভূত [আর ধর, ভূত বলে কিছু নেই]

এখন

'–∃F ∨ –∃G'—এ বাক্য সত্য

এর একটি বিকল্প ['–∃G'] সত্য বলে,

কিন্তু

'–∃ (F ∨ G)'—এ বাক্য মিথ্যা

কেননা, '∃ (F ∨ G)' সত্য—এ কথা সত্য যে: এমন বস্তু আছে যা মানুষ বা ভূত।

দেখা গেল,

বিকল্পের ওপর দিয়ে '–∃'-এর সঞ্চালন অসঙ্গত।

---

* harbivorous

** মানে : এমন প্রাণী আছে যা....

CENTRAL LIBRARY

কিন্তু '–∃'-এর '–' হাতে রেখে দিয়ে এর পরবর্তী '∃' সঞ্চালন করা যায়, মানে

'–∃ (F ∨ G)' সম '–(∃F ∨ ∃G)'

এটাও LED সূত্রের একটা রূপ।

LED ও সংযোগী

মনে রাখতে হবে

সংযোগীর ওপর দিয়ে '∃'-এর সঞ্চালন হয় না।

মানে

'∃FG' অসম '∃F . ∃G'

এ কথা ঠিক, ∃F · ∃G নিঃসৃত হয় ∃FG থেকে [মানে '∃FG ⊃ (∃F · ∃G)' বৈধ], কিন্তু '∃F · ∃G' থেকে নিঃসৃত হয় না : ∃FG।

ধর, F = নীলবস্তু G = ঘোড়া

এখন

∃F · ∃G —এ বাক্য সত্য [নীল বস্তু আছে, ঘোড়াও আছে]

কিন্তু এ কথা বলা যায় না, তাই বলে

∃FG [নীল ঘোড়া আছে—এমন বস্তু আছে যা ঘোড়াও বটে নীলও বটে]

যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে

$(\exists x)(Fx \cdot Gx)$ $\therefore (\exists x)Fx \cdot (\exists x)Gx$ —বৈধ

কিন্তু

$(\exists x)Fx \cdot (\exists x)Gx$ $\therefore (\exists x)(Fx \cdot Gx)$ —অবৈধ।

১০.৯ বুলীয় পদ প্রসঙ্গে 'বৈধ', 'অবৈধ', 'প্রতিপত্তি' ইত্যাদি

আমরা 'বৈধ', 'অবৈধ', 'প্রতিপাদন করে'—এসব প্রয়োগ করি বাক্য বা যুক্তি প্রসঙ্গে। কিন্তু এখন থেকে বুলীয় পদ প্রসঙ্গেও এসব প্রয়োগ করব।

আমরা বিরুদ্ধ পদের কথা বলি। যেমন বলি শ্বেত (W) ও অশ্বেত ($\bar{W}$) বিরুদ্ধ পদ। বলি, স্ববিরোধী পদের কথা—যেমন $W\bar{W}$-এর কথা। আসলে কিন্তু এ রকম ক্ষেত্রে বলি: এ রকম পদ বিধেয় করে এবং যেকোনো বস্তু x-কে উদ্দেশ্য করে যেসব বাক্য পাব, যথা

x is F · x is $\bar{F}$, x is $F\bar{F}$, $F\bar{F}x$

সেসব বাক্য স্ববিরোধী। সে রকম, যখন বলা হয় 'G ∨ $\bar{G}$' বৈধ, তখন আসলে বলা হয় যে কোনো বস্তু x সম্পর্কে এ বিধেয় প্রয়োগ করলে যা পাওয়া যাবে তা,

x is G ∨ $\bar{G}$ $(G \vee \bar{G})x$,

বৈধ বা স্বতসত্য।

এটা সহজবোধ্য যে [x যাই হোক না, সব x-এর বেলায়]

'Fx ∨ –Fx' বৈধ

কাজেই 'Fx ∨ $\bar{F}x$' বৈধ

CENTRAL LIBRARY

কাজেই '$(F \vee \bar{F})x$' বৈধ

কাজেই '$F \vee \bar{F}$' বৈধ।

সেরকম x যে বস্তুই বোঝাক না কেন

'$Fx \,.\, -Fx$' স্ববিরোধী

কাজেই '$F\bar{F}$' স্ববিরোধী

আবার, আমরা বলি

'p . q' প্রতিপাদন করে 'p ∨ q' -কে

'$(\exists x)\, Fx \,.\, (\exists x)\, Gx$.....' '$(\exists x)\, Fx \vee (\exists x)\, Gx$' -কে

সেরকম আমরা বলব

'FG' প্রতিপাদন করে 'F ∨ G' -কে।

একটা রীতির কথা বলছিলাম। এ কথন রীতিতে 'বৈধ', 'অবৈধ', 'প্রতিপাদন করে—', এসব কথা বুলীয় পদ প্রসঙ্গেও প্রয়োগ করা হয়।

ব্যবহারিক দিক থেকে দেখলে আরও সহজে এ রীতি এভাবে বর্ণনা করতে পারি। আলোচ্য পদ্ধতি প্রসঙ্গে

F, G, H

ইত্যাদি পদকে [একটা বিশেষ পর্বে] 'p', 'q', 'r'-এর মত বাক্য [বা বাক্যাকার] বলে ধরে নেওয়া সুবিধাজনক।

১০.১০ বুলীয় বাক্য ও বৈধতা সূত্র [Q নিয়ম]

আমরা যে নির্ণয় পদ্ধতির কথা বলতে যাচ্ছি তা প্রয়োগ করতে হলে বিধেয় বাক্যকে বুলীয় বাক্যের আকারে ব্যক্ত করতে হয়। যে সব বাক্যের বৈধতা পরীক্ষা করতে চাই সেগুলিকে বা সেগুলির অঙ্গ বাক্যকে এভাবে ব্যক্ত করে পাব নানা রকমের বাক্য। এ বাক্যগুলিকে নিম্নোক্ত পাঁচটি শ্রেণীতে ভাগ করতে পারি।

(1) বুলীয় সত্ত্ববাক্য, ∃ক* আকারের বাক্য, যথা :

$\exists FG,\ \exists(F \vee G),\ \exists(F \vee \bar{F})$

(2) বুলীয় সত্ত্ববাক্যের নিষেধ, –∃ক আকারের বাক্য, যথা :

$-\exists F\bar{G},\ -\exists FG,\ -\exists F\bar{F}$

(3) বুলীয় সত্ত্ব বাক্যের নিষেধ দিয়ে গঠিত বৈকল্পিক বাক্য, যথা :

$-\exists F \vee -\exists G,\ -\exists FG \vee -\exists F\bar{G}$

(4) সত্ত্ব প্রাকল্পিক বাক্য, যথা :

$\exists F \supset \exists(F \vee G),\ (\exists F \cdot \exists G) \supset \exists F$

(5) উপরোক্ত যে কোনো প্রকারের বাক্য দিয়ে গঠিত সংযৌগিক বাক্য, যথা :

$\exists FG \cdot -\exists FG,\ [\exists FG \supset \exists(F \vee G)] \cdot -(\exists F \cdot \exists G)$

* 'ক' বোঝাচ্ছে বুলীয় পদ। যথা F, FG, FGH

CENTRAL LIBRARY

মনে হতে পারে, এ বাক্য বিভাগ অসম্পূর্ণ, কেননা আলোচ্য নির্ণয় পদ্ধতি প্রয়োগ করতে গিয়ে আরও নানা রকমের বাক্য পেতে পারি। কিন্তু দেখা যাবে, অন্য আকারের বাক্য উক্ত পাঁচটি শ্রেণীর কোনো না কোনোটির অন্তর্ভুক্ত। যেমন, আমরা বুলীয় সত্ত্ববাক্যের নিষেধ দিয়ে গঠিত বৈকল্পিকের কথা বলেছি [(৩) দেখ], কিন্তু বুলীয় সত্ত্ববাক্য দিয়ে গঠিত বৈকল্পিকের কথা বলি নি। বলি নি, কেননা, দেখা যাবে, LED প্রয়োগ করে এসব বাক্যকে বুলীয় সত্ত্ববাক্যের আকারে ব্যক্ত করা যায়। যথা

$$\exists F \vee \exists G \vee \exists H$$

এ বাক্যকে ব্যক্ত করা যায় এভাবে

$$\exists (F \vee G \vee H)$$

বলা বাহুল্য, শেষোক্ত বাক্যটি '$\exists$ক' আকারের বাক্য [(1) দ্রষ্টব্য]।

উপরোক্ত প্রত্যেকটি প্রকার সম্বন্ধে নিচে একটা করে বৈধতা নিয়ম উল্লেখ করা হল। নিয়মগুলি কোয়াইন থেকে নেওয়া—এ কথাটা মনে রাখার জন্য ক্রমিক সংখ্যার আগে 'Q' ব্যবহার করা হল।

Q1. বুলীয় সত্ত্ববাক্য বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, এর অন্তর্গত বুলীয় পদ বৈধ।

উদাহরণ

'$\exists(F \vee \bar{F})$' বৈধ কেননা '$F \vee \bar{F}$' বৈধ।

Q2. বুলীয় সত্ত্ববাক্যের নিষেধ বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে এর অন্তর্গত বুলীয় পদ স্ববিরোধী।

এ নিয়ম খাটে কেননা, আমরা জানি, '$-(p \cdot -p)$' সম '$-p \vee p$' বা '$p \vee -p$', মানে, স্ববিরোধী বাক্যের নিষেধ হল স্বতঃসত্য বা বৈধ।

উদাহরণ

'$-\exists F\bar{F}$' বৈধ, কেননা '$F\bar{F}$' স্ববিরোধী।

Q3. বুলীয় সত্ত্ববাক্যের নিষেধ দিয়ে গঠিত বৈকল্পিক বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে—এ নিষেধগুলির কোনো একটি স্ববিরোধী।

কেন এ নিয়ম খাটে তা বুঝে নাও।

$$-\exists ক \vee -\exists খ \vee -\exists গ$$

এ বাক্য থেকে DeM-এর সাহায্যে পাই

$$-(\exists ক \cdot \exists খ \cdot \exists গ)$$

এখন, এ বাক্যের '$\exists$ক', '$\exists$খ', '$\exists$গ'—এদের কোনোটি স্ববিরোধী হলে [মানে, 'ক', 'খ', 'গ' এদের কোনোটি স্ববিরোধী হলে] '$\exists$ক', '$\exists$খ', '$\exists$গ' স্ববিরোধী এবং তাহলে এর নিষেধ, '$-(\exists ক . \exists খ . \exists গ)$' বা '$-\exists ক \vee -\exists খ \vee -\exists গ$' হবে বৈধ।

Q4. সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্য বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি : পূর্বকল্পটির বা পূর্বকল্পের অন্তর্ভুক্ত সত্ত্ববাক্যের বুলীয় পদ অনুকল্প সত্ত্ববাক্যের বুলীয় পদকে প্রতিপাদন করে।

উদাহরণ

CENTRAL LIBRARY

$\exists F \supset \exists(F \vee G)$

এ সত্ত্বপ্রাকল্পিকটি বৈধ, কেননা পূর্বকল্পের অন্তর্গত পদ 'F' অনুকল্পের 'F ∨ G'-কে প্রতিপাদন করে।

Q5. উক্ত যে কোনো প্রকারের বাক্য দিয়ে গঠিত সংযৌগিক বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে : প্রত্যেকটি সংযোগী বৈধ।

কেননা, আমরা জানি, 'ব • ভ • ম' আকারের বাক্য স্বতসত্য বা বৈধ হতে পারে যদি এবং কেবল যদি প্রত্যেকটি সংযোগী বৈধ হয়।

১০.১১ সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি

যে নির্ণয় পদ্ধতি ব্যাখ্যার জন্য এ দীর্ঘ ভূমিকা এখন সে পদ্ধতিটি। এ পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হলে

(১) প্রদত্ত যুক্তির* অবয়বগুলিকে বুলীয় বাক্যের—বুলীয় সত্ত্ব বাক্যের বা তার নিষেধের —আকারে নিয়ে আসতে হবে।

উদাহরণ হিসাবে নেওয়া যাক Barbara:

All M are P, All S are M ∴ All S are P

এ যুক্তি থেকে পাব

$$-\exists M\bar{P} .-\exists S\bar{M} \therefore -\exists S\bar{P} \qquad \text{I}$$

(২) প্রদত্ত যুক্তির অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক গঠন করতে হবে

[মানে, হেতুবাক্যগুলিকে "." দিয়ে যুক্ত করে এবং বন্ধনী ভুক্ত করে, "∴"-এর জায়গায় "⊃" লিখতে হবে।] আর তাহলে পাব

$$(-\exists M\bar{P} . -\exists S\bar{M}) \supset -\exists S\bar{P} \qquad \text{II}$$

(৩) যে প্রাকল্পিকটি পাওয়া গেল তাকে সত্ত্ব প্রাকল্পিকের আকারে ['∃— ⊃ ∃—', বা '(∃— . ∃—) ⊃ ∃—' আকারে] নিয়ে আসতে হবে

যথা, II-কে এভাবে রূপান্তরিত করতে পারি

1.	$(-\exists M\bar{P} . -\exists S\bar{M}) \supset -\exists S\bar{P}$	
2.	$-(-\exists M\bar{P} . -\exists S\bar{M}) \vee -\exists S\bar{P}$	1, Df ⊃
3.	$(\exists M\bar{P} \vee \exists S\bar{M}) \vee -\exists S\bar{P}$	2, DeM, DN
4.	$-\exists S\bar{P} \vee (\exists M\bar{P} \vee \exists S\bar{M})$	3 Com.
5.	$\exists S\bar{P} \supset (\exists M\bar{P} \vee \exists S\bar{M})$	4, Df ⊃
6.	$\exists S\bar{P} \supset \exists (M\bar{P} \vee S\bar{M})$	5, LED

বা এভাবে আরও সহজে

1.	$(-\exists M\bar{P} . -\exists S\bar{M}) \supset -\exists S\bar{P}$	
2.	$\exists S\bar{P} \supset -(-\exists M\bar{P} . -\exists S\bar{M})$	1, Trans.
3.	$\exists S\bar{P} \supset (\exists M\bar{P} \vee \exists S\bar{M})$	2, DeM, DN

* এখন কেবল যুক্তির কথাই বলব। পরে বলব **বাক্যের** বৈধতা নির্ণয়ের কথা।

CENTRAL LIBRARY

4. $\exists S\bar{P} \supset \exists (M\bar{P} \vee S\bar{M})$ 3, LED III

(৪) এখন সত্ত্ববোধক '$\exists$' বাদ দিতে হবে [এবং 'S', 'P' ইত্যাদি অক্ষরকে [পদ বলে নয়] বাক্য বলে, বাক্যযুক্তিবিজ্ঞানের 'p', 'q', 'r'-এর মত বাক্য বলে, ধরে নিতে হবে*] এবং তাহলে III থেকে পাই

$$S\bar{P} \supset (M\bar{P} \vee S\bar{M}) \qquad \text{IV}$$

(৫) সব শেষে, যে সত্যাপেক্ষ বাক্যটি পাওয়া গেল তার বৈধতা বিচার করতে হবে। এ কাজ সত্যসারণী দিয়েও করতে পার, Resolution [আনুক্রমিক দ্বিশাখীকরণ, বা লঘুকরণ] পদ্ধতি দিয়েও করতে পার। তবে

এ নির্ণয়ের কাজ Resolution পদ্ধতি দিয়ে করাই ভাল।

আমরা উক্ত বাক্যটির, IV-এর, বৈধতা পরীক্ষা করলাম সত্যসারণী দিয়ে। তোমরা Resolution পদ্ধতি দিয়েই বৈধতা পরীক্ষা করবে।

এ প্রসঙ্গে পৃ: ২১২-২১৩ দেখ। সেখানে বলা আছে

(i) কোয়াইন অমুক ক্রমে সত্যশর্ত লেখেন,

(ii) কোয়াইন

"True"-এর সংক্ষেপক হিসাবে লেখেন : ⊤

"False"-এর সংক্ষেপক হিসাবে লেখেন : ⊥

[ওল্টানো : ⊤]

আমরা কোয়াইনকেই অনুসরণ করে সত্যসারণী গঠন করব, resolution করব। আবার IV-এর দিকে নজর দেওয়া যাক। এর সত্যসারণী গঠন করব এভাবে

S	$\bar{P}$	$\supset$	(M	$\bar{P}$	$\vee$	S	$\bar{M}$)
⊤	⊥	⊥	⊤	⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥	⊤	⊤	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥
⊤	⊤	⊤	⊤	⊤	⊤	⊤	⊤	⊥	⊥
⊥	⊥	⊤	⊤	⊤	⊤	⊤	⊥	⊥	⊥
⊤	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊥	⊤	⊤	⊤
⊥	⊥	⊥	⊤	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊤
⊤	⊤	⊤	⊤	⊥	⊥	⊤	⊤	⊤	⊤
⊥	⊥	⊤	⊤	⊥	⊥	⊥	⊥	⊥	⊤

সত্যশর্ত

S	P	M
⊤	⊤	⊤
⊥	⊤	⊤
⊤	⊥	⊤
⊥	⊥	⊤
⊤	⊤	⊥
⊥	⊤	⊥
⊤	⊥	⊥
⊥	⊥	⊥

ডানধারের বাক্স স্তম্ভটির কোনো দরকার নেই।

[তোমাদের বোঝাবার জন্য এ স্তম্ভটিতে সত্যশর্তের বিন্যাস দেখানো হল।]

---

* We can test them [Boolean term schemata] for validity, consistency, and implication by truth-value analysis as if 'F', 'G' etc were 'p', 'q' etc. —Quine, Method of Logic, অধ্যায় ১৮, পৃ: ২৭।

CENTRAL LIBRARY

এ সারণী থেকে দেখা যায় IV বৈধ। সুতরাং III বৈধ, সুতরাং প্রদত্ত যুক্তি-আকার [Barbara যুক্তি/আকার] বৈধ।

আর একটা উদাহরণ : Darii

All H are G	$-\exists H\bar{G}$	অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক
Some F are H	$\exists FH$	$(-\exists H\bar{G} \,.\, \exists FH) \supset \exists FG$
$\therefore$ Some F are G	$\therefore \exists FG$	

সত্ত্বপ্রাকল্পিকে রূপান্তর

$$(-\exists H\bar{G} \,.\, \exists FH) \supset \exists FG$$
$$-(-\exists H\bar{G} \,.\, \exists FH) \vee \exists FG$$
$$(\exists H\bar{G} \vee -\exists FH) \vee \exists FG$$
$$(-\exists FH \vee \exists H\bar{G}) \vee \exists FG$$
$$-\exists FH \vee (\exists H\bar{G} \vee \exists FG)$$
$$\exists FH \supset (\exists H\bar{G} \vee \exists FG)$$
$$\exists FH \supset \exists (H\bar{G} \vee FG)$$

এটা একটা সত্ত্বপ্রাকল্পিক বাক্য। এর '$\exists$' বাদ দিয়ে এবং 'F', 'G' প্রভৃতি পদকে বাক্য হিসাবে নিয়ে পাই এ সত্যাপেক্ষ বাক্য

$$FH \supset (H\bar{G} \vee FG)$$

এর সত্যমূল্য বিশ্লেষণ (truth-value analysis)

$$FH \supset (H\bar{G} \vee FG)$$

$$TH \supset (H\bar{G} \vee TG) \qquad \bot H \supset (H\bar{G} \vee \bot G)$$
$$H \supset (H\bar{G} \vee G) \qquad \bot \supset (H\bar{G} \vee \bot)$$
$$T \supset (T\bar{G} \vee G) \qquad \bot \supset (\bot\bar{G} \vee G) \qquad T$$
$$T\bar{G} \vee G \qquad T$$
$$\bar{G} \vee G$$
$$T$$

১০.১২ Resolution পদ্ধতি, সংক্ষেপকরণ Fell Swoop *(পক্ষপাতন পদ্ধতি)

যে সংক্ষিপ্ত পদ্ধতির কথা বলতে যাচ্ছি তা প্রয়োগ করা যায় কেবল

$$P \supset Q$$
$$F \supset G$$

---

* আভিধানিক অর্থ : ছোঁ মারা, ছোঁ মেরে কেড়ে নেওয়া; ক্ষিপ্ত আকস্মিক বা অতর্কিত আক্রমণ। If you achieve something in one fell swoop, you do it on a single occasion or by means of a single action, e.g. All our problems solved in one fell swoop—Cobuild English Language Dictionary.

CENTRAL LIBRARY

আকারের বাক্যের বেলায়। আমরা জানি,

$$P \supset Q$$

আকারের বাক্য বৈধ হবে

যদি এমন হয় যে, এর পূর্বকল্প সত্য হলে অনুকল্পটি অবশ্যই সত্য হবে।

এ বাক্যটি নেওয়া যাক

$$(p \cdot q) \supset (p \vee q)$$

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

'p'-এর মূল্য : T

'q'-এর মূল্যও : T

এখন অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$$\begin{array}{lll} (p \cdot q) & \supset & (p \vee q) \\ \text{সত্য} & & T \vee T \\ & & T \end{array}$$

দেখা গেল, এখানে পূর্বকল্প সত্য হলে অনুকল্পও অবশ্যই সত্য হবে। সুতরাং উক্ত বাক্যটি বৈধ, স্বতসত্য।

সংক্ষেপ না করে পুরোপুরি resolution পদ্ধতি প্রয়োগ করলে উক্ত বাক্যের সত্যমূল্য বিশ্লেষণ নিত এ রূপ*

$$(p \cdot q) \supset (p \vee q)$$

$$(T \cdot q) \supset (T \vee q) \qquad (\bot \cdot q) \supset (\bot \vee q)$$

$$q \supset T \qquad \bot \supset q$$

$$T \qquad T$$

Resolution পদ্ধতির এ সংক্ষিপ্ত রূপের নাম fell swoop। এ পদ্ধতি প্রয়োগ করতে হলে

(১) এমন সত্যমূল্য [বিন্যাস] চাই যা এবং কেবল যা আরোপ করলে পূর্বকল্পটি সত্য হয়। এখানে "যা এবং কেবল যা" লক্ষণীয়। ধর, নিম্নোক্ত বাক্যের সত্যমূল্য বিশ্লেষণ করতে চাও fell swoop দিয়ে

$$(p \vee q) \supset (p \cdot q)$$

এখানে এ পদ্ধতি অচল। কেননা, পূর্বকল্প 'p ∨ q' সত্য হতে পারে তিনভাবে ['p', 'q'— উভয়ই সত্য, 'p' সত্য 'q' মিথ্যা, 'p' মিথ্যা 'q' সত্য]। কাজেই এখানে বলা গেল না—অমুক সত্যমূল্যে এবং কেবল অমুক সত্যমূল্যে পূর্বকল্পটি সত্য। এ রকম হলে চলবে না, এমন হতে হবে : পূর্বকল্পটি কেবল একভাবে সত্য, মানে অনন্যভাবে—এক বিশেষ সত্যমূল্যবিন্যাসে এবং কেবল ঐ বিশেষ সত্যমূল্য বিন্যাসেই সত্য।

---

* এটা হল Full Sweep-এর দৃষ্টান্ত। পুরোপুরি resolution করার নাম Full Sweep পদ্ধতি প্রয়োগ করা। যে Resolution পদ্ধতির সঙ্গে আমাদের আগেই পরিচয় হয়েছে, এখন বলতে পারি, তার নাম Full Sweep। পূর্ণাঙ্গ পদ্ধতি ও এর সংক্ষিপ্ত রূপের মধ্যে পার্থক্য করার জন্য দুটো ভিন্ন নাম : Full Sweep ও Fell Swoop।

CENTRAL LIBRARY

(২) [পূর্বকল্পের] যে সত্যমূল্য পেলে তা অনুকল্পে বসাও

এবার resolution করে যদি কেবল T পাও তাহলে বাকাটি বৈধ, নতুবা অবৈধ।

উদাহরণ

$$(p \cdot q) \supset [(p \cdot -q) \vee r]$$

পূর্বকল্পটি সত্য হতে পারে এ মূল্যে

$$p : T, q : T$$

অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$$(p \cdot q) \supset [(p \cdot -q) \vee r]$$

সত্য $(T \cdot \perp) \vee r$

$\perp \vee r$

r

$\perp \quad T$

অনুকল্পে কেবল T এল না। সুতরাং বাকাটি স্বতসত্য নয়।

আর একটা উদাহরণ :

$$\bar{F}\bar{G} \supset (\bar{F} \vee G \vee H)$$

পূর্বকল্পটি সত্য হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

$$F : \perp, G : \perp$$

অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$$\bar{F}\bar{G} \supset (\bar{F} \vee G \vee H)$$

সত্য $T \vee G \vee H$

T

সুতরাং বাকাটি বৈধ।

এ পদ্ধতিতে বিশ্লেষণ বা গণন ক্রিয়া কী রকম সহজ হয় দেখ। যদি পুরো resolution পদ্ধতি (full sweep) প্রয়োগ করতে হত তাহলে পেতাম এ সত্যমূল্য বিশ্লেষণ

$$\bar{F}\bar{G} \supset (\bar{F} \vee G \vee H)$$

$\perp\bar{G} \supset (\perp \vee G \vee H)$ $\quad$ $T\bar{G} \supset (T \vee G \vee H)$

$\perp \supset (G \vee H)$ $\quad$ $\bar{G} \supset (T \vee G \vee H)$

$\perp$ $\quad$ $\bar{G} \supset T$

T

Fell Swoop প্রয়োগের কতকগুলি উদাহরণ

Baroco

All P are M : $-\exists P\bar{M}$

Some S are not M : $\exists S\bar{M}$

∴ Some S are not P : $\exists S\bar{P}$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক : $(-\exists P\bar{M} \cdot \exists S\bar{M}) \supset \exists S\bar{P}$

সত্ত্বপ্রাকল্পিকে রূপান্তর

$(-\exists P\bar{M} \cdot \exists S\bar{M}) \supset \exists S\bar{P}$
$-(-\exists P\bar{M} \cdot \exists S\bar{M}) \vee \exists S\bar{P}$
$(\exists P\bar{M} \vee -\exists S\bar{M}) \vee \exists S\bar{P}$
$(-\exists S\bar{M} \vee \exists P\bar{M}) \vee \exists S\bar{P}$
$-\exists S\bar{M} \vee (\exists P\bar{M} \vee \exists S\bar{P})$
$\exists S\bar{M} \supset (\exists P\bar{M} \vee \exists S\bar{P})$
$\exists S\bar{M} \supset \exists (P\bar{M} \vee S\bar{P})$

এর থেকে পাই

$S\bar{M} \supset (P\bar{M} \vee S\bar{P})$

Fell Swoop

S : T, M : ⊥

$S\bar{M} \supset (P\bar{M} \vee S\bar{P})$
T $PT \vee T\bar{P}$
$P \vee \bar{P}$
T

সুতরাং Baroco বৈধ।

Bocardo

Some M are not P : $\exists M\bar{P}$
All M are S : $-\exists M\bar{S}$
∴ Some S are not P : $\exists S\bar{P}$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক : $(\exists M\bar{P} \cdot -\exists M\bar{S}) \supset \exists S\bar{P}$

সত্ত্বপ্রাকল্পিকে রূপান্তর

$(\exists M\bar{P} \cdot -\exists M\bar{S}) \supset \exists S\bar{P}$
$-(\exists M\bar{P} \cdot -\exists M\bar{S}) \vee \exists S\bar{P}$
$(-\exists M\bar{P} \vee \exists M\bar{S}) \vee \exists S\bar{P}$
$-\exists M\bar{P} \vee (\exists M\bar{S} \vee \exists S\bar{P})$
$\exists M\bar{P} \supset (\exists M\bar{S} \vee \exists S\bar{P})$
$\exists M\bar{P} \supset \exists (M\bar{S} \vee S\bar{P})$

Fell Swoop পদ্ধতিতে

$M\bar{P} \supset (M\bar{S} \vee S\bar{P})$

-এর সত্যমূল্য বিশ্লেষণ :

এ বাক্যের পূর্বকল্প সত্য হবে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

CENTRAL LIBRARY

'M' হচ্ছে T, 'P' হচ্ছে ⊥

এখন অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$M\bar{P} \supset (M\bar{S} \vee S\bar{P})$

$T \quad T\bar{S} \vee ST$

$\bar{S} \vee S$

T

এ সত্যমূল্য বিশ্লেষণ থেকে দেখা গেল

'$M\bar{P} \supset (M\bar{S} \vee S\bar{P})$' বৈধ

সুতরাং বলতে পারি

'$\exists M\bar{P} \supset \exists (M\bar{S} \vee S\bar{P})$' বৈধ

∴ Bocardo বৈধ।

আমরা জানি, নব্য মতে

Darapti, Felapton

Bramantip, Fesapo

অবৈধ। স্বত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করলে এগুলির অবৈধতা প্রতিপন্ন হবে। নমুনা হিসাবে আমরা Darapti ও Felapton নিলাম।

Darapti

All M are P	:	$-\exists M\bar{P}$	অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক
All M are S	:	$-\exists M\bar{S}$	$(-\exists M\bar{P} \,.\, -\exists M\bar{S}) \supset \exists SP$
∴ Some S are P	∴	$\exists SP$	

রূপান্তর

$(-\exists M\bar{P} \,.\, -\exists M\bar{S}) \supset \exists SP$

$-(-\exists M\bar{P} \,.\, -\exists M\bar{S}) \vee \exists SP$

$(\exists M\bar{P} \vee \exists M\bar{S}) \vee \exists SP$

$\exists M\bar{P} \vee \exists M\bar{S} \vee \exists SP$

লক্ষণীয় প্রাকল্পিক বাক্যটিকে '$\exists$—$\supset \exists$—' আকারের বাক্যে রূপান্তরিত করা গেল না। [পেলাম '$\exists \vee \exists \vee \exists$'—এ আকার]। $\exists$ বাদ দিয়ে পাই

$M\bar{P} \vee M\bar{S} \vee SP$

এ বাক্যের resolution

$M\bar{P} \vee M\bar{S} \vee SP$

$T\bar{P} \vee T\bar{S} \vee SP \qquad \perp\bar{P} \vee \perp\bar{S} \vee SP$

$\bar{P} \vee \bar{S} \vee SP \qquad \perp \vee \perp \vee SP$

$\bar{P} \vee \perp \vee TP \qquad \bar{P} \vee T \vee \perp P \qquad SP$

CENTRAL LIBRARY

$\bar{P} \vee TP$ T $TP \quad \perp P$

$\bar{P} \vee P$ $P \quad \perp$

T $T \quad \perp$

বুলীয় পদটি অবৈধ। সুতরাং বুলীয় সত্ত্ব বাক্যটি অবৈধ। সুতরাং Darapti অবৈধ।

Fesapo

No P are M		$-\exists PM$	অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক
All M are S	:	$-\exists M\bar{S}$	$(-\exists PM \,.\, -\exists M\bar{S}) \supset \exists S\bar{P}$
∴ Some S are not P	∴	$\exists S\bar{P}$	

রূপান্তর

$(-\exists PM \,.\, -\exists M\bar{S}) \supset \exists S\bar{P}$

$-(-\exists PM \,.\, -\exists M\bar{S}) \vee \exists S\bar{P}$

$\exists PM \vee \exists M\bar{S} \vee \exists S\bar{P}$

এর থেকে পাই

$PM \vee M\bar{S} \vee S\bar{P}$

এর সত্যমূল্য বিশ্লেষণ : [Full Sweep]

$TM \vee M\bar{S} \vee S\perp$ $\perp M \vee M\bar{S} \vee ST$

$M \vee M\bar{S} \vee \perp$ $\perp \vee M\bar{S} \vee S$

$M \vee M\bar{S}$ $M\bar{S} \vee S$

$T \vee T\bar{S} \quad \perp \vee \perp\bar{S}$ $M\perp \vee T \quad MT \vee \perp$

$T \quad \perp \vee \perp$ $T \quad MT$

$\perp$ M

$T \quad \perp$

দেখা গেল, বুলীয় পদটি অবৈধ। সুতরাং বুলীয় সত্ত্ব বাক্যটি অবৈধ। সুতরাং Fesapo অবৈধ।

Darapti, Fesapo-এর বেলায় '$\exists \supset \exists$' আকারের বাক্যে পৌঁছানো গেল না [পাওয়া গেল একটা বৈকল্পিক বাক্য]।

ভ্রষ্ট/অসম্পূর্ণ প্রাকল্পিক

দেখবে, Bramantip, Felapton-এর বেলায়ও পাবে বৈকল্পিক বাক্য—এ আকারের বৈকল্পিক

$\exists\text{—} \vee \exists\text{—} \vee \exists\text{—}$

তাই যদি হবে তাহলে আলোচ্য পদ্ধতিতে [সত্ত্ব] প্রাকল্পিক পদ্ধতি, [existential] *conditional* বলব কেন? বলতে বাধা নেই, কেননা

$\exists F,\ \exists(F \vee \bar{F}),\ \exists F\bar{F},\ \exists F \vee \exists G,\ \exists(F \vee G),\ -\exists F \vee -\exists G$

ইত্যাদি আকারের বাক্যকে defective existential conditional বলে গণ্য করতে পারি। বলতে পারি—এগুলি এমন conditional যার পূর্বকল্প নেই বা অনুকল্প নেই; এগুলি হল, কোয়াইনের ভাষায়

CENTRAL LIBRARY

defective existential conditional lacking antecedent or consequent।

এ উক্তির সমর্থনে বলতে পারি

'Q'-ও একটা [ভ্রষ্ট] conditional বাক্য বলে গণ্য যার পূর্বকল্প '–Q' উহ্য। দেখ

Q

সম Q ∨ Q

সম –Q ⊃ Q

আবার

'–Q'-ও ভ্রষ্ট conditional বাক্য বলে গণ্য যার পূর্বকল্প 'Q' উহ্য। দেখ,

–Q

সম –Q ∨ –Q

সম Q ⊃ –Q

১০.১৩ (∃— . ∃—) ⊃ ∃—

আমরা বলেছি সত্ত্ব প্রাকল্পিক দু আকারের

I ∃— ⊃ ∃—

II (∃— . ∃—) ⊃ ∃—

আমরা এতক্ষণ কেবল প্রথম আকারের সত্ত্ব প্রাকল্পিক নিয়ে ব্যস্ত ছিলাম। কেননা সাধারণত আমরা I-আকারের বাক্যেরই [যুক্তির অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকেরই] সাক্ষাৎ পাই। II-আকারের বাক্য বিরল।

একটা উদাহরণ

No witness is incorruptible.

∴ All judges are incorruptible or all hired witnesses are corruptible.

[corruptible = C]

সাংকেতিক রূপ

$-\exists W\bar{C} \therefore -\exists JC \vee -\exists HW\bar{C}$

এ যুক্তির অনুষঙ্গী প্রাকল্পিককে সত্ত্ব প্রাকল্পিকে রূপান্তর করে পাবে

$(\exists JC . \exists HW\bar{C}) \supset \exists W\bar{C}$

স্পষ্টতই এটি

(p . q) ⊃ r

আকারের দৃষ্টান্ত, এবং এ বাক্যটি সত্য হতে পারে, যদি এমন হয় যে,

'p ⊃ r' সত্য অথবা 'q ⊃ r' সত্য

"অথবা" প্রয়োগ করার তাৎপর্য হল এই

'(p . q) ⊃ r' মানে [সম] :

(p ⊃ r) ∨ (q ⊃ r)

'[(p . q) ⊃ r' অসম '(p ⊃ r) . (q ⊃ r)]'

CENTRAL LIBRARY

নিচে এ সমার্থতা দেখিয়ে দেওয়া হল

$(p \cdot q) \supset r$
$-(p \cdot q) \vee r$
$(-p \vee -q) \vee r$
$[(-p \vee -q) \vee r] \vee r$
$r \vee [(-p \vee -q) \vee r]$
$(r \vee -p) \vee (-q \vee r)$ [Assoc.]
$(-p \vee r) \vee (-q \vee r)$
$(p \supset r) \vee (q \supset r)$

দেখ, '$(p \cdot q) \supset r$' থেকে কখনও নিষ্কাশন করতে পারবে না এ বাক্য : $(p \supset r) \cdot (q \supset r)$।

আমরা দেখেছি

$(p \cdot q) \supset r$

সত্য হতে পারে যদি এমন হয় যে

'$p \supset r$' সত্য অথবা '$q \supset r$' সত্য

তাহলে এ কথাও বলতে পারি

$(p \cdot q) \supset r$

যৌক্তিকভাবে সত্য [মানে বৈধ] হতে পারে, যদি এমন হয় যে

'$p \supset r$' যৌক্তিকভাবে সত্য বা বৈধ

অথবা

'$q \supset r$' যৌক্তিকভাবে সত্য বা বৈধ

এ কথার তাৎপর্য

$(\exists$ক $\cdot \exists$খ$) \supset \exists$গ

আকারের বাক্য পেলে দুটি বাক্যের

$\exists$ক $\supset \exists$গ

$\exists$খ $\supset \exists$গ

-এর বৈধতা পরীক্ষা করতে হবে।

এদের কোনো একটি বৈধ হলে বাক্যটি বৈধ।

এখন উক্ত সত্ত্ব প্রাকল্পিকটিতে

$(\exists JC \cdot \exists HW\bar{C}) \supset \exists W\bar{C}$

-এতে ফিরে আসা যাক। এর থেকে পাই

$(JC \cdot WH\bar{C}) \supset W\bar{C}$ (1)

এ বাক্য বৈধ হবে যদি

$JC \supset W\bar{C}$ (1.1)

$HW\bar{C} \supset W\bar{C}$ (1.2)

CENTRAL LIBRARY

—এদের কোনো একটি বৈধ হয়। দেখা যাবে (1.1) অবৈধ [fell swoop করে দেখ।] (1.2) কিন্তু বৈধ। সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ, সুতরাং আলোচ্য যুক্তিটি বৈধ। (1.2) যে বৈধ তা fell swoop দিয়ে দেখিয়ে দেওয়া হল।

$[H : T,\quad W : T,\quad C : \bot]^*$ $\qquad HW\bar{C} \supset W\bar{C}$

সত্য $\qquad T\ T$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad T$

আর একটা উদাহরণ

All A are B ∴ All C are B or all D are B

এর অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$$-\exists A\bar{B} \supset (-\exists C\bar{B} \vee -\exists D\bar{B})$$

এর থেকে পাবে এ সত্ত্বপ্রাকল্পিক :

$$(\exists C\bar{B} \,.\, \exists D\bar{B}) \supset \exists A\bar{B}$$

এর থেকে পাই

$$(C\bar{B} \,.\, D\bar{B}) \supset A\bar{B}$$

এ বাক্য বৈধ হতে পারে যদি

$$C\bar{B} \supset A\bar{B} \qquad\qquad D\bar{B} \supset A\bar{B}$$

এ বাক্য দুটির কোনোটি বৈধ হয়। সত্যমূল্য বিশ্লেষণ করলে দেখবে এদের কোনোটি বৈধ নয়, উভয়ই অবৈধ। সুতরাং সত্ত্বপ্রাকল্পিকটি অবৈধ। সুতরাং যুক্তিটি অবৈধ।

১০.১৪ বাক্যের বৈধতা

আমরা এতক্ষণ কেবল যুক্তির বৈধতা নির্ণয়ের কথা বলেছি। যা বলেছি তার থেকে এটাও স্পষ্ট হয়ে যাওয়ার কথা—সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতিতে বাক্যের বৈধতাও নির্ণয় করা যায়। স্পষ্ট হয়ে যাওয়ার কথা—কেননা, আমরা দেখেছি, যুক্তি বৈধতা পরীক্ষা করতে হলে যুক্তিকে অনুষঙ্গী প্রাকল্পিকে, সত্ত্বপ্রাকল্পিকে, রূপান্তরিত করতে হয়। এখন [যুক্তির বদলে] যদি কোনো সত্ত্বপ্রাকল্পিকের বৈধতা পরীক্ষা করতে বলে তাহলে আলোচ্য পদ্ধতিতে তোমরা অবশ্যই তার নির্ভুল উত্তর দিতে পারবে। তবু নমুনা হিসাবে দুটো উত্তর দিয়ে দিলাম।

উদাহরণ ১

$$\exists JF \supset \exists(F\bar{G} \vee JG \vee GH) \qquad \text{[Quine]}$$

এ বাক্য থেকে পাই

$$JF \supset (F\bar{G} \vee JG \vee GH)$$

Fell Swoop

পূর্বকল্পটি সত্য হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে

$J : T, F : T^*$

---

* ∴ : ∗ এর জায়গায় পড়বে — : ⊃ এর সত্যমূল্য হল

অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$$JF \supset (F\bar{G} \vee JG \vee GH)$$
$$T \quad T\bar{G} \vee TG \vee GH$$
$$\bar{G} \vee G \vee GH$$
$$T$$

এ সত্যমূল্য বিশ্লেষণ থেকে দেখা গেল — প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ।

[এখানে 'G ∨ Ḡ' আছে বলে আর বিশ্লেষণ করার দরকার হল না। যদি আরও বিশ্লেষণ করতে তাহলে full sweep এর সাহায্য নিতে হত, এবং তা এ আকার ধারণ করত।

$$\bar{G} \vee G \vee GH$$
$$\bot \vee T \vee TH \qquad T \vee \bot \vee \bot H$$
$$T \qquad\qquad T \qquad]$$

উদাহরণ ২

$$(\exists GJ \,.\, \exists GK) \supset \exists(FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K) \qquad \text{[Quine]}$$

এ বাক্য থেকে পাই

$$(GJ \,.\, GK) \supset (FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$

এখানে এ দুটি প্রাকল্পিকের বৈধতা পরীক্ষা করতে হবে

$$(1)\, GJ \supset (FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$
$$(2)\, GK \supset (FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$

$$(1)\, GJ \supset (FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$

Full Sweep

$$TJ \supset (FTH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K) \qquad \bot J \supset (F\bot H \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$
$$J \supset (FH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K) \qquad \bot \supset (\bot \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$
$$T \supset (FH \vee \bar{F}T \vee \bar{H}K) \quad \bot \supset (FH \vee \bar{F}\bot \vee \bar{H}K) \qquad T$$
$$FH \vee \bar{F}T \vee \bar{H}K \qquad T$$
$$FH \vee \bar{F} \vee \bar{H}K$$
$$TH \vee \bot \vee \bar{H}K \qquad \bot H \vee T \vee \bar{H}K$$
$$H \vee \bot \vee \bar{H}K \qquad T$$
$$H \vee \bar{H}K$$
$$T \vee \bot K \qquad \bot \vee TK$$
$$T \qquad TK$$
$$K$$
$$T \quad \bot$$

CENTRAL LIBRARY

দেখা গেল, (1) অবৈধ। সুতরাং* দেখতে হবে (2) বৈধ কিনা।

(2)GK ⊃ (FGH ∨ $\bar{F}$J ∨ $\bar{H}$K)

Fell Swoop

G : ⊤, K : ⊥

GK ⊃ (FGH ∨ $\bar{F}$J ∨ $\bar{H}$K)

⊤ ⊤FH ∨ $\bar{F}$J ∨ $\bar{H}$⊥

FH ∨ $\bar{F}$J ∨ ⊥

FH ∨ $\bar{F}$J

Fell Sweep দিয়ে বিশ্লেষণ শেষ হল [খুব একটা কাজ হল না]; এবার Full Sweep :

FH ∨ $\bar{F}$J

⊤H ∨ ⊥J ⊥H ∨ ⊤J

H ∨ ⊥ ⊥ ∨ J

H J

⊤ ⊥ ⊤ ⊥

দেখা গেল, (2)-ও অবৈধ। দুটি বিকল্পই অবৈধ, সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি অবৈধ।

১০.১৫ সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি : সংগতি/অসংগতি

সংগতি (consistency) কী তা আমরা ব্যাখ্যা করেছি সত্যশাখী গঠন প্রসঙ্গে [অধ্যায় ৯, বিভাগ ৯.১৭ দ্রষ্টব্য]। সংগতি অসংগতি প্রসঙ্গে মনে রাখা দরকার

যে বাক্যের নিষেধ বৈধ তা স্ববিরোধী (inconsistent)—তাতে সংগতি নেই

যে বাক্যের নিষেধ স্ববিরোধী তা বৈধ, সুতরাং তার মধ্যে কোনো অসংগতি নেই

যে বাক্যের নিষেধে স্ববিরোধিতা নেই, তার মধ্যে অসংগতি নেই।

যথা :

'p . –p'-এর নিষেধ হল 'p ∨ –p'; 'p ∨ –p' বৈধ সুতরাং 'p . –p' স্ববিরোধী, inconsistent

'p ∨ –p'-এর নিষেধ হল 'p . –p'; 'p . –p' স্ববিরোধী সুতরাং 'p ∨ –p' বৈধ, এর মধ্যে কোনো অসংগতি নেই।

'p ∨ q'-এর নিষেধ হল '-p . –q'; '–p . –q' স্ববিরোধী নয়, সুতরাং এর মধ্যে কোনো অসংগতি নেই।

এখন, আমরা বিধেয় যুক্তিবিজ্ঞান থেকে একটা উদাহরণ নেব। ধর, নিম্নোক্ত বাক্যটির সংগতি/অসংগতি নির্ণয় করতে হবে

Some who take logic and Latin take neither physics nor Greek, but all who take either Latin or chemistry take both logic and Greek. [Quine]

* যদি (১) বৈধ হত তাহলে আর (২)-কে পরীক্ষার দরকার হত না। কেননা একটি বিকল্প বৈধ বলে প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ বলে গণ্য হত।

CENTRAL LIBRARY

মানক লিপিতে এ বাক্যটি ব্যক্ত করতে পারি এভাবে [এখানে Rx = x takes Latin (the language of ancient Romans)]

$$(\exists x)\,(Lx \,.\, Rx \,.\, -Px \,.\, -Gx) \,.\, (x)\,[(Rx \vee Cx) \supset [Lx \,.\, Gx)]$$

আর বুলীয় লিপিতে এভাবে

$$\exists LR\bar{P}\bar{G} \,.\, -\exists[(R \vee C) - (LG)]^*$$

এ বাক্যটি নিষেধ করে পাই [নিষেধ করলাম এর consistency নির্ণয় করতে যাচ্ছি বলে]:

$$-\{\exists LR\bar{P}\bar{G} \,.\, -\exists[(R \vee C) - (LG)]\}$$

এবং এর থেকে পরপর পাই

$$-\exists LR\bar{P}\bar{G} \vee \exists[(R \vee C) - (LG)]$$

$$\exists LR\bar{P}\bar{G} \supset \exists[(R \vee C) - (LG)]$$

যার থেকে পাই এ বুলীয় পদ

$$LR\bar{P}\bar{G} \supset [(R \vee C) - (LG)]$$

এখন এর সত্যমূল্য বিশ্লেষণ

Fell Swoop

$$L : T,\ R : T,\ P : \bot,\ G : \bot$$

$$LR\bar{P}\bar{G} \supset [(R \vee C) - (LG)]$$

$$T \qquad (T \vee C) - (T\bot)$$

$$(T) - \bot$$

$$T \quad T$$

$$T$$

নির্ণয় : দেখা গেল প্রদত্ত বাক্যের নিষেধটি বৈধ; সুতরাং আমাদের সিদ্ধান্ত : প্রদত্ত বাক্যটি inconsistent, স্ববিরোধী।

১০.১৬ সত্ত্বপ্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগের আরও উদাহরণ**

নিচে অতি সংক্ষেপে আরও কয়টি যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করে দিলাম। তোমরা পূর্ণাঙ্গ উত্তর লিখবে।

উদাহরণ ।

যুক্তি

No European swans are black.
All black swans are European.
∴ No swans are black.

সাংকেতিক রূপ [পৃঃ ২৩৩, উদাহরণ III দেখ]

$$-\exists ESB,\ -\exists BS\bar{E} \therefore -\exists SB$$

---

* '-(LG)' এর বদলে লেখা যেত : $\overline{LG}$।

** উদাহরণগুলি সব কোয়াইন থেকে নেওয়া।

CENTRAL LIBRARY

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$$(-\exists ESB \,.\, -\exists BS\bar{E}) \supset -\exists SB$$

এর সত্ত্বপ্রাকল্পিক রূপ

$\exists SB \supset (\exists SB \vee \exists BS\bar{E})$ [Trans, DeM, DN]*

$\exists SB \supset \exists(ESB \vee BS\bar{E})$ [LED]

অনুষঙ্গী সত্যাপেক্ষ বাক্য :

$$SB \supset (ESB \vee BS\bar{E})$$

Fell Swoop

[S : T, B : T] $SB \supset (ESB \vee BS\bar{E})$

T $ETT \vee TT\bar{E}$

$E \vee \bar{E}$

T

নির্ণয় : যুক্তিটি বৈধ।

উদাহরণ II

যুক্তি

Everyone who knows both George and Mabel admires Mabel.
Some who know Mabel do not admire her.
∴ Some who know Mabel do not know George.

[পৃঃ ২৩৩, উদাহরণ ৮ দেখ। ওখানে সংক্ষেপক প্রতীক দেওয়া আছে।]

সংকেতলিপিতে অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক :

$$(-\exists GM\bar{A} \,.\, \exists M\bar{A}) \supset \exists M\bar{G}$$

এর থেকে পাই

$-(-\exists GM\bar{A} \,.\, \exists M\bar{A}) \vee \exists M\bar{G}$ [Df ⊃]

$\exists GM\bar{A} \vee -\exists M\bar{A} \vee \exists M\bar{G}$ [DeM]

$-\exists M\bar{A} \vee (\exists GM\bar{A} \vee \exists M\bar{G})$ [Assoc, Com. Def ⊃]*

$\exists M\bar{A} \supset \exists(GM\bar{A} \vee M\bar{G})$

এর থেকে পাই

$$M\bar{A} \supset (GM\bar{A} \vee M\bar{G})$$

Fell Swoop

[M : T, A : ⊥] $M\bar{A} \supset (GM\bar{A} \vee M\bar{G})$

T $GTT \vee T\bar{G}$

$G \vee \bar{G}$

T

* তোমরা সব step আলাদা করে দেখাবে।

CENTRAL LIBRARY

নির্ণয় : বৈধ।

উদাহরণ III

যুক্তি

Everything is either a substance or an attribute
Modes are not substances.
∴ Modes are attributes.

মানকলিপিতে

$$(x)(Sx \vee Ax) = (x)(-Sx \supset Ax) = -\exists\bar{S}\bar{A}$$
$$-\exists MS$$
$$\therefore -\exists M\bar{A}$$

বুলীয় লিপিতে অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$$(-\exists\bar{S}\bar{A} \,.\, -\exists MS) \supset -\exists M\bar{A}$$

সত্ত্বপ্রাকল্পিক রূপ

$$\exists M\bar{A} \supset (\exists\bar{S}\bar{A} \vee \exists MS)\ [\text{Trans, DeM, DN}]$$
$$\exists M\bar{A} \supset \exists(\bar{S}\bar{A} \vee MS)$$

এর থেকে পাই

$$M\bar{A} \supset (\bar{S}\bar{A} \vee MS)$$

Fell Swoop

[M : T, A : ⊥]

$$M\bar{A} \supset (\bar{S}\bar{A} \vee MS)$$
$$T \qquad \bar{S}T \vee TS$$
$$\bar{S} \vee S$$
$$T$$

নির্ণয় : বৈধ।

উদাহরণ IV

যুক্তি

Only high-school graduates who can read French are eligible.
Some can read French who are not high-school graduates.
∴ Some who are not eligible can read French.

[পৃঃ ২৩২, উদাহরণ ৫ দেখ।]

সাংকেতিক রূপ

$$-\exists E - (HF)^*.\ \exists\bar{H}F \therefore \exists\bar{E}F$$

এর থেকে পাই পরপর

$$(-\exists E - (HF) \,.\, \exists\bar{H}F) \supset \exists\bar{E}F$$

* এটা এভাবে লিখতে পার : $-\exists E\bar{H}F$

$\exists E - (HF) \vee - \exists \bar{H}F \vee \exists \bar{E}F$ [Df ⊃, DeM]

$\exists \bar{H}F \supset (\exists E - (HF) \vee \exists \bar{E}F]$ [Assoc, Com. Df ⊃]

$\exists \bar{H}F \supset \exists[(E - (HF) \vee \bar{E}F]$

আর সর্বশেষ বাক্য থেকে

$\bar{H}F \supset [E - (HF) \vee \bar{E}F]$

এ বাক্যের বৈধতা বিচার :

Fell Swoop

[H : ⊥, F : T] $\bar{H}F \supset [E - (HF) \vee \bar{E}F]$

T $E - (\perp T) \vee \bar{E}T$

$E - \perp \vee \bar{E}$

$E \vee \bar{E}$

T

নির্ণয় : যুক্তিটি বৈধ।

উদাহরণ V

যুক্তি

All of the witnesses who hold stock in the firm are employees.
All of the witnesses are employees or hold stock in the firm.
∴ All of the witnesses are employees.

সাংকেতিক রূপ [বুলীয় সমীকরণে ব্যক্ত করে পাই

$WH\bar{E} = 0$

$W\overline{\bar{E} \vee H} = 0$ বা $W\bar{E}\bar{H} = 0$

$W\bar{E} = 0$]

$-\exists WH\bar{E}, -\exists W\bar{E}\bar{H}, \therefore -\exists W\bar{E}$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$(-\exists WH\bar{E} . -\exists W\bar{E}\bar{H}) \supset -\exists W\bar{E}$

এর থেকে পাবে [রূপান্তর করে দেখাও]

$\exists W\bar{E} \supset \exists(WH\bar{E} \vee W\bar{E}\bar{H})$

এখন প্রদত্ত যুক্তিটি বৈধ হবে যদি

$W\bar{E} \supset (WH\bar{E} \vee W\bar{E}\bar{H})$

বৈধ হয়। এর বৈধতা নির্ণয় :

$\exists W\bar{E} \supset \exists(WH\bar{E} \vee W\bar{E}\bar{H})$

Fell Swoop

[W : T, E : ⊥]

CENTRAL LIBRARY

$W\bar{E} \supset (WH\bar{E} \vee W\bar{E}\bar{H})$
T T H T V T T $\bar{H}$
H V $\bar{H}$
T

নির্ণয় : আলোচ্য যুক্তিটি বৈধ।

উদাহরণ VI

যুক্তি

Some F are G or some F are H
∴ Some F are G or H

সাংকেতিক রূপ

$\exists FG \vee \exists FH \therefore \exists F(G \vee H)$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক ও এর রূপান্তর

1. $(\exists FG \vee \exists FH) \supset \exists F(G \vee H)$
2. $-(\exists FG \vee \exists FH) \vee \exists F(G \vee H)$
3. $(-\exists FG \,.\, -\exists FH) \vee \exists F(G \vee H)$
4. $\exists F(G \vee H) \vee (-\exists FG \,.\, -\exists FH)$
5. $[\exists F(G \vee H) \vee -\exists FG] \,.\, [\exists F(G \vee H) \vee -\exists FH]$ [Dist.]
6. $[-\exists FG \vee \exists F(G \vee H)] \,.\, [-\exists FH \vee \exists F(G \vee H)]$ [Com.]
7. $[\exists FG \supset \exists F(G \vee H)] \,.\, [\exists FH \supset \exists F(G \vee H)]$

এ সংযৌগিক বাক্যটি গঠিত দুটি সত্ত্ব প্রাকল্পিক বাক্য দিয়ে। এ বাক্য বৈধ হবে [Q5. পৃঃ ২৪০ দ্রষ্টব্য] যদি এমন হয় যে এর দুটি সংযোগীই বৈধ।

প্রথম সংযোগী বৈধ হবে যদি

$FG \supset F(G \vee H)$ I

বৈধ হয়, আর দ্বিতীয় সংযোগী বৈধ হবে যদি এমন হয় যে

$FH \supset F(G \vee H)$ II

বৈধ।

I-এর Fell Swoop

[F : T, G : T] $FG \supset F(G \vee H)$
T T (T V H)
T V H
T

II-এর Fell Swoop

[F : T, H : T] $FH \supset F(G \vee H)$
T T (G V T)
G V T
T

CENTRAL LIBRARY

I-ও বৈধ, II-ও বৈধ, সুতরাং 7 বৈধ; সুতরাং প্রদত্ত যুক্তিটি বৈধ।

এবার একটা জটিল যুক্তি। এ যুক্তিটি পরীক্ষা করার আগে দু একটা পারিভাষিক কথার মানে বলে নেব; আর দুটো সমার্থতা [সরলীকরণ] সূত্র উল্লেখ করব।

১০.১৭ আখর, আক্ষরিক, Literals

কোয়াইন একবর্ণপ্রতীক ও তার নিষেধকে সমাগ্রিকভাবে literals* [আখর, বা আক্ষরিক (এখানে 'আক্ষরিক' বিশেষ্য)] বলে অভিহিত করেন।

উদাহরণ

$$p,\ q,\ \bar{p},\ \bar{q},\ F,\ G,\ \bar{F},\ \bar{G}$$

এসব হল আখর। লক্ষণীয়, কোনো অক্ষরের নিষেধও আখর বলে গণ্য; যথা, '$\bar{P}$', '$\bar{F}$'।

১০.১৮ সংযৌগিক বিহিতাকার Conjunctional Normal Form**

যে বাক্য এমন যে

i) তাতে '$\supset$' আর '$\equiv$'-এর প্রয়োগ নেই

ii) নিষেধ চিহ্ন ব্যবহার করা হয় কেবল একবর্ণ প্রতীকের বেলায়

iii) বৈকল্পিকের বিকল্পে থাকে কেবল কোনো বর্ণ বা তার নিষেধ

তাকে বলে Conjunctional Normal Form সংক্ষেপে CNF, বাংলায় সংযৌগিক বিহিতাকার।

উদাহরণ

$$p,\ p \vee q,\ p \cdot q,\ p \cdot (\bar{p} \vee q),\ (p \vee q) \cdot (p \vee \bar{q})$$

সাধারণত আমরা এটা ভাবতে অভ্যস্ত যে "." [বা "$\vee$"] দ্বৈতাঙ্গী যোজক, মানে—সংযৌগিক [বা বৈকল্পিক] গঠন করতে হলে দরকার অন্তত দুটি অঙ্গ; যেমন: p, q; F, G। কিন্তু "সংযৌগিক" [বা "বৈকল্পিক"] কথাটি আরও ব্যাপক অর্থে প্রয়োগ করা সুবিধাজনক। ব্যাপক অর্থে, একটি নিঃসঙ্গ অক্ষরও সংযৌগিক [বা বৈকল্পিক] বাক্য বলে গণ্য—এ ক্ষেত্রে অক্ষরটি নিজেই নিজের সংযোগী [বা বিকল্প]। যেমন

'p' সংযৌগিক বাক্য

কেননা, এর আর একটা সংযোগী 'p' নিজেই। ধর আসলে আমরা পেয়েছিলাম 'p . p'। [Idem. সূত্র অনুসারে 'p . p' থেকে, সরলীকরণ করে, পেয়েছি 'p'।]

[সে রকম

'p' বৈকল্পিক বাক্য

এর আর একটি বিকল্প 'p'। মানে 'p' হল 'p $\vee$ p'-এর সরলীকৃত রূপ।]

---

* Methods of Logic, তৃতীয় সংস্করণ, অধ্যায় ১০, পৃঃ ৬১

** এর অন্য নাম Conjunctive Normal Form [এ নামকটিই বেশী প্রচলিত]। "Alternational Normal Form" -এর সঙ্গে মিলের কথা ভেবেই সম্ভবত কোয়াইন এ নাম উদ্ভাবন করেছেন।

CENTRAL LIBRARY

"CNF"-এর আর একটি সংজ্ঞা

তাহলে*, তিনটি শর্ত উল্লেখ না করে আরও সহজে "CNF"-এর সংজ্ঞা দিতে পারি

A CNF is any conjunction of alternations of literals

[কোয়াইনের অনুকরণে]

CNF হচ্ছে আখর-দিয়ে-রচিত-বৈকল্পিক দিয়ে গঠিত সংযৌগিক বাক্য।

যেমন

'p', 'q', '$\bar{p}$' হল আখর।

এদের দিয়ে রচিত বৈকল্পিক : $p \vee q$, $p \vee \bar{q}$ ইত্যাদি; এরকম বৈকল্পিক দিয়ে গঠিত হল এ বাক্যগুলি :

$(p \vee q) . (p \vee \bar{q})$

$(p \vee q) . (p \vee \bar{q}) . (\bar{p} \vee q)$

কাজেই উক্ত সংজ্ঞা অনুসারে এগুলি CNF।**

১০.১৯ [Alternational Normal Form বৈকল্পিক বিহিতাকার

ওপরে CNF-এর যে তিনটি শর্ত উল্লেখ করা হয়েছে তাতে "বৈকল্পিক"-এর জায়গায় "সংযৌগিক" পড়লেই পাওয়া যাবে "alternational normal form" বা সংক্ষেপে "ANF"-এর সংজ্ঞা।

ANF-এর উদাহরণ

p, $p . q$, $p \vee q$, $p \vee (\bar{p} . q)$, $(p . q) \vee (p . \bar{q})$

লক্ষ করে থাকবে, CNF এর যেসব উদাহরণ দেওয়া হয়েছে তাতে "."-এর জায়গায় "$\vee$", আর "$\vee$"-এর জায়গায় "." লিখলেই ANF-এর উদাহরণ পেয়ে যাচ্ছ।

আবার CNF-এর দ্বিতীয় সংজ্ঞায় "conjunction of alternations"-এর বদলে "alternation of conjunctions" পড়লে পাবে "ANF"-এর আর একটি সংজ্ঞা :

An ANF is any alternation of conjunctions of literals]

[কোয়াইন ***]

আমরা CNF [ও ANF] -এর উদাহরণ দিতে গিয়ে কেবল 'p', 'q' ইত্যাদি আখর নিয়েছি। এ অধ্যায়ে আমাদের প্রধান আলোচ্য বুলীয় বাক্য। কাজেই বুলীয় বাক্য দিয়ে উদাহরণ দেওয়া উচিত ছিল। এখন দিচ্ছি :

$\exists F$, $\exists F \vee \exists G$, $\exists F . \exists G$, $\exists F . (\exists G \vee \exists \bar{G})$, $(\exists F \vee \exists G) . (\exists F \vee \exists \bar{G})$

এসব CNF। [আর এদের "$\vee$" এর জায়গায় ".", "."-এর জায়গায় "$\vee$" লিখলে পাবে ANF-এর উদাহরণ।]

---

* মানে, "literals" প্রত্যয়টির সাহায্য নিয়ে

** এ সংজ্ঞা অনুসারেও একাক্ষর, যেমন 'p' CNF। কেননা আখর 'p' থেকে পাই 'p $\vee$ p', 'p $\vee$ p' এবং এদের সংযুক্ত করে '(p $\vee$ p) . (p $\vee$ p)' যার সরলীকৃতরূপ হচ্ছে : p।

*** Method of Logic, অধ্যায় ১০, পৃঃ ৬২; সামান্য পরিবর্তিত।

CENTRAL LIBRARY

আমাদের আলোচ্য হল সত্তপ্রাকল্পিক পদ্ধতি। CNF বা ANF এর কথা না তুলেও এ আলোচনা করা যেত। তবে কোয়াইন এ প্রসঙ্গে "conjunctional normal form" কথাটি প্রয়োগ করেছেন, যেমন বলেছেন

$$-\exists FG \vee \exists[F(G \vee H)] . -\exists FH \vee \exists[F(G \vee H)]$$

হল একটা CNF। এজনাই CNF [প্রসঙ্গত ANF]-এর কথা বলা হল।

১০.২০ কয়েকটি সরলীকরণ সূত্র

আমরা জানি

$$p \vee -p$$

বৈধ। এখন, এর সঙ্গে যত [এবং যে] বিকল্পই যুক্ত হোক না কেন, পাব বৈধ বাক্য। যথা, ['$p \vee -p$' বৈধ বলে]

$$p \vee -p \vee q$$
$$p \vee -p \vee q \vee r$$
$$p \vee -p \vee q \vee (r \supset s)$$
$$\exists F \vee -\exists F$$
$$\exists F \vee -\exists F \vee \exists FGH$$

এ সবই বৈধ। এ রকম ক্ষেত্রে '$p \vee -p$' আকারের অংশটি রেখে বাকি সব বিকল্প বর্জন করা যায়। যেমন, শেষোক্ত বাক্যটির বদলে লেখা যায়,

$$\exists F \vee -\exists F$$

লেখা যায়, কেননা

সব বৈধ বাক্যই সমার্থক,

যথা, '$A \vee -A$' সম '$Z \vee -Z$'। যা বলা হল তার থেকে পেলাম এ শিক্ষা :

কোনো বৈকল্পিক বাক্যের একটি বিকল্প যদি অন্য একটির নিষেধ হয়, তাহলে এ বিকল্প দুটি রেখে দিয়ে অন্য সব কয়টি বিকল্প বর্জন করা যায়।

আমরা আরও জানি

$$p . -p$$

স্বতমিথ্যা, স্ববিরোধী। এখন, এর সঙ্গে যত [বা যে] সংযোগীই যুক্ত হোক না কেন, এর স্ববিরোধিতা ঘুচবে না, পাব স্ববিরোধী বাক্য। যথা ['$p . -p$' স্ববিরোধী বলে]

$$p . -p . q$$
$$p . -p . q . r$$
$$p . -p . q . (r \supset s)$$
$$\exists F . -\exists F$$
$$\exists F . -\exists F . \exists FGH$$

এ সবই স্ববিরোধী। এ রকম ক্ষেত্রে '$p . -p$' আকারের অংশটি রেখে বাকি সব সংযোগী বর্জন করা যায়। যেমন, শেষোক্ত বাক্যটির বদলে লেখা যায়,

CENTRAL LIBRARY

$\exists F \cdot -\exists F$

লেখা যায়, কেননা

সব স্ববিরোধী বাক্যই সমার্থক

যথা, 'A . –A' সম 'Z . –Z'। যা বলা হল তার থেকে পেলাম এ শিক্ষা :

কোনো সংযৌগিক বাক্যের একটি সংযোগী যদি অন্য একটির নিষেধ হয় তাহলে ঐ সংযোগী দুটি রেখে অন্য সব কয়টি সংযোগী বর্জন করা যায়।

সরলীকরণের দুটো কায়দার কথা বললাম। আরও দুটো সমার্থতা বা সরলীকরণ সূত্র।

স্ববিরোধী বিকল্প বর্জন

'p ∨ (q . –q)' সম 'p'

এ সূত্রের বক্তব্য

স্বতমিথ্যা বা স্ববিরোধী বিকল্প সব সময় বর্জন করা যায়,

যথা,

$\exists F \vee (\exists G \cdot -\exists G)$

-এর বদলে লেখা যায়

$\exists F$

লক্ষণীয়, উক্ত সূত্রের দু ধার সমার্থক: 'p' সত্য হলে অবশ্য 'p ∨ (q . –q)' সত্য, 'p' মিথ্যা হলে 'p ∨ (q . –q)' -ও মিথ্যা।

স্বতসত্য সংযোগী বর্জন

'p . (q ∨ –q)' সম 'p'

এ সূত্রের বক্তব্য

স্বতসত্য বা বৈধ সংযোগী সব সময় বর্জন করা যায়,

যথা

$\exists F (\exists G \vee -\exists G)$

-এর বদলে লেখা যায়

$\exists F$

[আমাদের লক্ষ্য সরলীকরণ। কাজেই উক্ত সূত্র দুটির একটা দিকের কথা বললাম। এদের অন্য দিক :

যে কোনো বাক্যের সঙ্গে যে কোনো স্বতমিথ্যা বাক্য বিকল্প হিসাবে যুক্ত করা যায়,

আর

যে কোনো বাক্যের সঙ্গে যে কোনো স্বতসত্য বাক্য সংযোগী হিসাবে যুক্ত করা যায়।

সাধারণত এ দিক থেকেই সূত্রগুলি দেখা হয়, এজন্য এদের নাম Rules of Expansion, সম্প্রসারণের সূত্র। আমরা আপাতত এদের দেখছি সংকোচনের সূত্র হিসাবে।]

CENTRAL LIBRARY

১০.২১ একটা জটিল যুক্তি

এত ভূমিকা করা হল জটিল যুক্তি মোকাবিলার জন্য। নমুনা হিসাবে নেওয়া যাক এ যুক্তিটি :

If all applicants who received the second announcement are of the class of '00, then some applicants did not receive the second announcement.

Either all applicants received the second announcement or all applicants are of the class of '00.

∴ If all applicants were of the class '00 received the second announcement then some applicants not of the class of '00 received the second announcement. —Quine

F = applicants

G = persons who received the second announcement

H = persons of the class '00.

—এ সংক্ষেপকগুলি ব্যবহার করে উক্ত যুক্তিটি এভাবে লিখতে পারি

All F who are G are H ⊃ some F are not G

All F are G ∨ all F are H

∴ All F who are H are G ⊃ some F who are not H are G.

[প্রত্যেক ছত্রের অঙ্গবাক্যগুলি আমরা বুলীয় সত্ত্ব বাক্য বা তার নিষেধের আকারে ব্যক্ত করতে চাই। এ কাজ সহজ হবে যদি অঙ্গবাক্যগুলিকে এভাবে বুলীয় সমীকরণ অসমীকরণে আকারে ব্যক্ত করি :

$[FG\bar{H} = 0] \supset [F\bar{G} \neq 0]$

$[F\bar{G} = 0] \vee [F\bar{H} = 0]$

$\therefore [FH\bar{G} = 0] \supset [F\bar{H}G \neq 0]$

এখন যুক্তিটি এভাবে লিখতে পারি]

যুক্তিটির কাঙ্খিত সাংকেতিক রূপ

$(-\exists FG\bar{H} \supset \exists F\bar{G})$

$-\exists F\bar{G} \vee -\exists F\bar{H}$

$\therefore -\exists FH\bar{G} \supset \exists F\bar{H}G$

অনুষঙ্গী প্রাকল্পিক

$[(-\exists FG\bar{H} \supset \exists F\bar{G}) . (-\exists F\bar{G} \vee -\exists F\bar{H})] \supset (-\exists FH\bar{G} \supset \exists F\bar{H}G)$

লক্ষণীয়, বুলীয় পদের অন্তর্গত অক্ষরগুলি [সংযোগী F, G ইত্যাদি] সর্বত্র একই ক্রমে নেই [অনুকল্পের বুলীয় পদ দেখ]। এদের একই বর্ণানুক্রমে লিখে পাই

$[(-\exists FG\bar{H} \supset \exists F\bar{G}) . (-\exists F\bar{G} \vee -\exists F\bar{H})] \supset (-\exists F\bar{G}H \supset \exists FG\bar{H})$

CENTRAL LIBRARY

এ বাক্যটিতে সত্ত্ব প্রাকল্পিকের রূপ দিতে গেলে বাক্যটি বিশাল ও জটিল আকার ধারণ করবে। একে সামলানোর জন্য এর অন্তর্গত বুলীয় সত্ত্ব বাক্যগুলির সংক্ষেপক হিসাবে এ প্রতীকগুলি [মধ্যবর্তী পর্বগুলিতে] ব্যবহার করব

$\exists FG\bar{H} : A$ $\exists F\bar{G} : B,$ $\exists F\bar{H} : C$ $\exists F\bar{G}H : D$

তাহলে উক্ত বাক্যটি নেবে এ সংক্ষিপ্ত রূপ

$$[(-A \supset B) . (-B \vee -C)] \supset (-D \supset A)$$

এর থেকে পরপর পাই

$$[-(-A \supset B) \vee -(-B \vee -C)] \vee D \vee A$$

$$[(-A . -B) \vee (B . C)] \vee D \vee A$$

এতে পরপর Dist [Assoc., Com.] প্রয়োগ করে পাব CNF। পাব এভাবে

$$D \vee A \vee [(-A . -B) \vee (B . C)]$$

$$[D \vee A \vee (-A . -B)] \vee (B . C)$$

$$[\underline{(D \vee A \vee -A)} . (D \vee A \vee -B)] \vee (B . C) \quad [Dist.]$$

এ বাক্যের দাগানো অংশটি বাদ দিতে পারি, কেননা এটা একটা স্বতসত্য সংযোগী [পৃঃ ২৬১ দেখ]। তাহলে হাতে থাকল

$$D \vee A \vee -B \vee (B . C)$$

যার থেকে পাই

$$\underline{(D \vee A \vee -B \vee B)} . (D \vee A \vee -B \vee C) \quad [Dist.]$$

এ বাক্যের দাগানো অংশটি একটি স্বতসত্য সংযোগী, এটা বাদ দিয়ে পাই

$$D \vee A \vee -B \vee C$$

এবং এর থেকে [Assoc., Com., Assoc. প্রয়োগ করে] পাই

$$-B \vee (C \vee D \vee A)$$

আর একে প্রাকল্পিকে রূপান্তরিত করে,

$$B \supset (C \vee D \vee A)$$

'B', 'C' ইত্যাদি যে সব বুলীয় সত্ত্ব বাক্যের সংক্ষেপক সে বাক্যগুলি 'B', 'C' ইত্যাদির জায়গায় বসিয়ে পাই

$$\exists F\bar{G} \supset (\exists F\bar{H} \vee \exists F\bar{G}H \vee \exists FG\bar{H})$$

এতে LED প্রয়োগ করে পাই

$$\exists F\bar{G} \supset \exists(F\bar{H} \vee F\bar{G}H \vee FG\bar{H})$$

এবং এ বাক্য থেকে

$$F\bar{G} \supset (F\bar{H} \vee F\bar{G}H \vee FG\bar{H})$$

এখন এর সত্যমূল্য বিশ্লেষণের পালা।

CENTRAL LIBRARY

Fell Swoop

$[F : \top, G : \bot]$

$F\bar{G} \supset (F\bar{H} \vee F\bar{G}H \vee FG\bar{H})$

$\top \quad \top\bar{H} \vee \top\top H \vee \top\bot\bar{H})$

$\bar{H} \vee H \vee \bot$

$\bar{H} \vee H$

$\top$

নির্ণয় : প্রদত্ত যুক্তিটি বৈধ।

১০.২২ কোয়াইন-এর ভাষা : বিন্দুলিপি

কোয়াইনকে অনুসরণ করে আমরা সত্যপ্রাকল্পিক পদ্ধতি ব্যাখ্যা করেছি যথাসম্ভব কোয়াইনের ভাষায়। তবে কোয়াইন-ব্যবহৃত বিন্দুলিপি আমরা এড়িয়ে গেছি। এখন এ লিপির কথা বলব। এবং এ প্রসঙ্গে কোয়াইনের-ব্যবহার-করা দু একটা শব্দ/প্রতীক সম্পর্কে আরও কিছু কথা বলব, কিছু কথা পুনরাবৃত্তি করব।

"Alternation"

অনেকেই 'p or q' ['p ∨ q'] আকারের বাক্যকে disjunction বলে উল্লেখ করেন; যেমন, করেন সুপিস, কোপি, জেফরি*। এটাই 'p or q'-এর চালু, প্রায়-সর্বজনস্বীকৃত, নাম। লজিকে যখন আমাদের হাতেখড়ি দেওয়া হয়েছে, তখন শেখানো হয়েছে 'p or q' ['p ∨ q'] হল disjunction বা disjunctive proposition। কিন্তু কোয়াইন এ আকারের বাক্যকে alternation বলে অভিহিত করেন**। এটা বিশেষভাবে লক্ষ কর, কেননা এ প্রয়োগ খুব বিরল।

প্রসঙ্গত বলি, 'disjunction' আর 'alternation'—এ নাম দুটির মধ্যে শেষোক্ত নামটিই বেশি যুক্তিসঙ্গত, যোগ্য বা যথার্থ। এ কথা বলছি এ হেতু। যারা 'disjunction' নামটি প্রয়োগ করেন তারাও, "or" ["∨"]—প্রয়োগ করেন non-exclusive, অবিসংবাদী অর্থে, মানে এ অর্থে : p, q এর মধ্যে বিসংবাদিতা নেই, 'p ∨ q' সত্য হলে এমন হতে পারে যে 'p', 'q'—এদের উভয়ই সত্য। কিন্তু "disjunctive" এসেছে "disjoin" থেকে***। এবং এ কথাটির মধ্যে এমন ইঙ্গিত আছে যে, অঙ্গবাক্যগুলি disjoined, বিসংবাদী, একসঙ্গে সত্য হতে পারে না। তাহলে 'p ∨ q' -কে disjunction বলব কেন? এখানে ত disjoin করা হয় না, বলা হয় না : 'p', 'q' একসঙ্গে সত্য হতে পারে না।

[ব্যুৎপত্তি অনুসারে "disjunction" কথাটি প্রযোজ্য আসলে এ আকারের বাক্যের বেলায়

p, q—এদের উভয়ই সত্য নয়

not both p and q

$-(p \cdot q)$]

---

* কেবল এ কয়টা নাম উল্লেখ করলাম এ হেতু : এদের লেখার সঙ্গে আমাদের পরিচয় থাকার কথা। এবং এরা এটা করেন রাসেল ও হোয়াইটহেডকে অনুসরণ করে।

** করেন জনসনকে অনুসরণ করে।

*** যেমন, "conjunctive" এসেছে "conjoin" থেকে।

CENTRAL LIBRARY

T ⊥

আমরা দেখেছি, কোয়াইন

"True"-এর সংক্ষেপক হিসাবে : T

"False"-এর সংক্ষেপক হিসাবে : ⊥

ব্যবহার করেন। করেন, তার হেতু হচ্ছে এই: F অক্ষরটি দরকার অন্য কাজে। 'F', 'G', 'H'—এ অক্ষরগুলি ব্যবহার করা হয়, অন্তত কোয়াইন ব্যবহার করেন, ন্যায়তত্ত্বে বুলীয় লিপিতে বা বিধেয় যুক্তিবিজ্ঞানে। 'F' অন্য কাজে লাগে বলে, 'F' বা 'False'-এর কাজ করান 'T'-কে উল্টে দিয়ে। এ প্রসঙ্গে কোয়াইনের কথা :

> We need not fumble for a pronunciation of '⊥' coordinate with the pronunciation 'tee' of 'T', for the words 'true' and 'false' themselves are short enough to serve conveniently as pronunciations of the two signs.*

~, —, আর মাত্রা

বাক্য নিষেধের চিহ্ন হিসাবে '~' ব্যবহার করতে আমরা অভ্যস্ত [বা অভ্যস্ত ছিলাম]। আমরা দেখেছি কোয়াইন** '~'-এর বদলে লেখেন "–"। এ চিহ্নটির জায়গায় পড়তে পার 'It is not the case that', 'Not–' বা শুধু 'dash'। তবে কোয়াইনের সাংকেতিক ভাষায় "–" ব্যবহার করা যায় কেবল কোনো যৌগিক বাক্যের/পদের, মানকিত বাক্যের বা বন্ধনীভুক্ত বাক্যের/পদের বামে,

যেমন এ লিপিতে

$-(p \vee q)$ $-(x)(Fx \supset Gx)$ $-\exists FG$ $-\exists(FG \vee F\bar{G})$ $-(FG)$

কিন্তু

> যেখানে কেবল একটি অক্ষর দিয়ে কোনো পদ বা বাক্য ব্যক্ত করা হয় সেখানে তিনি নিষেধজ্ঞাপক চিহ্ন হিসাবে ব্যবহার করেন মাত্রা

যেমন, লেখেন

$\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{F}$, $\bar{G}$, $F\bar{G}$, $\bar{F}\bar{G}$

নিচেকার বাক্যগুলিতে দু রকম নিষেধই দেখতে পাবে :

$-(\bar{p} \vee \bar{q})$ $-\exists F\bar{G}$ $-(\exists\bar{F}G \vee \exists F\bar{G})$

বিন্দু বর্জন

শ্রেণী গুণফলে যেমন গুণচিহ্ন '×', '∩' উহ্য থাকে [যেমন 'F × G' এর বদলে লেখা হয় 'FG'] তেমনি কোয়াইন সংযোজন চিহ্ন "." ['&'] উহ্য রাখেন। বিন্দুর, মানে সংযোজনের, কাজ করান [দৈশিক] সন্নিধি দিয়ে—সংযোগীগুলিকে পরপর অনুভূমিক আকারে লিখে। উদাহরণ

---

* Methods of Logic, তৃতীয় সংস্করণ, অধ্যায় ৫, পৃঃ ২৯, পাদটীকা

** জেফরি, সুপিস-ও

CENTRAL LIBRARY

[আমাদের অনুসৃত লিপি]	[কোয়াইনের অনুসৃত লিপি]
আমরা লিখতে অভ্যস্ত	কোয়াইন লিখবেন
$p \cdot q \cdot r$	pqr
$-(p \cdot q) \cdot -(-p \cdot -q)$	$-(pq)\,-(\bar{p}\bar{q})$
$-(p \cdot q \cdot r) \cdot -(p \cdot q \cdot -r)$	$-(pqr)\,-(pq\bar{r})$

"."-এর ব্যাপারে আমরা অনেক ক্ষেত্রে কোয়াইনকে অনুসরণ করেছি; যেমন, লিখেছি '–(FG)'।

বিন্দু : সংযোজন ও বন্ধনী

আমরা আগেই বলেছি যে, আমরা কোয়াইন-অনুসৃত বিন্দুলিপি এড়িয়ে গেছি। এড়িয়ে গেছি কেননা এটার সঙ্গে আগে কখনও আমাদের পরিচয় হয় নি—সুপিস, কোপি, জেফরি—এরা কেউ এ লিপিতে লেখেন নি। এখন আমরা এ লিপিটি ব্যাখ্যা করব।

সংযোজন বোঝাতে কোয়াইন যে বিন্দু ব্যবহার করেন না তা কিন্তু নয়। তবে যেখানে ব্যবহার করেন সেখানে বিন্দু বন্ধনীর কাজও করে। যেমন

আমরা লিখতে অভ্যস্ত	কোয়াইন লিখবেন
$p \cdot (q \supset r)$	$p \cdot q \supset r$
$-q \cdot (p \supset q)$	$\bar{q} \cdot p \supset q$
$(p \vee q) \cdot (p \vee -q)$	$p \vee q \cdot p \vee \bar{q}$

দেখ, দ্বিতীয় স্তম্ভের বাক্যগুলিতে "." সংযোজনের কাজও করছে, বন্ধনীর কাজও করছে।

বন্ধনী বর্জন ও বিন্দুবন্ধনী

আমরা বন্ধনীবিহীন বা বিরল-বন্ধনী ভাষার কথা বলতে যাচ্ছি। কিন্তু বন্ধনীর গুরুত্বের কথা ভুললে চলবে কেন? এদের গুরুত্ব অপরিসীম, বন্ধনী ছাড়া [যুক্তিবিজ্ঞান ও] গণিত, কোয়াইন বলেন, could never have developed beyond a rudimentary stage। কিন্তু, কোয়াইন এ কথাও বলেন, এটাও ঠিক যে parentheses can be a nuisance। কাজেই বন্ধনী বাদ দেওয়া, অন্তত বন্ধনীর ব্যবহার সীমিত রাখা ভাল।

কোয়াইন যে সংকেতলিপিতে লিখেছেন তার সম্বন্ধে খাটে এ কথাগুলি।

(১) সংযোজনের, মানে সন্নিধির* চেয়ে '$\vee$', '$\supset$', '$\equiv$'—এ যোজকগুলির শক্তি, প্রভাব-পরিধি আরও বেশি,
মানে, এগুলি আরও বৃহৎ ব্যবধান বোঝায়—
they are treated as marking a greater break than conjunction।

উদাহরণ

'$pq \vee r$' বোঝায় '$(pq) \vee r$'

['$p \cdot (q \vee r)$' নয়]

* সন্নিধির কথাই বলছি, "."-এর কথা বলছি না কিন্তু

CENTRAL LIBRARY

'p ∨ qr' বোঝায় 'p ∨ (qr)'

['(p ∨ q) . r)' নয়]

'pq ⊃ r' বোঝায় '(pq) ⊃ r'

['p . (q ⊃ r)' নয়]

দেখ, দ্বিতীয় স্তম্ভের '∨', '⊃' সন্নিধির চেয়ে বেশী শক্তিশালী—এগুলি এখানে মুখ্য যোজকের কাজ করছে।

(২) যোজক' –'-এর প্রভাবক্ষেত্র ক্ষুদ্রতম মানে, নিষেধ চিহ্ন, '–', কেবল এর অব্যবহিত পরবর্তী যৌগিক বাক্য বা বন্ধনীভুক্ত অক্ষরসমষ্টিকে বিশেষিত করে [নিষেধ করে]।

উদাহরণ

'–(pq) r' বোঝায় '[–(pq)] r' বা '[–(pq) . r'

[বোঝায় না '–[(pq) . r]'

–(p ∨ q) r' বোঝায় '[–(p ∨ q)] r' বা '[–(p ∨ q) . r'

[বোঝায় না '–[(p ∨ q) . r]'

(৩) এমনভাবে "." প্রয়োগ করা হয় যার ফলে [নিষেধিত যৌগিক বাক্যের বন্ধনী ছাড়া] সব বন্ধনমুক্তি ঘটতে পারে। মানে বন্ধনীর আর দরকার থাকে না

–(p ∨ q) –(p ⊃ q) –(p . q)

এ রকম ক্ষেত্রে বন্ধনীর দরকার। এ রকম ক্ষেত্র বাদ দাও। দেখা যাবে, আর কোনো জায়গায় বন্ধনীর দরকার হবে না। কোয়াইন-অনুসৃত রীতি অনুসারে

"." অন্য সব যোজকের চেয়ে বেশী শক্তিশালী

এ রীতিতে

'p . (q ∨ r)'-এর বদলে লিখতে পারি : p . q ∨ r

এখানে "." বন্ধনীর কাজও করছে সংযোজনের কাজ করছে। কেননা এ রীতিতে "∨" এর চেয়ে "." বেশী শক্তিশালী। সেরকম

'p . (q ⊃ r)' এর বদলে লেখা যাবে বন্ধনীহীন : p . q ⊃ r

আরও উদাহরণ

'(p ∨ q) r'-কে বন্ধনীমুক্ত করে লেখা যাবে : p ∨ q . r

'p (q ≡ r)'-কে বন্ধনীমুক্ত করে লেখা যাবে : p . q ≡ r

আমরা দেখলাম, আলোচ্য রীতিতে—, '.', '∨', '⊃', '≡' এদের মধ্যে "."-ই সব চেয়ে বেশী শক্তিশালী। কিন্তু ধরা যাক [ওপরের প্রথম উদাহরণটি দেখ]

(p ∨ q) r বা p ∨ q . r বা (p ∨ q) . r

লিখতে চাইছি না, চাইছি এ কথা লিখতে

p ∨ (q . r)

CENTRAL LIBRARY

মানে, চাইছি, বন্ধনী বাদ দিয়ে, "∨" কে "."-এর চেয়ে বেশি শক্তিশালী করে লিখতে [এ বাক্যে "∨" যে অধিকতর শক্তিশালী তা ত অস্বীকার করা যায় না]। তাহলে? তাহলে আমরা এ বিধান মেনে নেব [এবং এ কায়দায় অন্য যোজককে "."-এর চেয়ে শক্তিশালী করে তুলব]।

(৪) কোনো যোজকের পাশে * "." চিহ্নটি যুক্ত করলে সে যোজকের শক্তি বিন্দুবিহীন যোজকের চেয়ে বেড়ে যাবে—বেড়ে যাবে বলে মনে করতে হবে।

উদাহরণ

$$p \vee (q \,.\, r)$$

-এর বন্ধনী তুলে দিতে হলে দেখাতে হবে : "∨"-ই এখানে মুখ্য যোজক, "."-এর চেয়ে শক্তিশালী। বন্ধনী ছাড়া তা উক্ত কায়দায় দেখানো যায় বাক্যটি এভাবে লিখে

$$p \vee . q \,.\, r \qquad [p \,.\, \vee . q \,.\, r]^{**}$$

আরও উদাহরণ

প্রথম পর্ব	দ্বিতীয় পর্ব	তৃতীয় পর্ব
$[p \,.\, (q \vee r)] \equiv s$	$(p \,.\, q \vee r) \equiv s$	$p \,.\, q \vee r \,. \equiv s$
$[(p \supset q) \,.\, r] \vee s$	$(p \supset q \,.\, r) \vee s$	$p \supset q \,.\, r \,. \vee s$
$p \supset [q \,.\, (r \equiv s)]$	$p \supset (q \,.\, r \equiv s)$	$p \supset . q \,.\, r \equiv s$
$[p \,.\, (q \equiv r)] \vee [(p \supset q) \,.\, r]$	$(p \,.\, q \equiv r) \vee (p \supset q \,.\, r)$	$p \,.\, q \equiv r \,. \vee . p \supset q \,.\, r$

(৫) '.','∨', '⊃' ইত্যাদির পাশে একটা করে বিন্দু দিয়ে যদি না কুলায়, মানে বিভিন্ন যোজকের শক্তির [পরিধির] তারতম্য দেখানো সম্ভব না হয়, তাহলে প্রয়োজন মত আরও বিন্দু যোগ করতে হবে।

উদাহরণ

$$p \,.\, [(p \supset q) \supset r]$$

$$p \,.\, p \supset q \,. \supset r$$

এ রূপান্তরে চলবে না : এখানে দ্বিতীয় "⊃" প্রথম "." এর চেয়ে বেশি শক্তিশালী, তার মানে এ বাক্যে বলা হল : $[p \,.\, (p \supset q)] \supset r$। কিন্তু এটা মূল বাক্যের বক্তব্য নয়, মূল বাক্যটি সব চেয়ে শক্তিশালী সংযোজন চিহ্ন "."। একে শক্তিশালী করতে হলে দরকার এর সঙ্গে একটা বিন্দু যোগ করা এবং তাহলে পাব

$$p : p \supset q \,. \supset r$$

---

* প্রয়োজন মত এক পাশে বা দু পাশে

** "∨"-এর ডাইনে বামে দুটিকেই "." দিয়ে একে শক্তিশালী করা যায়, তবে এখানে বাম ধারের "." টি অকেজো, অহেতুক। এ বাক্যটির সঙ্গে পরবর্তী উদাহরণগুচ্ছের সর্বশেষ উদাহরণটি তুলনা কর। দেখ, ওখানে "∨"-এর দু পাশে বিন্দু দেবার দরকার।

CENTRAL LIBRARY

আর একটা উদাহরণ

$$s \vee [p . (q \supset r) \equiv (p \vee q) r]$$

একে বন্ধনীমুক্ত করতে পারি এভাবে

$$s \vee : p . q \supset r . \equiv . p \vee q . r$$

সেরকম

$$[-(p \vee q) . (r \supset s)] \supset -(p \vee q) s$$

—এ বাক্যটিকে যথাসম্ভব বন্ধনীমুক্ত করে পাই

$$-(p \vee q) . r \supset s . \supset -(p \vee q) s$$

বিন্দুলিপিতে আর একটি বাক্য

$$p \vee q . p \vee \bar{q} . \vee . \bar{p}q : q . : \supset . pr \vee p\bar{r}$$

এটাকে বিন্দুবন্ধনীমুক্ত করে সাধারণ বন্ধনী—ভ্রূবন্ধনী, বাক্সবন্ধনী, ধনুর্বন্ধনী, ব্যবহার করে লেখ। বন্ধনী ব্যবহারে তোমরা অভ্যস্ত। এখন থেকে বিন্দুলিপিতে লেখাও অভ্যাস করবে।

অনুশীলনী

৮৬. Test each of the following schemata for validity by the method of existential conditionals.

$$\exists JF \supset . \exists(F\bar{G} \vee JG \vee GH)$$

$$\exists GJ . \exists GK . \supset . \exists(FGH \vee \bar{F}J \vee \bar{H}K)$$ —Quine

৮৭. Schematize the following statement and test for consistency (by testing the negation for validity) according to the method of existential conditionals. —Quine

Some who take logic and Latin take neither physics nor Greek,
but those who take either Latin or chemistry take both logic and Greek.

৮৮. Check the following inferences by the method of existential conditionals. —Quine

1. All of the witnesses who hold stock in the firm are employees,
   All of the witnesses are employees or hold stock in the firm.
   ∴ All of the witnesses are employees.
2. Everyone who knows both George and Mabel admires Mabel.
   Some who know Mabel do not admire her.
   ∴ Some who know Mabel do not know George.
3. No European swans are black.
   All black swans are European.
   ∴ No swans are black.

CENTRAL LIBRARY

4. Only high-school graduates who can read French are eligible.
   Some can read French who are not high-school graduates.
   ∴ Some who are not eligible can read French.
5. Everything is either a substance or an attribute.
   Modes are not substances.
   ∴ Modes are attributes.
6. Nobody attended but parents of the cast.
   If no parents of the cast enjoyed the play, then no parents of the cast have a taste for high-class entertainment.
   ∴ If any attended who have a taste for high-class entertainment, then some parents of the cast enjoyed the play.

৮৯. সত্তপ্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে দেখাও

(i) O-এর conversion আর I-এর contraposition অবৈধ

(ii) Baroco আর Bocardo বৈধ

(iii) EIO সব সংস্থানেই বৈধ।

৯০. সত্ত প্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে দেখাও যে

Darapti, Felapton, Bramantip ও Fesapo—অবৈধ।

৯১. সত্ত প্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা নির্ণয় কর।

(1)	$(x)(Ax \supset Cx)$,	$(x)(Bx \supset Ax)$	$\therefore (x)(Bx \supset Cx)$
(2)	$(x)(Cx \supset Dx)$,	$(x)(Ex \supset -Dx)$	$\therefore (x)(Ex \supset -Cx)$
(3)	$(x)(Ex \supset Fx)$,	$(x)(Gx \supset Fx)$	$\therefore (x)(Ex \supset Gx)$
(4)	$(x)(Hx \supset -Ix)$,	$(\exists x)(Jx \,.\, -Ix)$	$\therefore (x)(Hx \supset Jx)$
(5)	$(x)(Fx \supset -Gx)$,	$(\exists x)(Hx \,.\, Gx)$	$\therefore (\exists x)(Hx \,.\, -Fx)$
(6)	$(x)(Ix \supset Jx)$,	$(\exists x)(Ix \,.\, -Jx)$	$\therefore (x)(Jx \supset Ix)$
(7)	$(\exists x)(Kx \,.\, Lx)$,	$(\exists x)(-Kx \,.\, -Lx)$	$\therefore (\exists x)(Lx \,.\, -Kx)$
(8)	$(x)(Kx \supset Lx)$,	$(x)[(Kx \,.\, Lx) \supset Mx]$	$\therefore (x)(Kx \supset -Mx)$
(9)	$(x)(Nx \supset Ox)$,	$(x)(Px \supset Ox)$	$\therefore (x)[(Nx \vee Px) \supset Ox]$
(10)	$(x)[(Mx \supset (Nx \,.\, Ox)]$,	$(\exists x)(Px \,.\, Nx)$,	$(\exists x)(Px \,.\, -Ox)$
			$\therefore (x)(Mx \supset -Px)$

৯২. সত্ত প্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত যুক্তিগুলির বৈধতা নির্ণয় কর।

১. Bananas and grapes are fruits. Fruits and vegetables are nourishing. Therefore bananas are nourishing.

২. All professors are learned. All learned professors are savants. Therefore all professors are learned savants.

CENTRAL LIBRARY

৩. All novelists are observant. Some poets are not observant. Therefore no novelists are poets.

৪. All evergreens are fragrant. Some gum trees are not fragrant. Therefore some evergreens are not gum trees.

৫. Bees and wasps sting if they are either angry or frightened. Therefore any bee stings if it is angry.

[যুক্তিগুলি সব কোপি থেকে নেওয়া]

৯৩. সত্ত্ব প্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত বাক্যগুলির বৈধতা নির্ণয় কর।

(a) $(x)(Fx \supset Gx) \supset [(x)Fx \supset (x)Gx]$

(b) $(x)(Fx \supset Gx) \supset [(\exists x)Fx \supset (\exists x)Gx]$

(c) $(\exists x)(Fx \cdot Gx) \supset [(\exists x)Fx \cdot (\exists x)Gx]$

(d) $[(x)Fx \vee (x)Gx] \supset (x)(Fx \vee Gx)$

(e) $(x)(Fx \supset Gx) \supset (x)(Gx \supset Fx)$

(f) $(\exists x)(Fx \cdot -Gx) \supset (\exists x)(Gx \cdot -Fx)$

(g) $(\exists x)(Fx \supset Gx) \supset (\exists x)(Fx \cdot Gx)$

৯৪. সত্ত্ব প্রাকল্পিক পদ্ধতি প্রয়োগ করে নিম্নোক্ত প্রত্যেকটি বাক্য সম্পর্কে বল — বাক্যটি স্ববিরোধী কি স্ববিরোধী নয়, consistent কি inconsistant।

১. All F are G and all G are F

২. Some F are G and some F are not G

৩. No F are G and there is an F that is G

৪. All F are G and there is an F that is not G

৫. All F are G and there is nothing which is both F and G

৯৫. টীকা লেখ।

Boolean term schema
Boolean existence schema
Boolean statement schema
Existential conditional
Conjunctional normal form.

৯৬. উদাহরণ দিয়ে কোয়াইন-কথিত বুলীয় বাক্যের (Boolean statement schema-এর) বৈধতা পরীক্ষার নিয়মগুলি ব্যাখ্যা কর।

৯৭. উদাহরণ দিয়ে নিম্নোক্ত বাক্যটি ব্যাখ্যা কর।

A decision procedure for validity is of course a decision procedure at the same time for consistency, implication, and equivalence, since inconsistency, implication , and equivalence are validity of the negation, the conditional, and the biconditional.

—[Quine]

CENTRAL LIBRARY

সংক্ষিপ্ত উত্তর

(৮৭)

$(\exists x)\,(Lx \,.\, Tx \,.\, -Px \,.\, -Gx) \,.\, (x)\,[(Tx \vee Cx) \supset (Lx \,.\, Gx)]$

$= \exists LT\bar{P}\bar{G} \,.\, -\exists(T \vee C)\,\overline{LG}$

এ বাক্য নিষেধ করে পাই

$-[\exists LT\bar{P}\bar{G} \,.\, -\exists(T \vee C)\,\overline{LG}]$

$-\exists LT\bar{P}\bar{G} \vee \exists(T \vee C)\,\overline{LG}$

$\exists LT\bar{P}\bar{G} \supset \exists(T \vee C)\,\overline{LG}$

এর থেকে '$\exists$' বাদ দিয়ে পাই এ সত্যাপেক্ষ বাক্য

$LT\bar{P}\bar{G} \supset (T \vee C)\,\overline{LG}$

Fell Swoop : $L = T,\ T = T,\ P = \bot,\ G = \bot$, এ সত্যমূল্যে পূর্বকল্প সত্য। অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$LT\bar{P}\bar{G} \supset (T \vee C)\,\overline{LG}$

সত্য $\quad (T \vee C)\,\overline{T\bot}$

$T \quad \overline{\bot}$

$T \quad T$

T

দেখা গেল, প্রদত্ত বাক্যের নিষেধ স্বতসত্য। সুতরাং মূল বাক্যটি স্ববিরোধী।

(৮৮) (ঙ)

লক্ষণীয়, Nobody . . . but = None but . . . = Only . . . . = All who attended . . . .

$[\exists A\bar{P} \,.\, (-\exists PE \supset -\exists PT)] \supset (\exists AT \supset \exists PE)$

$-[\exists A\bar{P} \,.\, (-\exists PE \supset -\exists PT)] \vee -\exists AT \vee \exists PE$ Def $\supset$

$\exists A\bar{P} \vee -(-\exists PE \supset -\exists PT) \vee -\exists AT \vee \exists PE$

$\exists A\bar{P} \vee (-\exists PE \,.\, \exists PT) \vee -\exists AT \vee \exists PE$

$-\exists AT \vee \exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee (-\exists PE \,.\, \exists PT)$ Assoc, Com.

$(-\exists AT \vee \exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee -\exists PE) \,.\, (-\exists AT \vee \exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee -\exists PT)$ Dist.

$(-\exists AT \vee \underline{\exists PE \vee -\exists PE} \vee \exists A\bar{P}) \,.\, (-\exists AT \vee \exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee \exists PT)$

বামধারের সংযোগীটি স্বতসত্য, এটা বাদ দিয়ে পাই

$-\exists AT \vee (\exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee \exists PT)$ Assoc.

$\exists AT \supset (\exists PE \vee \exists A\bar{P} \vee \exists PT)$

$\exists AT \supset \exists(PE \vee A\bar{P} \vee PT)$

$AT \supset (PE \vee A\bar{P} \vee PT)$

Fell Swoop : $[A = T,\ T = T]$, এ সত্যমূল্যে পূর্বকল্প সত্য। অনুকল্পে এ সত্যমূল্য বসিয়ে পাই

$PE \vee T\bar{P} \vee PT$

$PE \vee \bar{P} \vee P$

T

CENTRAL LIBRARY

Rules of Definition and Division
লক্ষণ ও বিভাজনের নিয়ম

CENTRAL LIBRARY

১১

লক্ষণ নির্ণয় ও বিভাজনের নিয়ম

I

লক্ষণ নির্ণয়

১১.১ ভূমিকা ১

এতক্ষণ আমরা যেসব যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি আলোচনা করেছি তাদের লক্ষ্য হল (i) পদের সম্বন্ধ নির্ণয় এবং শ্রেণীবিষয়ক বাক্য [কখনও বা ব্যক্তিবিষয়ক বাক্য] নির্ভুলভাবে ব্যক্ত করা—বিশেষ লিপিতে, যেমন, সেট লিপিতে, ব্যক্ত করা, আর (ii) বাক্যের বা যুক্তির বৈধতা প্রমাণ ও নির্ণয় পদ্ধতি অনুসন্ধান করা। [(ii)-এর ওপরই বেশি গুরুত্ব আরোপ করা হয়েছে।]

এখন যে যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি আলোচনা করতে যাচ্ছি তা প্রযোজ্য কেবল পদের বেলায় [বাক্য বা যুক্তির বেলায় নয়]। এদের লক্ষ্য: পদের লক্ষণার্থের বিশদ বিবরণ (definition) দেওয়া ও বাচ্য জাতির অন্তর্ভুক্ত প্রজাতি প্রদর্শন (division)।

১১.২ ভূমিকা ২

Definition সম্পর্কে নানা মত। এ মতগুলিকে তিন ভাগে ভাগ করা যায়।

বস্তুস্বরূপ তত্ত্ব (Essentialist Views)

প্রবর্তক তত্ত্ব (Prescriptive Views)

শব্দার্থ তত্ত্ব (Linguistic Views)

বস্তুস্বরূপ তত্ত্ব (বা সারতত্ত্ব) অনুসারে

কোনো বস্তুর, X-এর, definition-এতে X-এর সারধর্ম উল্লেখ করা হয় [Definition হল ঘোষক বা বিবৃতিমূলক বাক্য—বচন]।

প্রবর্তক তত্ত্ব অনুসারে

[Definition বিবৃতি নয়, প্রস্তাব বা অনুজ্ঞা।] কোনো শব্দের definition দিলে এ প্রস্তাব করা হয়—শব্দটি এ অর্থে প্রয়োগ করা হবে।

শব্দার্থ তত্ত্ব অনুসারে

[Definition মাত্রই কোনো শব্দ বা শব্দবন্ধের definition, বস্তুর definition নয়।]

CENTRAL LIBRARY

কোনো শব্দের definition দিলে বলা হয়: শব্দটি এ অর্থে প্রয়োগ করা হচ্ছে বা এ অর্থে প্রয়োগ করা হবে।

এ বাক্যের "করা হবে" থেকে বোঝা যায়—এখানে প্রবর্তক মতটি নিহিত আছে। আসলে এ মত-গুলির মধ্যে বিসংবাদিতা নেই—এগুলির পেছনে আছে ভিন্ন ভিন্ন দৃষ্টিভঙ্গি। এ উক্তির সমর্থনে বলছি নিচেকার কথাগুলি। এ definition -টা নেওয়া যাক।

ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র।

এ definition সম্পর্কে বলতে পারি,

"ত্রিভুজ" কথাটি আমরা এ অর্থে প্রয়োগ করি। ["ত্রিভুজ" বলতে বোঝায় "তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র" যা বোঝায় তাই] [শব্দার্থ তত্ত্ব]

এবং

কথাটি যে এ অর্থে প্রয়োগ করা হয় তার মূলে আছে মানুষের বিধান; মানুষই প্রস্তাব করেছে : কথাটি এ অর্থে প্রয়োগ করা হোক, [প্রবর্তক তত্ত্ব]

এবং

"ত্রিভুজ" এ অর্থে প্রয়োগ করলে এর সারধর্ম উল্লেখ করা হয় [তিন-বাহু-বিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র হওয়া ধর্মটিকে ত্রিভুজের সারধর্ম বলে উল্লেখ করে ত্রিভুজের definition দেওয়া হয়]। [বস্তুস্বরূপ তত্ত্ব]

বস্তুস্বরূপ তত্ত্বের প্রধান প্রবক্তা আরিস্টটল (প্লেটো ও সক্রেটিসও এ মত প্রচার করতেন)। তবে তাঁর রচনায় অন্য দুটি তত্ত্বেরও পূর্বাভাস পাওয়া যায়।* তিনি বলেছেন

Since definition is said to be the statement of a thing's nature, obviously one kind of definition will be a statement of the meaning of the name or of an equivalent nominal formula. — Analytica Posteriora 93^{b} 29

১১.৩ ভূমিকা ৩

ওপরের ভূমিকায় আমরা "definition", "definition" করে পেলাম—এর বাংলা প্রতিশব্দ উল্লেখ করলাম না। তার হেতু হল এই: "Definition" কথাটি দ্ব্যর্থক। আমরা কথাটি কোন অর্থে প্রয়োগ করব তা সাব্যস্ত করলে তবেই তার প্রতিশব্দ দেওয়ার কথা ওঠে। এ definition-টি নেওয়া যাক

Man is a rational animal

"Definition"-এর এক অর্থে এ সমগ্র বাক্যটি একটি definition। আর এক অর্থে এখানে definition হল: a rational animal [এ বিধেয়]।

আরও একটা দ্ব্যর্থতা। এক অর্থে definition হচ্ছে এক বিশেষ প্রকারের ধর্ম—এখানে, "rational animal" যে ধর্মসমষ্টি বোঝায় তাই। আর এক অর্থে এখানে definition হচ্ছে "a rational animal" কথাটি। এ অর্থে আমরা definition দিই যে-কথার-definition-দেওয়া-হচ্ছে-তার সমার্থক শব্দ সমষ্টি দিয়ে। শেষোক্ত ক্ষেত্রে, মানে

* এজন্য বলা হয়েছে : One can find in Aristotle's works anticipations of every later theory of definition, but he gave priority to his own brand of essentialism ... Razil Abelson, Paul Edwards : The Encyclopedia of Philosophy.

CENTRAL LIBRARY

যখন কোনো শব্দের কথা বলা হয়, তখন "definition"-এর প্রতিশব্দ হিসাবে আমরা প্রয়োগ করব "সংজ্ঞা" কথাটি।

আর

যদি কোনো বস্তুর definition-এর কথা [বস্তুস্বরূপের কথা] বলা হয়, তাহলে "definition" -এর প্রতিশব্দ হিসাবে আমরা প্রয়োগ করব "লক্ষণ" কথাটি।

এবং

যে বাক্যে বস্তু-স্বরূপ [লক্ষণ] উল্লেখ করা হয় তাকে "লক্ষণ-বাক্য" নামে চিহ্নিত করব।

উদাহরণ

ত্রিভুজ হল তিনবাহু বিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র

এ বাক্য সম্পর্কে আমরা বলব: এ বাক্যে ত্রিভুজের লক্ষণ দেওয়া হয়েছে, বলব: এটা একটা লক্ষণ বাক্য। প্রস্তাবিত প্রয়োগের আরও উদাহরণ:

ত্রিভুজের লক্ষণ দাও

"ত্রিভুজ" কথাটির সংজ্ঞা দাও।

আমরা প্রশ্ন তুলব: কোনো কিছুর নির্ভুল লক্ষণ দিতে [বা পেতে] হলে কী করণীয়। ভারতীয় দার্শনিকরা যে নিয়ম উল্লেখ করেন তা খুব সরল; তারা বলেন: নির্ভুল লক্ষণ হবে এমন যা অব্যাপ্তি, অতিব্যাপ্তি, অসম্ভব—এ তিনটি দোষ থেকে মুক্ত। নির্ভুল লক্ষণ পেতে হলে দেখতে হবে—লক্ষণটি যেন অব্যাপক, অতিব্যাপক বা অসম্ভব না হয়। এ সম্পর্কে অন্নমভট্ট বলেছেন।

লক্ষ্যৈকদেশ-অবৃত্তিত্বম অব্যাপ্তি। যথা গোঃ কপিলত্বম। অলক্ষ্য বৃত্তিত্বম অতিব্যাপ্তি। যথা গোঃ শৃঙ্গিত্বম। লক্ষ্যমাত্র-অবৃত্তিত্বম অসম্ভব। যথা গোঃ একশফত্বম।

মানে

লক্ষণ যদি লক্ষ্যের এক অংশে না থাকে তাহলে হয় অব্যাপ্তি দোষ। যথা, এ দোষ হবে, যদি বলা হয়—গরুর লক্ষণ: কপিলত্ব [মানে, যদি বলা হয়: গরু হল কপিল বর্ণের প্রাণী]।

লক্ষণ যদি লক্ষ্য ছাড়াও অন্য কিছুতেও (অ-লক্ষ্যেও) থাকে তাহলে হয় অতিব্যাপ্তি দোষ। যথা, এ দোষ হবে যদি বলা হয়, গরুর লক্ষণ হল: শৃঙ্গিত্ব [মানে, যদি বলা হয়: গরু হল শৃঙ্গবিশিষ্ট প্রাণী]।

লক্ষণ যদি লক্ষ্যের অন্তর্ভুক্ত-যা-তার কোনো কিছুতে না থাকে তাহলে হয় অসম্ভব দোষ। যথা এ দোষ হবে যদি বলা হয়—গরুর লক্ষণ হল: একখুরত্ব (অবিভক্ত খুরত্ব), [মানে যদি বলা হয়: গরু হল অবিভক্তখুর প্রাণী]।

১১.৪ লক্ষণ নির্ণয়ের নিয়ম

গতানুগতিক যুক্তিবিজ্ঞানের বইতে নানাভাবে লক্ষণ নির্ণয়ের বা সংজ্ঞাকরণের নিয়ম উল্লেখ করা হয়। আমরা যোসেফকে অনুসরণ করে লক্ষণ নির্ণয়ের [আরিস্টটলীয় বস্তুস্বরূপ তত্ত্বে definition বলতে যা বোঝায় তা নির্ণয়ের] নিয়মগুলি ব্যাখ্যা করব।

১. **যার লক্ষণ দেওয়া হচ্ছে, লক্ষণবাক্যে তার সারধর্মের উল্লেখ থাকা চাই,**

এবং কোনো কিছুর, X-এর, সারধর্ম হল এমন ধর্ম যা থাকার ফলেই বস্তুটি X।

উদাহরণ

তিনবাহু-বিশিষ্ট-সমতল-ক্ষেত্র-হওয়া ত্রিভুজের সারধর্ম

অর্বাচীনদের-শিক্ষার-জন্য-স্থাপিত-প্রতিষ্ঠান-হওয়া স্কুলের সারধর্ম,

CENTRAL LIBRARY

[কোনো কিছু বিত্ত বলে গণ্য হতে পারে যদি এবং কেবল যদি তার বিনিময় মূল্য থাকে, কাজেই] বিনিময় মূল্য থাকা বিত্তের সারধর্ম।

ফলে উক্ত নিয়ম অনুসারে আমরা এখানে পাচ্ছি এ তিনটি লক্ষণবাক্য:

ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র

স্কুল হল অর্বাচীনদের শিক্ষার জন্য স্থাপিত প্রতিষ্ঠান

বিত্ত হল তাই যার আছে বিনিময় মূল্য।

মন্তব্য

একটা সমস্যা। জৈব প্রজাতির (প্রাকৃত প্রকারের) ক্ষেত্রে এবং কিছুটা বিমূর্ত প্রত্যয়ের ক্ষেত্রেও, এভাবে লক্ষণ দিয়ে সারধর্ম ব্যক্ত করা যায় না; বা বলতে পারি, অনুগত ধর্ম (property) থেকে সারধর্মকে স্পষ্টভাবে পৃথক করা যায় না। এ ক্ষেত্রে কী করণীয়? সারধর্ম ও অনুগত ধর্মের মধ্যে সীমা রেখা টানা না গেলেও, মনে রাখতে হবে: সে ধর্মগুলিকেই লক্ষণের অন্তর্ভুক্ত করতে হবে যেগুলি অন্যগুলির হেতু বা ভিত্তি [পরিণাম নয়, হেতু]। কথাটা আরও বিশদভাবে সহজবোধ্য করে বলি।

X-এর লক্ষণ উদ্ধার করতে গিয়ে ধর, সংশয় হল: P ধর্ম না Q ধর্ম, কোনটিকে লক্ষণের অন্তর্ভুক্ত করব, লক্ষণসূচক ধর্ম বলে গণ্য করব? তাহলে দেখতে হবে, P, Q —এদের কোনটি হেতু, কোনটি পরিণাম, কোনটি কোনটির ওপর নির্ভর করে। যেটি অন্যটির হেতু বা ভিত্তি তাকেই লক্ষণে স্থান দিতে হবে। ধরা যাক, P থেকে Q নিঃসৃত হয়, বা কোনো কিছু P হওয়ার দরুনই তা Q। তাহলে Q-কে নয়, P-কে লক্ষণের অন্তর্ভুক্ত করতে হবে।

উদাহরণ

উন্নততর স্তন্যপায়ী প্রাণীর লক্ষণ দিতে হলে এদের খাদ্যের বৈশিষ্ট্যের কথা না বলে, দাঁতের বৈশিষ্ট্য লক্ষণের অন্তর্ভুক্ত করা ভাল। কেননা এ জাতীয় প্রাণী কী রকম খাদ্য খায় তা দাঁতের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে, দাঁতের প্রকৃতি খাদ্যের ওপর, [এরা কী খায় তার ওপর] নির্ভর করে না।

আরও একটা কথা। যার লক্ষণ দেওয়া হচ্ছে তার কতকগুলি বিচ্ছিন্ন অসম্বদ্ধ ধর্ম উল্লেখ করলেই চলবে না; এসব ধর্ম কী জাতীয় পদার্থকে বিশেষিত করে লক্ষণে তারও পরিচয় দেওয়া দরকার। এটা দেওয়া যায় লক্ষ্যের জাতি উল্লেখ করে। কাজেই দ্বিতীয় নিয়মটি নেবে এ রূপ —

২. যার লক্ষণ দেওয়া হচ্ছে লক্ষণবাক্যে তার জাতি ও বিভেদকের উল্লেখ থাকা চাই।

কোনো কিছুর, X-এর, লক্ষণ দিতে হলে প্রথমে আমরা X-এর জাতি উল্লেখ করে "X"-এর, প্রয়োগক্ষেত্র সীমিত করে নিই। যেমন, ত্রিভুজের লক্ষণ দিতে গিয়ে বলি: ত্রিভুজ হল এক রকম সমতল ক্ষেত্র। কিন্তু বৃত্ত, চতুর্ভুজ এসবও ত সমতল ক্ষেত্র। কাজেই [X-এর লক্ষণে] X-এর কেবল জাতির উল্লেখ থাকলেই চলবে না। এর বিভেদকেরও উল্লেখ থাকা দরকার। কোনো কিছুর, যেমন ত্রিভুজের, বিভেদক উল্লেখ করলে এর এমন ধর্ম উল্লেখ করা হয় যা দিয়ে বস্তুটিকে [ত্রিভুজকে] এর অন্য সগোত্র প্রজাতি [যেমন, বৃত্ত, চতুর্ভুজ প্রভৃতি সমতল ক্ষেত্র] থেকে পৃথক করা যায়। এ উদাহরণে বিভেদক হল তিনবাহুবিশিষ্ট-হওয়া—তিনটি সরল রেখার দ্বারা বেষ্টিত হওয়া। কাজেই জাতি ও বিভেদক উল্লেখ করে ত্রিভুজের লক্ষণ দিতে হবে এভাবে

ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র

CENTRAL LIBRARY

[যেখানে জাতি: সমতল ক্ষেত্র, বিভেদক: তিনবাহুবিশিষ্ট হওয়া]।

এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে অতিব্যাপ্তি দোষ ঘটে; মানে, X-এর লক্ষণ এমন বস্তুর বেলায় খাটে যা "X"-এর লক্ষ্য নয়, মানে যার বেলায় "X" কথাটি প্রযোজ্য নয়। এ নিয়ম লঙ্ঘিত হতে পারে যদি জাতি বা বিভেদক এদের কোনো একটি অনুক্ত থাকে। আর এ দু ক্ষেত্রেই অতিব্যাপ্তি দোষ হবে। উদাহরণ: জাতি অনুক্ত

ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট

এখানে তথাকথিত লক্ষণটি ত্রিভুজ-নয়-এমন-বস্তু সম্পর্কেও খাটে, যেমন খাটে 'N' অক্ষরটি বা দ্বিপ্রাকল্পিকবোধক চিহ্ন '≡' সম্পর্কেও। কাজেই এ 'লক্ষণ বাক্য' অতিব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট।

বিভেদক অনুক্ত

ত্রিভুজ হল সমতল ক্ষেত্র

এখানে তথাকথিত লক্ষণটি "ত্রিভুজ"-এর লক্ষ্য নয় এমন বস্তু সম্পর্কেও খাটে, যেমন খাটে বৃত্ত, চতুর্ভুজের বেলায়। সুতরাং এখানেও অতিব্যাপ্তি।

মন্তব্য *

এ প্রসঙ্গে যোসেফ বলেন, লক্ষণ যত যথার্থ হবে বিভেদক [ধর, F] ও জাতির [ধর, G-এর] সম্বন্ধ তত নিবিড়। এ কথার মানে কী? এখানে নিবিড় বলতে কী বোঝায়? উত্তর: X-এর বিভেদক F এমন হতে পারে যে, F-এর ধারণা ছাড়া X-এর ধারণা হতে পারে না। এ রকম ক্ষেত্রে আমরা বলি না: F হল X-এর ধর্ম; বলি—F বৈশিষ্ট্যটি G কে রূপান্তরিত করেছে, যার ফলে পাই X। যথা [সরদলের লক্ষণ]

সরদল (lintel) হল এমন তক্তা যা থাকে দরজার চৌকাঠের মাথায়

এখানে আমরা এ কথা বলি না: চৌকাঠের মাথায় থাকা সরদলের ধর্ম; বলি—এ বৈশিষ্ট্যটি [জাতি] তক্তাকে রূপান্তরিত করেছে সরদলে—তক্তাকে সরদল বানিয়েছে। এক্ষেত্রে এ বৈশিষ্ট্যের [চৌকাঠের মাথায়-থাকার] ধারণা না থাকলে সরদলের ধারণা হত না।

কিন্তু বিভেদক F এমনও হতে পারে যার কথা জানা না থাকলেও X-এর স্পষ্ট ধারণা করা যায়। এ রকম ক্ষেত্রে আমরা বলি F হল X-এর [আবিষ্কৃত] ধর্ম**। যথা, ধর, এভাবে সোনার লক্ষণ দেওয়া হল

সোনা এমন ধাতু যার পারমাণবিক সংখ্যা ৭৯

এ রকম ক্ষেত্রে আমরা বলি, পারমাণবিক সংখ্যা ৭৯ হওয়া সোনার ধর্ম। এ ধর্মটি এমন যে, সোনায় যে এ ধর্ম আছে তা জানার আগেই আমাদের সোনার-ধারণা ছিল। এমন নয় যে এ ধর্মের জ্ঞান ছাড়া সোনার ধারণা হতে পারত না। Lintel-এর উদাহরণে কিন্তু উক্ত ধর্ম F [দরজার চৌকাঠের তক্তা হওয়া] ছাড়া lintel-এর ধারণা হতে পারত না। এখানে যোসেফ বলবেন, lintel -এর বেলায়—বিভেদকের সঙ্গে জাতির সম্বন্ধ আরও বেশি নিবিড়, ঘনিষ্ট। কাজেই উক্ত লক্ষণবাক্য দুটির মধ্যে দ্বিতীয়টির চেয়ে প্রথমটির [যাতে lintel-এর লক্ষণ দেওয়া হয়েছে] উৎকর্ষ বেশি।

* প্রথম পাঠে বাদ দিতে পার।

** সূচক বৈশিষ্ট্য, diagnostic characteristic।

CENTRAL LIBRARY

৩. যার লক্ষণ দিতে হবে তা আর প্রদত্ত লক্ষণ সমমান হওয়া চাই।

এ নিয়মটি এভাবে ব্যক্ত করতে পারতাম

লক্ষণ বাক্যের উদ্দেশ্য ও বিধেয়কে হতে হবে সমমান,

বা এভাবে

যে প্রজাতির লক্ষণ দেওয়া হচ্ছে তার প্রত্যেক সভ্য সম্বন্ধে এবং কেবল তার সভ্য সম্বন্ধে লক্ষণ ধর্মটি প্রযোজ্য হওয়া চাই।

স্পষ্টতই যাকে লক্ষণ বলে দাবি করা হচ্ছে তা যদি সব সভ্য সম্পর্কে প্রযোজ্য না হয় তাহলে অব্যাপ্তি দোষ হবে। আর যদি এমন হয় যে তা কেবল ঐ সব সভ্য সম্পর্কে নয়, অন্য কিছু সম্পর্কেও, প্রযোজ্য তাহলে হবে অতিব্যাপ্তি দোষ।

উদাহরণ

[লক্ষণীয়, এ উদাহরণগুলিতে লক্ষ্য আর লক্ষণ সমমান নয়।]

মানুষ হল এমন বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণী যা ছয় ফুট লম্বা [অব্যাপ্তি]

মানুষ হল এক প্রকার প্রাণী [অতিব্যাপ্তি]

মন্তব্য

এখানে অব্যাপ্তি ও অতিব্যাপ্তি দোষের আরও কিছু উদাহরণ দেব।

অব্যাপ্তি

ত্রিভুজ হল এমন (তিনবাহুবিশিষ্ট) সমতল ক্ষেত্র যার তিন বাহু সমান

এখানে লক্ষণ সব ত্রিভুজ সম্পর্কে (যেমন, বিষমবাহু ত্রিভুজ সম্পর্কে) প্রযোজ্য নয়, সুতরাং এ লক্ষণ বাক্য অব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট। সে রকম

A politician is a member of the Parliament

এ লক্ষণবাক্যও অব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট। এমন লোক থাকতে পারে [বস্তুত আছে] যে রাজনীতি করে, কিন্তু MP নয়। এদের বেলায় উক্ত লক্ষণ 'লাগে' না। উক্ত লক্ষণ মেনে নিলে এদের 'politician' বলা যেত না।

অতিব্যাপ্তি

ত্রিভুজ হল সমতল ক্ষেত্র

এখানে এ কথা বলা যায় না, লক্ষণটি কেবল ত্রিভুজ প্রজাতির সভ্য সম্পর্কে প্রযোজ্য—বস্তুত এখানে বিধেয়টি চতুর্ভুজ, বৃত্ত ইত্যাদি সম্পর্কেও খাটে। এ লক্ষণ মেনে নিলে বলতে হত, বৃত্ত, চতুর্ভুজ—এ সবও ত্রিভুজ।

A politician is a person interested in public affairs

এটাও অতিব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট। এমন লোক আছে যারা জনসাধারণের, জনস্বার্থের, ব্যাপারে উৎসাহী কিন্তু politician নয়। এদের বেলায়ও উক্ত লক্ষণ খাটবে, লেগে যাবে।

৪. এমন হলে চলবে না যে

কোনো লক্ষ্য নিজেই নিজের লক্ষণ বা লক্ষণের অংশ হিসাবে কাজ করছে।

এ নিয়মটির বক্তব্য

CENTRAL LIBRARY

লক্ষণবাক্যের উদ্দেশ্যপদ প্রত্যক্ষভাবে বা পরোক্ষভাবে বিধেয় পদের অন্তর্ভুক্ত হলে চলবে না। এ নিয়ম লঙ্ঘন করার পরিণতি : চক্রক দোষ। উদ্দেশ পদ দিয়ে সাক্ষাৎভাবে এর বাচ্যের লক্ষণ দেওয়া হয় যদি — উদ্দেশ্য পদটি বা এর কোনো সমার্থক শব্দ লক্ষণবোধক পদের অন্তর্ভুক্ত হয়।

উদাহরণ

Man is a man
Man is a human being
Sun is a star emitting sunlight
মানুষ হল মানব
মন্ত্রী হল মন্ত্রীসভার সভ্য

এ রকম ক্ষেত্রে যে ভ্রান্তি [চক্রক দোষ] তা স্থূল, সহজেই নজরে আসে।

কিন্তু অনেক সময় এ জাতীয় ভ্রান্তি এমন সূক্ষ্মভাবে, প্রচ্ছন্নভাবে, নিহিত থাকে যে তা সহজে দৃষ্টিগোচর হয় না।

উদাহরণ

An effect is that which has a cause.
A cause is that which produces an effect.

মন্তব্য : অন্যোন্যসাপেক্ষ ও প্রাতিকল্পিক—চক্রকদোষ

এ রকম চক্রক দোষের উৎস হল অন্যোন্যসাপেক্ষ (correlatives) ও প্রাতিকল্পিক (counter-alternatives)-এর প্রয়োগ। এ রকম যুগ্মের একটি দিয়ে অন্যটির লক্ষণ দিলে পাব দুষ্ট লক্ষণ—চক্রকদোষে দুষ্ট লক্ষণ।

[অন্যোন্যসাপেক্ষ পদের প্রয়োগ]

প্রথমে অন্যোন্যসাপেক্ষ পদের উদাহরণ :

রাজা—রাণী, বৃহত্তর—ক্ষুদ্রতর, কার্য—কারণ

এবার প্রয়োগ [সর্বশেষ উদাহরণটি নেওয়া যাক]।

কারণ হল তাই যা কার্য উৎপাদন করে

A cause is that which produces an effect [পূর্বোক্ত দ্বিতীয় উদাহরণ]

এখানে চক্রক দোষ প্রচ্ছন্ন। এ রকম লক্ষণ বাক্যের বিরুদ্ধে আপত্তি হল এই: কোনো কিছু ক-কে তার অন্যোন্যসাপেক্ষ যুগ্ম খ দিয়ে লক্ষণ দিয়ে, আবার [চক্রাকারে] খ-এরও লক্ষণ দেওয়া যায় ক দিয়ে। যথা, উক্ত উদাহরণটি ঘুরিয়ে বলা যেত

কার্য হল তাই যা কোনো কারণ থেকে উৎপন্ন হয়

A effect is that which has a cause [পূর্বোক্ত প্রথম উদাহরণ]

এ রকম সূক্ষ্ম চক্রক দোষ বারণের জন্য আমরা উক্ত চতুর্থ নিয়মের সঙ্গে স্পষ্টভাবে এ কথা যোগ করে দিতে পারতাম [দিলে ভাল হত]

৪.১ এবং এমন হলেও চলবে না যে কোনো লক্ষ্যের জুড়িই * তার লক্ষণ হিসাবে কাজ করছে।

* "জুড়ি" বলতে বুঝতে হবে correlative বা counter-alternative।

CENTRAL LIBRARY

অন্যোন্যসাপেক্ষ পদের বাচ্যের লক্ষণ

অন্যোন্যসাপেক্ষ পদ যা বোঝায় তার লক্ষণ দিতে হবে এমনভাবে যেন এক সঙ্গেই যুগ্মের, মানে সাপেক্ষ পদার্থ দুটিরই, লক্ষণ দেওয়া হয়ে যায়। আর তার জন্য দরকার, সম্ভব হলে, এদের মধ্যবর্তী সম্বন্ধের লক্ষণ দেওয়া। যোসেফ বলেন

> Correlatives must be defined together and it is the relation between them that really needs to be defined.

[প্রাতিকল্পিকের প্রয়োগ]

[কোনো শ্রেণীকে যদি এমন দু ভাগে ভাগ করা যায় যে, উপশ্রেণী দুটি বিসংবাদী ও সর্বগ্রাহী—মানে, যদি বিভাগ দুটি বিরুদ্ধ বা পরস্পরের পরিপূরক হয়—তাহলে উপশ্রেণী দুটিকে বলে counter-alternatives বা পরস্পরের প্রতিকল্প]।

উদাহরণ

সদর্থক—নঞর্থক, সরল—বক্র, যুগ্ম—অযুগ্ম

এবার প্রাতিকল্পিকের প্রয়োগ [সর্বশেষ উদাহরণটি নেওয়া যাক]।

> অযুগ্ম সংখ্যা হল এমন সংখ্যা যা কোনো যুগ্ম সংখ্যার চেয়ে ১ বেশি।
>
> An odd number is a number one more than an even number.
>
> —Aristotle, Topica 142[b] 6—7

অন্যোন্যসাপেক্ষ পদের বেলায় যে আপত্তি প্রাতিকল্পিক পদের বেলায়ও সে আপত্তি ওঠে। ক-এর প্রতিকল্প খ দিয়ে ক-এর লক্ষণ দিলে, খ-এর প্রতিকল্প ক দিয়ে [চক্রাকারে] খ-এর লক্ষণ দেওয়া যায়। যেমন, উক্ত লক্ষণ বাক্যটি ঘুরিয়ে বলা যেত

> যুগ্ম সংখ্যা হল এমন সংখ্যা যা কোনো অযুগ্ম সংখ্যার চেয়ে ১ বেশি
>
> An even number is a number one more than an odd number

মনে হতে পারে, even number-এর উক্ত লক্ষণে যে দোষ তা (চক্রকতা) এভাবে এড়ানো যায় —

> An even number is a number divisible into halves —Topica 142[b] 11
>
> যুগ্ম সংখ্যা হল এমন সংখ্যা যা অর্ধেকে ভাগ করা যায়।

এটাও আপত্তিকর, কেননা 'অর্ধেক' পেয়েছি 'দুই' থেকে, আর 'দুই' হল যুগ্ম সংখ্যা ["For 'half' is derived from 'two', and 'two' is an even number" Topica, 142[b] 14]। কাজেই অর্ধেকের কথা বললে প্রচ্ছন্নভাবে যুগ্ম সংখ্যার কথা বলা হয়ে যায়।

প্রতিকল্প সম্পর্কে একটা কথা। যোসেফ বলেন,

> It sometimes happens, however, that counter-alternatives cannot really be defined at all.
>
> এমন দৃষ্টান্তও পেতে পারি যেখানে প্রতিকল্প যুগলের কোনোটির লক্ষণ দেওয়া সম্ভব নয়।

উদাহরণ

ধরা যাক, কোনো ব্যক্তি ক ভাববাচক আর অভাববাচক বাক্যের [সদর্থক আর নঞর্থক বাক্যের] পার্থক্য বুঝতে পারছে না। তাহলে এমন কোনো জ্ঞান [সত্য, তথ্য] নেই যা দিয়ে ক-কে এদের পার্থক্য

* যেমন, ৩ হল (যুগ্ম) -২ + ১, ৯ হল (যুগ্ম) -৮ + ১

CENTRAL LIBRARY

বুঝিয়ে দেওয়া যায়। কেননা, এদের পার্থক্য অনন্য (the nature of the distinction ... is unique)। আর একটা উদাহরণ। ঋজু ও বক্রের পার্থক্যের বেলায়ও এ কথা খাটে। এদের পার্থক্য 'দেখতে' হবে বুঝতে হবে। এ রকম ক্ষেত্রে একটি প্রতিকল্পের সাহায্য নিয়ে অন্যটি বোঝানোই সর্বশ্রেষ্ঠ উপায়। তবে এভাবে বোঝালে লক্ষণ দেওয়া হয় না।

যে কথাগুলি বলা হল সেগুলি আসলে যুক্তিবিজ্ঞানের জনক আরিস্টটলের এ কথাগুলির প্রতিধ্বনি:

> it is perhaps not possible to define some things in any other way [where 'an opposite has been defined through its opposite'], e.g. the double without the half, and all the terms that are essentially relative : for in all such cases the essential being is the same as a certain relation to something, so that it is impossible to understand the one term without the other, and accordingly in the definition of the one the other too must be embraced.
>
> —Topica 142^a 25-30

চক্রক দোষ সম্পর্কে আরও কিছু কথা

উদ্দেশ্যপদের কোনো অংশ বিধেয়পদের অন্তর্ভুক্ত হলেই কি চক্রক দোষ হয়?

চক্রক দোষের যে সব উদাহরণ দেওয়া হয়েছে তার চেয়ে আরও অনেক সূক্ষ্মভাবে আমাদের অজ্ঞাতসারে [চক্রাবর্তন করে] লক্ষণ দেওয়া হয়। এ রকম লক্ষণের দোষ সহজে নজরে আসে না।

আরিস্টটলের দেওয়া একটা উদাহরণ (142^b 1-5)

Sun is a star that appears by day

সূর্য হল এমন তারকা যা দিনের বেলায় দৃষ্টিগোচর হয়।

এখানেও চক্রক দোষ। কেননা, "দিনের বেলা"র কথা বললে আসলে আবার ঘুরেফিরে সূর্যের কথাই বলা হয়। এ চক্র দেখা যাবে দিনের লক্ষণ দেবার চেষ্টা করলে; সে ক্ষেত্রে বলতে হবে—

দিন হল পৃথিবীর ওপর দিয়ে সূর্যের পরিক্রমণ (সময়)

Day is the passage of the sun over the earth [142^a 25-30]

আবার সূর্যের কথাতেই আসতে হল [সূর্যের লক্ষণ দিতে গিয়ে]।

যোসেফ বলেন, মীল-এর দেওয়া নিম্নোক্ত লক্ষণবাক্যের মধ্যেও সূক্ষ্ম চক্রকতা নিহিত আছে।

> Cause is the invariable and unconditional antecedent of a phenomenon
>
> কারণ হল কোনো ঘটনার শর্তহীন নিয়ত পূর্ববর্তী ঘটনা।

কেননা "কারণ", "cause" প্রত্যয়টির সাহায্য না নিয়ে "শর্তহীন" কথাটির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় না।

আমরা দেখেছি, আলোচ্য নিয়মে বলা হয়: লক্ষণবাক্যের উদ্দেশ্য বা এর সমার্থক কোনো শব্দ, বা এমন শব্দ যা উদ্দেশ্যপদের সাহায্য ছাড়া ব্যাখ্যা করা যায় না—এদের কোনোটি লক্ষণবাক্যের বিধেয় পদের অঙ্গীভূত হলে চলবে না। মনে রাখতে হবে—এ নিয়মটি অযৌগিক পদ সংক্রান্ত নিয়ম [যেখানে লক্ষ্যের বাচক হল কোনো অযৌগিক পদ]। যৌগিক পদের বেলায় কিন্তু এ নিয়মের কড়াকড়ি নেই। যৌগিক পদটির [যা লক্ষ্যজ্ঞাপক তার, মানে যৌগিক উদ্দেশ্য পদটির] কোনো অংশ এর লক্ষণ বাক্যের বিধেয়ের অন্তর্ভুক্ত হতে পারে, যদি এমন হয় যে: লক্ষ্যের জাতি বা বিভেদক জ্ঞাপক শব্দটি উদ্দেশ্যের অংশ।

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ

Postman is a *man* who delivers and collects letters

মৃৎশিল্পী হল এমন শিল্পী যে মাটি দিয়ে হাঁড়িকুড়ি, মূর্তি, প্রতিমা এসব গড়ে

প্রথম বাক্যটিতে postman এর জাতিবাচক "man" আছে বিধেয়েতে। দ্বিতীয়টিতে উদ্দেশ্যের অন্তর্ভুক্ত "শিল্পী" বিধেয়েতেও আছে; আবার "মৃৎ"-এর সমনাম "মাটি"ও বিধেয়ের অন্তর্ভুক্ত। কিন্তু এ লক্ষণ বাক্য দুটি নির্দোষ। সে রকম

A right-angled triangle is a traingle of which ...

An acute angle is an angle which ...

এ জাতীয় লক্ষণ বাক্যে চক্রকতা নেই।

৫. যে শব্দের বাচ্যের লক্ষণ দিতে হবে তা নঞর্থক না হলে লক্ষণ বাক্যের নঞর্থক হওয়া চলবে না।

এ নিয়মের যাথার্থ্য সহজবোধ্য। লক্ষণ বাক্যে আমরা লক্ষ্যের সারধর্ম উল্লেখ করতে চাই। এখন, নঞর্থক বাক্যে বলা হয় কোনো কিছু X [ধর, লক্ষ্য হল X] কী নয়, X কী তা বলা হয় না। কাজেই নঞর্থক বাক্য প্রয়োগ করে লক্ষণ দিলে লক্ষণনির্ণয়ের উদ্দেশ্যই [সারধর্ম বলা] ব্যর্থ হয়।

এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে পাব দুষ্ট লক্ষণ—নঞর্থক লক্ষণবাক্য (negative definition)।

উদাহরণ

A matinee is not a morning performance

An acute-angled triangle is one which contains neither a right angle nor an obtuse angle

এগুলি নঞর্থক লক্ষণ বাক্য, সুতরাং দুষ্ট।

কিন্তু যার লক্ষণ দেওয়া হচ্ছে তার বাচক যদি নঞর্থক শব্দ হয় তাহলে নঞর্থক বাক্য প্রয়োগ না করে লক্ষণ দেওয়া যায় না: এ রকম ক্ষেত্রে লক্ষণবাক্যের নঞর্থক রূপ দোষের নয়। কেননা এ রকম ক্ষেত্রে বিভেদক হল নঞর্থক বিভেদক (negative differentia)।

উদাহরণ

অব্যূঢ় হল এমন লোক যে বিবাহ করে নি

বিধবা হল এমন নারী যার স্বামী বেঁচে নেই এবং যে পুনর্বার বিবাহ করে নি।

মন্তব্য

আমরা বলেছি: লক্ষণ দেওয়া হয় কোনো কিছু কী তা বলার জন্য। আর নঞর্থক বাক্যে [মানে, বচনে], বলা হয় কোনো কিছু কী নয়। কাজেই নঞর্থক বাক্য দিয়ে লক্ষণ দেওয়া যায় না। Acute-angled traingle-এর উক্ত লক্ষণটি নেওয়া যাক: which contains neither ....। এটা ঠিক, জ্যামিতির সঙ্গে সামান্য পরিচয় থাকলেই বোঝা যাবে, কী রকম ত্রিভুজের কথা বলা হচ্ছে। কিন্তু তাহলেও বলব—নঞর্থক বিধেয়ক যথেষ্ট নয়, এর থেকে সারধর্মের জ্ঞান হয় না।

তবে যে পদ কেবল কোনো ধর্মের অভাব বোঝায় তার বাচ্যের লক্ষণ দিতে হলে দরকার নঞর্থক বাক্য। যেমন

A bachelor is an unmarried man

CENTRAL LIBRARY

এ লক্ষণ বাক্য, নঞর্থক হলেও, নির্দোষ।

হীনার্থক বা নঞর্থক প্রত্যয়ের বেলায় এরূপ লক্ষণ অপরিহার্য।

In defining a privative or negative term it [negative definition] is inevitable.

—Joseph

এ প্রসঙ্গে আরিস্টটল বলেছেন

It may be that in some cases the definer is obliged to employ a negative as well, e.g. in defining privations. For 'blind' means a thing which cannot see when its nature is to see. —Topica 143^{b} 33-35

নঞর্থক লক্ষণ বাক্য প্রসঙ্গে আরিস্টটল

নঞর্থক লক্ষণবাক্য প্রসঙ্গে "is the privation of", 'is the contrary of" "is the opposite of" — এসব প্রয়োগ করে লক্ষণ দেবার কথা ওঠে। দেখা যাবে, যদি না লক্ষ্য প্রত্যয়টি অভাববাচক হয় তাহলে, নঞর্থক বাক্য দিয়ে লক্ষণ দিলে কেবল যে 'নঞর্থক লক্ষণ' দোষ হয় তা নয়, তাহলে (দেখা যাবে) চক্রকতাও দেখা দেয়।

আরিস্টটল বলেন

... contrary whose form denotes the privation must of necessity be defined through the other; whereas the other cannot then be defined through the one whose form denotes privation. —Topica 147^{b} 6-10

দুটো বিসংবাদীর [A আর Ā-এর] যদি একটি কোনো ধর্মের অভাব বোঝায়, তাহলে অভাব-বাচকটির [Ā-এর] লক্ষণ দেওয়া যাবে [এ ক্ষেত্রে লক্ষণ হবে নির্দোষ]। কিন্তু অভাববাচকটির [Ā-এর] সাহায্য নিয়ে অন্যটির [A-এর] লক্ষণ দেওয়া চলবে না।

যথা, বলা যাবে [বস্তুত বলতে হবে]

inequality = the privation / negation of equality

[এ রকম ক্ষেত্রে "="-এর জায়গায় "is" পড়তে হবে] কিন্তু "equality"-র লক্ষণ দিতে গিয়ে বলা যাবে না

Equality = the negation of inequality (১)

কেননা equaltiy অভাবাত্মক প্রত্যয় নয়—এর বিভেদক নঞর্থক নয়। ধরা যাক, বলা হল

evil = the contrary / opposite of good

কিন্তু good -এর লক্ষণ দিতে গিয়ে বলা যাবে না

good = the contrary of evil (২)

[আসলে এখানে "good", "evil" এদের কোনোটি নঞর্থক নয়।]

(১) আর (২) -এর মত লক্ষণ বাক্যের বেলায় কেবল নঞর্থক দোষ নয়, চক্রকতাও দেখা দেয়।

আরিস্টটল বলেন

[Suppose] one were to define equality as the contrary of inequality ... then he is defining it through the term which denotes privation ... a man who so defines is bound to use in his definition the very term he is defining.

—Topica 147^{b} 10-15

CENTRAL LIBRARY

ধরা যাক, কেউ equality [সমানতা]-র লক্ষণ দিল inequality [অসমানতা] প্রত্যয়টি দিয়ে। তাহলে [তার দোষ হল] সে অভাবব্যঞ্জক প্রত্যয় দিয়ে সদর্থক প্রত্যয়ের লক্ষণ দেবার [ব্যর্থ] চেষ্টা করল।

আবার যে এভাবে লক্ষণ দেয়, লক্ষ্যের সাহায্য নিয়েই তাকে লক্ষণ দিতে হবে, মানে লক্ষ্যের বাচক শব্দ ব্যবহার করতে হবে লক্ষণ বাক্যের বিধেয়েতে।

আরিস্টটলের যুক্তি পুনরুক্তি করছি তার দেওয়া উদাহরণ দুটি নিয়ে। ধরা যাক বলা হল

inequality = the negation* of equality (1)

[এটা নির্দোষ]

আর

equality = the negation* of inequaltiy (2)

[এটা দুষ্ট, সদর্থক প্রত্যয়ের নঞর্থক লক্ষণ দেওয়া হয়েছে বলে]

এখন (2) -এর inequality-এর পরিবর্তে এর লক্ষণ [(1)-এতে প্রদত্ত লক্ষণ, the negation of equality] মানে 'inequality'-এর পরিবর্তে (1)-এতে দেওয়া সমার্থক "the negation of equality" বসিয়ে পাব

equality = the negation of the negation of equality (3)

স্পষ্টতই এখানে লক্ষণ বাক্যের উদ্দেশ্য বাক্যটির বিধেয়ের অন্তর্ভুক্ত। মানে, লক্ষ্যের সাহায্য নিয়েই লক্ষ্যের লক্ষণ দেওয়া হল। এখন (3) চক্রক দোষে; কাজেই (2)-ও চক্রক দোষে; দুষ্ট।

এবার দ্বিতীয় দৃষ্টান্তটি।

"good" এবং "evil" পরস্পরের বিপরীত

কিন্তু এদের কোনোটি অভাববাচক নয়। এমন কি "evil"ও কোনো ধর্মের অভাব বোঝায় না। কাজেই এ কথা বলা সঙ্গত নয় যে

evil = the contrary of good I

কিন্তু ধরা যাক, কেউ এভাবেই evil-এর লক্ষণ দিল। তাহলে তাকে এ কথাও বলতে হবে

good = the contrary of evil II

এখন 'evil'-এর পরিবর্তে এর [I-এতে দেওয়া] সমার্থক "contrary of good" বসিয়ে পাই

good = the contrary of the contrary of good

স্পষ্টতই এখানেও লক্ষ্যের সাহায্য নিয়ে লক্ষণ দেওয়া হয়েছে।

এ কথাগুলি আরিস্টটল থেকে নেওয়া। তিনি নিজে কী বলেছেন তার সঙ্গে পরিচয় থাকা ভাল :

> ... If, then, 'good' be the contrary of evil and evil be nothing other than the contrary of good then 'good' will be the contrary of 'the contrary of good'. Clearly then he [who thus defines] has used the very word to be defined.
>
> —Topica 147" 21-25

* মূলের "privation"-এর জায়গায় "negation" লিখলাম।

CENTRAL LIBRARY

৬. **লক্ষণবাক্য দুর্বোধ্য, অনেকার্থক ও আলঙ্করিক ভাষায় ব্যক্ত হওয়া উচিত নয়,** লক্ষণবাক্য হবে স্পষ্ট, সুবোধ্য, সরল ও নিরলঙ্কার। কেননা, এরূপ বাক্যের অভিপ্রায় হল কোনো বস্তুর [লক্ষ্যের] স্বরূপকথন—সারধর্ম উল্লেখ। এখন এ নিয়মটি লঙ্ঘন করলে লক্ষণবাক্য প্রয়োগের উদ্দেশ্যই ব্যর্থ হবে।

এ নিয়ম লঙ্ঘন করে লক্ষণ দেবার চেষ্টা করলে পাই এসব দুষ্ট লক্ষণ

অনেকার্থক লক্ষণ/লক্ষণবাক্য (Ambiguous Definition)

আলঙ্কারিক লক্ষণ/লক্ষণবাক্য (Metaphorical / Figurative Definition)

দুর্বোধ্য লক্ষণ/লক্ষণবাক্য (Obscure Definition)

উদাহরণ

অনেকার্থক লক্ষণ

Becoming is a passage into being

Health is the balance of hot and cold elements — Topica 139^{b} 20-23

এখানে "passage" ও "balance" অনেকার্থক শব্দ, কোন অর্থে কথা দুটি ব্যবহার করা হয়েছে তা বোঝা যায় না। কাজেই বক্তা কী বলতে চেয়েছে তা বোঝাও দুষ্কর।

আলঙ্কারিক লক্ষণ

বটগাছ হল বনস্পতি

মানুষ হল সৃষ্টির শিরোভূষণ

ভাস্কর্য হল প্রস্তরীভূত সংগীত

Knowledge is unsupplantable [Aristotle]

Memory is the tablet of the mind [Joseph]*

দুর্বোধ্য লক্ষণ

A net is a reticulated fabric decussated at regular intervals with interstices at the intersection. —Samuel Johnson

[দুর্বোধ্য লক্ষণের classic, প্রায়শ-উদ্ধৃত দৃষ্টান্ত]

পুত্র হল সে যে পুন্নাম নিরয় থেকে ত্রাণ করে

কবিতা জিনিষটা (হল) একটা ভিতরের তাগিদ।

মন্তব্য

আলঙ্করিক লক্ষণের চেয়ে দুর্বোধ্য লক্ষণ আরও খারাপ। কেননা, আলঙ্করিক, যেমন, ঔপমিক, লক্ষণের অন্তত এ গুণ আছে যে তা লক্ষ্যের সঙ্গে কোনো কিছুর সাদৃশ্য দেখায়; ফলে লক্ষ্য সম্বন্ধে কিছুটা ধারণা হয়। আরিস্টটল বলেন

[metaphor] does make clear its meaning to some extent, for those who use metaphor do so always in view of some likeness. — Topica 140^{a} 8-10

* এ রকম ক্ষেত্রে বাক্যবন্ধনীর মধ্যে যার নাম তার-দেওয়া সংজ্ঞা নয়, তার-দেওয়া [দুষ্ট সংজ্ঞার] উদাহরণ।

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ

Memory is a tablet

এ কথা বললে এ উক্তি করা হয়: ফলকে (tablet-এ তে, বা লিখিত পাতে) যেমন লেখা রক্ষিত হয়, তেমনি স্মৃতিতেও আমাদের জ্ঞান সঞ্চিত থাকে, এবং তা পুনরুদ্ধার করা যায়।

এবার আরিস্টটল থেকে আর একটা উদাহরণ।

Law is the image of things that are by nature just

—Topica 140ª 8

এখানে 'image' দ্ব্যর্থক নয়, ঔপমিক নয় (আবার, আরিস্টটল বলেন, আক্ষরিকও নয়*)। এ রকম লক্ষণবাক্য আলঙ্কারিক লক্ষণের চেয়ে খারাপ, আরিস্টটল বলেন

Such phrases [যথা, এখানে "image"] are worse than metaphors

—Topica 140ª 8

দুর্বোধ্য শব্দ ও পারিভাষিক শব্দ: এ প্রসঙ্গে একটা কথা। লক্ষণ বাক্যে দুর্বোধ্য শব্দ থাকবে না — এ কথার অর্থ এই নয় যে: এতে কোনো পারিভাষিক শব্দ থাকতে পারবে না, এতে কেবল এমন শব্দ থাকবে যা সাধারণ লোক বুঝতে পারে। বস্তুত দর্শন, বিজ্ঞান, প্রযুক্তিতে এমন বহু প্রত্যয় আছে যার লক্ষণ দিতে হলে পারিভাষিক শব্দের প্রয়োগ অপরিহার্য।

সোনা হল এমন ধাতু যার আণবিক সংখ্যা ৭৯, আর আণবিক গুরুত্ব ১৯৭.২০

ব্যাপ্তি হল হেতুসামানাধিকরণ-অত্যন্তাভাব-অপ্রতিযোগী সাধ্যসামাধিকরণ্য

[বা আরও সহজ করে]

ব্যাপ্তি = হেতুর সমানাধিকরণ যে অত্যন্তাভাব সে অত্যন্তাভাবের অপ্রতিযোগী যে সাধ্য তার সঙ্গে হেতুর সামানাধিকরণ্য

পারিভাষিক-শব্দ-কণ্টকিত হলেও এসব দুর্বোধ্য লক্ষণ নয়। প্রাসঙ্গিক বিদ্যায় বা শাস্ত্রে যাদের যথাযথ দীক্ষা হয়েছে তারা এসবের মানে বুঝতে পারবে—আমাদের সাধারণ লোকের এসবের মানে বুঝতে পারার কথা নয়।

আরিস্টটলকে অনুসরণ করে আর একটা নিয়ম উল্লেখ করলাম।

৭. লক্ষণের অতিরিক্ত কিছু—কোনো ফালতো অনাবশ্যক কথা—লক্ষণ বাক্যে থাকা উচিত নয়।

অনাবশ্যক কী?

everything is superfluous upon whose removal the remainder still makes the term that is being defined clear. —Topica 140ᵇ

যা বাদ দিলে লক্ষণের হানি হয় না [লক্ষণের যথার্থতা ও স্পষ্টতা বজায় থাকে] তাই ফালতো, অনাবশ্যক।

* 'nor is law ordinarily so called in a literal sense' (140ª 12)

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণ [আরিস্টটল থেকে]

Man = a rational being capable of receiving knowledge

— 140ª 35*

এখানে 'capable .....knowledge' অহেতুক, অনাবশ্যক। এ রকম লক্ষণকে বলে বাহুল্য দুষ্ট লক্ষণ (Redundant definition)। এখানে অপ্রয়োজনীয় অংশটি লক্ষ্যের সব দৃষ্টান্তের বেলায় খাটে।

কিন্তু যদি অতিরিক্ত কথাটি এমন হয় যে [তা বিভেদক বা জাতিধর্ম থেকে নিঃসৃত হয় না, কাজেই] লক্ষ্যের সব দৃষ্টান্তে প্রযোজ্য নয় তাহলে অবশ্যই লক্ষণ হবে অব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট।

Man is a rational being who is 6 ft. tall

—এটার বেলায় বাহুল্যের কথা বলব না; বলব অব্যাপ্তিদোষের কথা।

পরিশিষ্ট

Inessential Definition [অনুক্তসার লক্ষণ]

আমরা দেখেছি, জাতি বা বিভেদক উল্লেখ না করলে অতিব্যাপ্তি দোষ হয়। এখন, ধরা যাক, জাতি উল্লেখ করা হল না, ঠিক; কিন্তু এমন ধর্ম [যেমন, অনুগত ধর্ম] উল্লেখ করা হল যা লক্ষ্য-যে-জাতির-অন্তর্ভুক্ত তার অন্য কোনো সজাতীয় প্রজাতিতে থাকে না, কেবল লক্ষ্যেই থাকে। উদাহরণ [আরিস্টটল থেকে]

Body = that which has three dimensions

Man = that which knows how to count

এখানে 'that' কী বোঝাচ্ছে তা বলা হয় নি, জাতি উল্লেখ না করে তার কাজ 'that' দিয়ে করানো হয়েছে। এ রকম ক্ষেত্রে অতিব্যাপ্তি হয় না, ঠিক**। তবু এরূপ লক্ষণ বাক্য আপত্তিকর, কেননা এতে লক্ষ্যের সারধর্মের উল্লেখ নেই [সারধর্মের কথা বলতে হলে অবশ্যই জাতির উল্লেখ দরকার]। এজন্য এরকম লক্ষণকে আমরা অনুক্তসার লক্ষণ, inessential definition বলে চিহ্নিত করতে পারি।

আবার এমন হতে পারে, একটা জাতি উল্লেখ করা হল ঠিক, কিন্তু লক্ষ্যটি এ জাতির অন্তর্ভুক্ত নয়।

উদাহরণ [আরিস্টটলের-দেওয়া]

Justice is a state that produces equality

এখানে যথার্থ জাতি state নয়, virtue [যা উল্লেখ করা হয় নি; মানে, বলা উচিত ছিল: Justice is a virtue that.....]। এ প্রসঙ্গে আরিস্টটলের মন্তব্য :

> by leaving out the genus he [যে ব্যক্তি এভাবে লক্ষণ দেয়] fails to express its essence; for the essence of a thing must in each case bring in its genus
>
> — 143ª 17-20

---

* 100ª—164ª-এর মধ্যবর্তী কোনো পৃষ্ঠাঙ্ক দেখলে বুঝতে হবে, Topica থেকে উদ্ধৃতি দেওয়া হল। কেননা এগুলি কেবল Topica গ্রন্থটিরই পৃষ্ঠাঙ্ক। আরিস্টটল রচনাবলী (রস্-সম্পাদিত অক্সফোর্ড বিশ্ববিদ্যালয় প্রেস সংস্করণ) -এতে Topica উক্ত পৃষ্ঠাঙ্ক দিয়েই চিহ্নিত হয়েছে—এর প্রথম পৃষ্ঠাঙ্ক 100ª, আর সর্বশেষ 164ª।

** কথাটা পুরোপুরি ঠিক নয়। যেমন, মানুষের এ লক্ষণ, কেউ বলতে পারে, দেবতা বা দেবদূত সম্পর্কেও খাটে।

CENTRAL LIBRARY

আমরা আগেই দেখিয়েছি বিভেদক উল্লেখ না করলে অতিব্যাপ্তি দোষ হয়। এখন, ধরা যাক, কেউ কোনো কিছুর লক্ষণ দিতে গিয়ে বিধেয় হিসাবে প্রয়োগ করল

animal বা substance

তাহলে, আরিস্টটল বলবেন, সে লক্ষণই দিল না; কেননা এ রকম শব্দ কখনও বিধেয়কের কাজ করে না।

the aforesaid terms do not differentiate anything at all.

— 143ᵃ 30-35

আবার দেখতে হবে, যাকে বিভেদক বলে উল্লেখ করা হয়েছে তা প্রকৃতই বিভেদক, নাকি কোনো আপতিক ধর্ম, কেননা

the differentia is never an accident, any more than the genus is.

— 144ᵃ 25

যদি আপতিক ধর্ম হয়, তাহলে লক্ষণটি আপতিক লক্ষণ (accidental definition)—এক রকম দুষ্ট লক্ষণ।

উদাহরণ

strigil* is an instrument for dipping water. [145ᵃ 23]

Uranium is used in atom bombs

এ বাক্য দুটিতে পাচ্ছি আপতিক লক্ষণ। Strigil-এর এটা স্বাভাবিক ক্রিয়া নয়। তবে এ কাজেও একে ব্যবহার করা যায়। পারমাণবিক-বোমায়-ব্যবহার-হওয়া ইউরেনিয়ামের সারধর্ম নয়, একটা আপতিক ধর্ম। লক্ষণীয়, উক্তরূপ লক্ষণবাক্যে অন্য নিয়মও লঙ্ঘিত হয়, সুতরাং এগুলিতে আরও নানা দোষ খুঁজে পাবে, যেমন এগুলি অতিব্যাপ্তি দোষেও দুষ্ট।

মূল নিয়ম একটি

আমরা সাতটা [যোসেফে আছে ছয়টা] নিয়ম উল্লেখ করেছি। মূল নিয়ম হল একটি —দ্বিতীয় নিয়মটি

> per genus et differentiam, by genus and differentia
> জাতি ও বিভেদকের সাহায্যে লক্ষণ দেওয়া।

নির্ভুলভাবে জাতি বিভেদক উল্লেখ করলে, লক্ষণ বাক্যে অস্পষ্টতা, দ্ব্যর্থতা, অলঙ্কার বা অনাবশ্যক কোনো শব্দ বা শব্দসমষ্টি প্রবেশ করতে পারার কথা নয়; এবং তাহলে পাব লক্ষ্যের সারধর্ম।

দুষ্ট লক্ষণের তালিকা ও দোষের উৎস

দুষ্ট লক্ষণ(বাক্য)	দোষের হেতু
১. আপতিক লক্ষণ(বাক্য) Accidental Definition	বিভেদকের বদলে আপতিক ধর্মের উল্লেখ

* an instrument of bone, metal etc. used by the ancient Greeks and Romans for scraping the skin after bath—Webster's...

CENTRAL LIBRARY

দুষ্ট লক্ষণ(বাক্য)	দোষের হেতু
২. অনুক্তসার লক্ষণ(বাক্য) Inessential Definition	বিভেদকের বদলে অনুগত ধর্মের উল্লেখ
৩. অতিব্যাপক লক্ষণ(বাক্য) Too wide Definition	জাতি বা বিভেদকের উল্লেখ না থাকা
৪. অব্যাপক লক্ষণ(বাক্য) Too narrow Definition	জাতি বা বিভেদক ছাড়াও কোনো আপতিক ধর্মের উল্লেখ
৫. বাহুল্যদুষ্ট লক্ষণ(বাক্য) Redundant Definition	জাতি বা বিভেদক ছাড়াও কোনো অনুগত ধর্মের উল্লেখ
৬. দুর্বোধ্য লক্ষণ(বাক্য) Obscure Definition	দুর্বোধ্য শব্দের প্রয়োগ (বা অহেতুক জটিলতা সৃষ্টি)
৭. নঞর্থক লক্ষণ(বাক্য) Negative Definition	ভাববাচক প্রত্যয়ের লক্ষণ দিতে গিয়ে অভাববাচক শব্দের প্রয়োগ
৮. আলঙ্কারিক লক্ষণ(বাক্য) Figurative Definition	আলঙ্কারিক শব্দের প্রয়োগ
৯. চক্রকদোষাক্রান্ত লক্ষণ(বাক্য) Circular Definition বা Synonymous Definition	লক্ষণ বাক্যের বিধেয়েতে উদ্দেশ্য বা উদ্দেশ্যের সমার্থক শব্দের প্রয়োগ, বা এমন শব্দের প্রয়োগ যার মানে বুঝতে হলে উদ্দেশ্য পদের মানে বোঝা দরকার।

II

যৌক্তিক বিভাজন

১১.৫ ভূমিকা

আমরা লক্ষণ নির্ণয় পদ্ধতি আলোচনা করেছি। কোনো কিছুর, প্রজাতির লক্ষণ দেওয়া মানে এর জাতি ও বিভেদক উল্লেখ করা। এখন, লক্ষণবাক্যে জাতির উল্লেখ থাকলেও ঐ জাতি সম্পর্কে বিশেষ কিছুই বলা হয় না। এ জাতির ভেতর তো আরও বহু প্রজাতি আছে; লক্ষণবাক্যে তাদের পরিচয় দেবার সুযোগ জোটে না।

মনে করা যাক, আমাদের জিজ্ঞাসা আরও সুদূরপ্রসারী। আমরা চাই লক্ষণবাক্যে কথিত জাতির অন্তর্গত বিভিন্ন প্রজাতিকে [যার একটিমাত্র লক্ষণ,বাক্যের উদ্দেশ্য] পৃথক পৃথক করতে, ভিন্ন ভিন্ন প্রজাতিগুলি দেখাতে, জাতিকে বিভিন্ন প্রজাতিকে বিশ্লেষণ (ভাগ) করতে।

CENTRAL LIBRARY

কোনো জাতিকে ভেঙে ভেঙে দেখাবার, জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলিকে থোকে থোকে দেখাবার, নাম যৌক্তিক বিভাজন।

[the] process of distinguishing or of breaking up a genus, into the species that belong to it is called logical division. —Joseph

কেইনস্ বলেন

[Logical division] is separation of a genus into its component species

যৌক্তিক বিভাজন হল কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলি পৃথক পৃথক করে দেখানো।

ধর, বলা হল : প্রাণী দু প্রকার—মেরুদণ্ডী ও অ-মেরুদণ্ডী। এখানে পাচ্ছি প্রাণী জাতির যৌক্তিক বিভাজন। কোনো যৌক্তিক বিভাজনে যে বৃহত্তম জাতিকে ভাগ করা হয় তাকে বলে totum divisum বা dividendum বা বিভাজ্য জাতি। আর বিভাগ করে যে প্রজাতিগুলি পাওয়া যায় তাদের বলে membra dividentia, বিভাজনলব্ধ খণ্ড, ভাগ বা প্রকার। যেমন, উক্ত উদাহরণে, প্রাণী বিভাজ্য-জাতি, আর তাকে যে দুটি প্রজাতিতে ভাগ করা হয়েছে সেগুলি হল প্রকার বা ভাগ।

১১.৬ বিভাজন ভিত্তি

জাতিকে ভাগ করা হয় প্রজাতিতে—ভাগ করা হয় (i) কোনো ধর্মের অস্তিত্ব বা অভাবের দিকে নজর রেখে, বা (ii) কোনো ধর্মের মাত্রা, বা (iii) রূপের দিকে দৃষ্টি রেখে। যেমন (i) চেতনা আছে কি নেই—এ বিবেচনা থেকে প্রাণীকে সচেতন ও অচেতন এ দু ভাগে ভাগ করা হয়, (ii) কোণত্বের মাত্রা বা তারতম্য অনুসারে ত্রিভুজকে ভাগ করা হয়, স্থূলকোণী, সমকোণী, সূক্ষ্মকোণী—এ তিন ভাগে; (iii) ধর্মের বিভিন্ন রূপের কথা ভেবে, সংক্ষেপে, ধর্ম অনুসারে, মানুষকে ভাগ করা হয় হিন্দু, মুসলমান, বৌদ্ধ, খৃষ্টান ইত্যাদি প্রজাতিতে।

শ্রেণীবিভাগ বা জাতিবিভাজন করতে গিয়ে আমরা এ বাকভঙ্গি প্রয়োগ করি: —অনুসারে অমুক এত প্রকার। এখন যে নীতি বা ধর্ম অনুসারে, মানে যে গুণের অস্তিত্ব, অনস্তিত্ব বা বৈচিত্র্যের দিকে নজর রেখে, কোনো বিভাজন করা হয় তাকে বলে ঐ বিভাজনের ভিত্তি, বিভাগভিত্তি, fundamentum divisionis, বিভাজনের মূল ভিৎ। যেমন, আমরা বলি পরিমাণ অনুসারে বচন দু রকম: সার্বিক ও আংশিক। এখানে বিভাগভিত্তি বচনের পরিমাণ, quantity।

এটা সহজবোধ্য যে একই বিভাজনকরণে কেবল একটি বিভাগভিত্তি অনুসরণ করতে হয়। একাধিক ভিত্তি অনুসরণ করলে পাব এ রকম উদ্ভট, অশুদ্ধ বিভাগ—ত্রিভুজ তিন রকম : সমবাহু, সদৃশকোণী ও সূক্ষ্মকোণী। এ বিভাগ অশুদ্ধ; এখানে দুটি বিভাজন ভিত্তি—কোণের মাত্রা ও বাহুর মাত্রা। এ বিভাগ উদ্ভট হাস্যকর, কেননা, এ বিভাগ অনুসারে, একই ত্রিভুজ একই সঙ্গে সমবাহুও হতে পারে সদৃশকোণীও হতে পারে, সূক্ষ্মকোণীও হতে পারে। পরে দেখব, এরকম বিভাগে যে দোষ তার নাম সাংকর্য দোষ।

১১.৭ "যৌক্তিক" বিশেষণটির তাৎপর্য

"যৌক্তিক" কেন?

"যৌক্তিক" কথাটির কী প্রয়োজন? "যৌক্তিক বিভাজন" ["যৌক্তিক বিভাগকরণ"]-এর পরিবর্তে শুধু

CENTRAL LIBRARY

"বিভাজন" ["বিভাগকরণ"] বললে কী ক্ষতি হত? উত্তর : "বিভাগ", "ভাগ", "বিভাজন"—এ কথাগুলি নানা অর্থে ব্যবহার করা হয়। যথা, বিভাগ বলতে গণিতের ভাগকরণ, কোনো কিছুকে, যেমন একটা কাঠিকে, টুকরো টুকরো করে কাটা বোঝায়, প্রদেশ বোঝায়, বণ্টন বোঝায়। স্পষ্টতই আমরা যে বিভাগের কথা বলতে যাচ্ছি তা এসব থেকে ভিন্ন। এসব অর্থ বা প্রক্রিয়া থেকে পৃথক করার জন্য, আমাদের আলোচ্য প্রক্রিয়াকে "যৌক্তিক বিভাজন", "যৌক্তিক বিভাগকরণ", "logical division" এসব আখ্যায় অভিহিত করা হয়।

১১.৮ যৌক্তিক বিভাজনের লক্ষণে "জাতি" ও "প্রজাতি"

ওপরে যা বলা হল তাই আর এক দিক থেকে বলছি। যৌক্তিক বিভাজনের যে লক্ষণ দেওয়া হয়েছে তাতে প্রযুক্ত দুটি শব্দ বিশেষভাবে লক্ষণীয়—জাতি ও প্রজাতি। লক্ষণবাক্যটি পুনরুক্তি করছি :

যৌক্তিক বিভাজন = কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলিকে পৃথক পৃথক করে দেখানো

এ লক্ষণ অনুসারে :

জাতিকে প্রজাতিতে বিশ্লেষণ করতে হয়, জাতিবাচক পদের বাচ্যই বিভাজ্য (dividendum) বলে গণ্য হতে পারে।

এখন যদি জাতিকে [প্রজাতিতে বিশ্লেষণ না করে] ব্যক্তিতে বিশ্লেষণ বা ভাগ করা হয়, মানে, যদি বলা হয় : অমুক জাতিতে আছে ঐ ঐ ব্যক্তি তাহলে পাব enumeration*, ব্যক্তি-উল্লেখ বা দৃষ্টান্তী-করণ। ধরা যাক, বলা হল মানুষ জাতিতে আছে : রাম, রহিম, শ্যামা, সাহিনা প্রভৃতি ব্যক্তি। এখানে পাচ্ছি ব্যক্তি-উল্লেখ। আর একটা উদাহরণ। ধরা যাক, বলা হল [এবং ধরা যাক, বস্তুত বাক্যটি সত্য] : মহাকবি বলতে এ পাঁচ জন: কালিদাস, মিলটন, সেক্সপিয়র, গ্যয়টে ও রবীন্দ্রনাথ। এখানে যে 'বিভাগ' তা আমাদের আলোচ্য যৌক্তিক বিভাগকরণ নয়। এটা হল নিছক ব্যক্তি-উল্লেখ (enumeration)।

যা বলা হল তার থেকে যৌক্তিক বিভাগকরণের লক্ষণের অন্তর্ভুক্ত "প্রজাতি"র গুরুত্ব বোঝা গেল। এবার "জাতি" কথাটি।

জাতিকে ভাগ না করে, ব্যক্তিকে ভাগ করলে যা পেতে পারি তা হল

অঙ্গবিভাগ (অঙ্গবিশ্লেষণ), Physical Division

গুণবিভাগ (গুণবিশ্লেষণ), Metaphysical Division

শব্দার্থবিভাগ (শব্দার্থ বিশ্লেষণ) Verbal Division

১১.৯ যৌক্তিক বিভাজন ও অঙ্গ বিভাগ

[আমরা জানি] যৌক্তিক বিভাজন হচ্ছে জাতির বিভাজন। কোনো জাতিকে কোন কোন প্রজাতিতে ভাগ করা যায় তা দেখানোই যৌক্তিক বিভাজন। অপরপক্ষে, কোনো ব্যক্তিকে এর বিশেষ বিশেষ অংশে, অঙ্গ প্রত্যঙ্গে, ভাগ করার—মানে, বিশ্লেষণ করার, নাম অঙ্গ বিভাগ [আঙ্গিক, আবয়বিক

* Division is to be distinguished from the setting forth of the individual objects belonging to a species, which is technically described as enumeration. —Keynes

CENTRAL LIBRARY

বিভাগ, physical division]। এ রকম বিভাগকে অংশন (partition)-ও বলা হয়। কেউ কেউ [যেমন, হোয়েট্‌লি] একে physical definition, আবয়বিক লক্ষণ, বলেও বর্ণনা করেন।*

উদাহরণ

বৃক্ষকে যদি মূল, কাণ্ড, শাখা, পত্র পুষ্প ইত্যাদিতে

ভাগ [বিশ্লেষণ] করা হয় তাহলে [যৌক্তিক বিভাগ পাব না] পাব অঙ্গবিভাগ। কিন্তু ধরা যাক, বলা হল : উদ্ভিদ দু রকম—সপুষ্পক ও অপুষ্পক [বা বর্ষজীবী ও চিরজীবী]; এ ক্ষেত্রে পাই যৌক্তিক বিভাগ।

অঙ্গবিভাগকরণ দু রকম রূপ পরিগ্রহ করতে পারে : কোনো ব্যক্তিকে

(১) সুনির্দিষ্ট অংশে ভাগ করা

(২) কোনো প্রকারের ব্যক্তিতে (any individual of a kind-এতে) ভাগ করা।

প্রথম প্রকারের উদাহরণ :

গ্রেট ব্রিটেনকে এ তিনভাগে ভাগ করা : ইংল্যাণ্ড, ওয়েলস্, স্কটল্যাণ্ড,

পশ্চিমবঙ্গকে—উত্তরবঙ্গে ও দক্ষিণবঙ্গে।

দ্বিতীয় প্রকারের উদাহরণ :

গাছকে ভাগ করা হল—মূল, কাণ্ড, শাখা ইত্যাদিতে

একটা কথা মনে রাখতে হবে। [অঙ্গ বিভাগের বেলাতেও] "বিভাগকরণ" মানে বিশ্লেষণ বা পার্থক্য প্রদর্শন, এর মানে ছেদন বা কর্তন নয়। যেমন, বৃক্ষকে মূল, কাণ্ড, শাখা, প্রশাখা ইত্যাদিতে ভাগ করা যায়—এ কথার অর্থ এই নয় যে [কুঠার বা অন্য কোনো অস্ত্র দিয়ে] গাছ কেটে টুকরো টুকরো করে দেখানো যায়। জাতি বিভাগের মত, এখানেও,

অঙ্গবিভাগের বেলায়ও, ভাগকরণ [বিভাজন] একটা মানসিক ক্রিয়া ('process of thought')।

এখানে "বিভাগ" মানে অঙ্গপ্রত্যঙ্গের উল্লেখ। তবে "বিভাজ্য" কোনো ব্যক্তি [যেমন, একটা ফুল] হলে তাকে অবশ্যই টুকরো টুকরো করে ছিঁড়ে ফেলা যায়। যেমন, এ ফুলটা ছিঁড়ে ছিঁড়ে বলতে পারি: দেখ এগুলি পাপড়ি, এগুলি রেণু, এটা গর্ভদণ্ড ইত্যাদি।

এখানে যৌক্তিক বিভাজনের সঙ্গে অঙ্গবিভাগের আর একটা পার্থক্য পেলাম

কোনো জাতিকে এভাবে ছেঁড়া, কাটা বা ভাঙা যায় না, কেননা, ওটা কোনো মূর্ত পদার্থ, জড় দ্রব্য, নয়।

একটা পার্থক্যের কথা ত আগেই বলা হয়েছে :

যৌক্তিক বিভাজন মাত্রই কোনো জাতির বিভাগকরণ।

১১.১০ জাতি-বিভাজন ও গুণ-বিশ্লেষণ

কোনো ব্যক্তির পরিচয় দেওয়া যায় এর অঙ্গ প্রত্যঙ্গ উল্লেখ করে। এ প্রক্রিয়াকে প্রাচীনরা এক প্রকার

* The division of an individual thing into its separate parts is called *physical division* or *physical definition* (Whately) or *partition*. —Keynes

CENTRAL LIBRARY

বিভাজন বলে উল্লেখ করেছেন, এবং এর নাম দিয়েছেন। ধরা যাক, কোনো বস্তুর, বা কোনো প্রকারের বস্তুর, পরিচয় দেওয়া হল [এর অংশের কথা না বলে] এর বিভিন্ন গুণ উল্লেখ করে।

কোনো বস্তুর গুণগুলির উল্লেখকরণকেও প্রাচীনরা এক প্রকার বিভাজন বলে বর্ণনা করেছেন এবং এর নাম দিয়েছেন metaphysical division.

বলতে পারি

> [Metaphysical division is] the mental division of a thing into its qualities.
>
> —Keynes

যেমন, ধরা যাক, শর্করার পরিচয় দিতে এর বর্ণ, স্বাদ, দ্রবণীয়তা, আকার [দানাকার , কণাকার]—এসব উল্লেখ করা হল। এ রকম গুণ উল্লেখের নাম metaphysical division, বাংলায়—গুণ-উল্লেখ।

এ রকম বিভাগকরণে বা বিশ্লেষণে আমরা

প্রজাতির বেলায় উল্লেখ করি : জাতি ও বিভেদক ধর্ম,

যেমন, মানুষের বেলায় : প্রাণিত্ব ও বুদ্ধিবৃত্তি

দ্রব্যের বেলায়-বিভিন্ন গুণ,

যেমন, শর্করার বেলায় : এর মিষ্টতা, শ্বেতত্ব ইত্যাদি

গুণের বেলায়-এর বিভিন্ন দিক বা মাত্রা,

যেমন, শব্দের (sound-এর) বেলায় পার্থক্য করি এর প্রবলতা (loudness) স্বরতীক্ষ্ণতা (pitch) ও উপস্বর (timbre)।*

স্পষ্টতই এ 'বিভাজন' অঙ্গবিভাগও নয়, যৌক্তিক বিভাজনও নয়। এটা অঙ্গ বিভাগ নয়, কেননা—যার অঙ্গ বিভাগ হতে পারে তাকে বস্তুত কেটে, ছিঁড়ে, ভেঙ্গে তার অংশগুলি দেখানো যায়। কিন্তু গুণ-বিশ্লেষণ হতে পারে মনে মনে—এবং 'অংশ'গুলি পৃথক করে দেখানো যায় না।

> A physical division can be actually made.....
> A metaphysical division, on the other hand, is only possible mentally.
>
> —Keynes

আবার, গুণ-বিশ্লেষণ যৌক্তিক বিশ্লেষণ বা যৌক্তিক বিভাজন নয়, কেননা এতে কোনো কিছু যেমন, প্রজাতি, বিশ্লেষণ করা হয় না [এতে পাই কেবল গুণগুলির উল্লেখ]।

[পাদটীকা লক্ষ করলে বোঝা যাবে: metaphysical division সম্পর্কে দুটো ভিন্ন মত।]

---

* আমরা উদাহরণ দিলাম যোসেফকে অনুসরণ করে। মনে হয়, কেইনস্ metaphysical division বলতে বোঝেন ব্যক্তির গুণ বিশ্লেষণ, মনে হয় তিনি যখন 'mental division of a thing'-এর কথা বলেন তখন 'thing' বলতে বোঝেন individual object। তাঁর দেওয়া উদাহরণগুলি লক্ষণীয় : We have an example when we enumerate the separate qualities of a watch, its size, accuracy, the material of which it is composed, or when we specify the size of a book, its thickness, its colour, the material of its binding, the quality of the paper of which its leaves are composed, and so on.

CENTRAL LIBRARY

(১) Metaphysical division এতে কোনো প্রকারের, বা কোনো প্রকারের ব্যক্তির, গুণের বর্ণনা দেওয়া যায়। [এটা যোসেফের মত],

(২) Metaphysical division-এতে কোনো ব্যক্তির গুণগুলি উল্লেখ করা হয়, [এটা কেইনস-এর মত]

১১.১১ জাতি-বিভাগ ও শব্দার্থ-বিভাগ

প্রাচীনরা কেউ কেউ শব্দার্থ বিভাগ বলে আর এক রকম বিভাগকরণের কথা বলেন।

শব্দার্থ বিভাগ হল অনেকার্থক শব্দের বিভিন্ন অর্থের উল্লেখ।

> [Verbal division is] the division of an ambiguous or equivalent term into its several significations. —Keynes

কেউ কেউ এ রকম বিভাগকে verbal distinction নামে অভিহিত করেন। [স্পষ্টতই শেষোক্ত নামটি অধিকতর যুক্তিসঙ্গত]

উদাহরণ

> "বেলা" কথাটির এ অর্থগুলির মধ্যে পার্থক্য করতে হয় : সময়, সমুদ্রতীর, মল্লিকা (বেলফুল) বেলন (পেষণ, যেমন রুটি বেলা)

বলা হবে এ ক্ষেত্রে verbal division, শব্দার্থবিভাগ, করা হল।

[আরও উদাহরণ চাইলে 'অজ', 'আম', 'কলা' ইত্যাদি যে কোনো অনেকার্থক শব্দ নিতে পার।]

এ বিভাগের বৈশিষ্ট্য : অন্য রকম বিভাগে বিভাজ্য হল কোনো অশাব্দ ব্যক্তি [অ-যৌক্তিক বিভাজনে], বা জাতি। কিন্তু এখানে বিভাজ্য হল কোনো অনেকার্থক শব্দ।

১১.১২ অন্যরূপ বিভাগ থেকে যৌক্তিক বিভাজনকে পৃথক করার মানদণ্ড

কোনো বিভাগকরণ যৌক্তিক বিভাজন বলে গণ্য কিনা তা নির্ণয় করার একটা সহজ উপায় আছে। এ উপায় বা মানদণ্ডটি এভাবে ব্যক্ত করতে পারি।

> যদি বিভাজ্য জাতিটির নাম প্রত্যেকটি ভাগের [membra dividentia-এর] বেলায় প্রয়োগ করা যায় তাহলে বিভাগটি যৌক্তিক বিভাগ, নতুবা নয়।

এ মানদণ্ডটি এভাবেও ব্যক্ত করতে পারি

> যে বিভাগকরণের বেলায় বলা যায় এ আকারের কথা :
> অমুক [বিভাজ্য] এত প্রকার তা যৌক্তিক বিভাজন

বা এভাবে

> যে বিভাগকরণের প্রত্যেকটি ভাগের অন্তর্গত ব্যক্তি সম্বন্ধে এ আকারের উক্তি করা যায়:
> এটি একটি — [ড্যাসের জায়গায় বসবে বিভাজ্যের নাম]
> তা যৌক্তিক বিভাজন।

ধর, ভারতীয়দের ভাগ করা হল : বাঙালী, বিহারী, অসমীয়া ইত্যাদি শ্রেণীতে। এক্ষেত্রে বলা যাবে:

CENTRAL LIBRARY

বাঙালী ভারতীয়, বিহারীরা ভারতীয়, রবীন্দ্রনাথ [যে বাঙালী] ভারতীয় [বা ভারতীয়রা মোটি এত প্রকার : বাঙালী, বিহারী.....]। কিন্তু গুণবিশ্লেষণে এ রকম বিধেয় আরোপ [বিভাজ্যকে বিধেয় করা] সম্ভব নয়, কাজেই গুণ বিশ্লেষণ যৌক্তিক বিভাজন নয়। নয়, কেননা [আবার বলি] এ ক্ষেত্রে বিভাজ্যের নাম ভাগগুলি সম্পর্কে প্রয়োগ করা যায় না। বরং উল্টো কথা বলা যায়

ভাগের নাম [কিছু বৈয়াকরণ পরিবর্তন করে] বিভাজ্য সম্পর্কে প্রয়োগ করা যায়, যেমন বলা যায় শর্করা হল শ্বেত [বর্ণ],

> the parts [in case of metaphysical division] can be predicated (paronymously*, to use the Aristotelian expression, or attributively) of the whole e.g. whiteness, sweetness: etc. can each be predicated of sugar, in saying that sugar is white, is sweet.

অঙ্গবিভাগের বেলায় বিভাজ্য আর ভাগ—এদের কোনোটির নাম কোনোটি সম্পর্কে প্রয়োগ করা যায় না। বিভাজ্যের নাম ভাগ সম্পর্কে প্রয়োগ করা যায় না; যেমন, বলা যায় না—কাণ্ড হল বৃক্ষ, শাখা হল বৃক্ষ। আর ভাগগুলির নামও বিভাজ্য সম্পর্কে প্রয়োগ করা যায় না; যেমন, বলা যায় না—বৃক্ষ হল কাণ্ড, বৃক্ষ হল শাখা। কাজেই উক্ত মানদণ্ড অনুসারে অঙ্গবিভাগ যৌক্তিক বিভাগ বলে গণ্য হতে পারে না।

১১.১৩ কয়েকটি পারিভাষিক শব্দ

Cognate /Coordinate Species, সজাতীয় প্রজাতি

কোনো জাতিকে যেসব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় সে প্রজাতিগুলির একটিকে অন্যটির সজাতীয় [বা সবর্ণ] প্রজাতি, cognate বা coordinate species বলে। যেমন, সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ—এরা পরস্পরের সজাতীয় প্রজাতি; কিন্তু সমবাহু ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ বিজাতীয়। আবার, কোনো জাতিকে যেসব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় তাদের বলে ঐ জাতিটির আত্মজ প্রজাতি, *membra dividentia* বা constituent species।

> [*Membra dividentia*-এর বাংলা করতে পারি "ভুক্ত শ্রেণী", আর "*totum divisum*" এর "ভোক্তা শ্রেণী"।]

Subalterm genera, Proximate genus / species. মধ্যবর্তী জাতি, নিকটতম জাতি/প্রজাতি

কোনো জাতিকে ভাগ করে যে প্রজাতিগুলি পাওয়া যায় তাদের আবার [অন্য বিভাগভিত্তি অনুসারে] ভাগ করা যায়। দ্বিতীয় বার ভাগ করলে যে প্রজাতিগুলি [শ্রেণীগুলি] পাওয়া যায় [অন্য একটি বিভাগ

---

* Paronymously = derivatively। যোসেফ্ আরিস্টটলের লেখায় যে গ্রীক শব্দের তর্জমা করেছেন 'paronymously', রস্- সম্পাদিত আরিস্টটল রচনাবলী, অক্সফোর্ড সংস্করণে তার প্রতিশব্দ হল "derivatively"। প্রাসঙ্গিক অংশটি এখানে তুলে দিলাম : Things are said to be named 'derivatively', which derive their name from some other name but differ from it in termination. Thus the grammarian derives his name from the word 'grammar', and the courageous man from the word 'courage'.— Categoriae 1*12

CENTRAL LIBRARY

ভিত্তি অনুসারে] তাদের আবার ভাগ করা যায়। এভাবে আমরা ক্রমশ আরও এগিয়ে যেতে পারি। এ রকম বিভাজনকে বলে ক্রমিক বিভাজন (continued division)।

উদাহরণ



ক্রমিক বিভাজনে মধ্যবর্তী পর্বের জাতি বা প্রজাতিকে—যেগুলি কোনো জাতির প্রজাতি, আবার যুগপৎ কোনো প্রজাতির জাতি, তাদের—বলে মধ্যবর্তী জাতি, মধ্যমান জাতি, বা subaltern genera*।

উক্ত ক্রমিক বিভাগটি দেখলে সহজেই বোঝা যায় [নিচের দিক থেকে ওপরের দিকে যাও] যে, সমবাহু ত্রিভুজ, ত্রিভুজ সরলরৈখিক ক্ষেত্র—এ তিনটি শ্রেণীর প্রত্যেকটি সমতল-ক্ষেত্র-জাতির প্রজাতি। আবার [ওপরের দিক থেকে নিচের দিকে যাও] সমতল ক্ষেত্র, সরলরৈখিক ক্ষেত্র, ত্রিভুজ—এ শ্রেণী তিনটির প্রত্যেকটি সমবাহু-ত্রিভুজ প্রজাতিটির জাতি। এ রকম ক্রমিক বিভাজনে কোনো শ্রেণীর সব চেয়ে ছোট জাতিটিকে বলে ঐ শ্রেণীর সাক্ষাৎ জাতি, বা নিকটতম বা ক্ষুদ্রতম জাতি, proximate genus [ঠিক পূর্ববর্তী পর্যায়ের জাতি]। আর কোনো শ্রেণীর সব চেয়ে বড় প্রজাতিকে বলে ঐ শ্রেণীর সাক্ষাৎ প্রজাতি, নিকটতম বা বৃহত্তম প্রজাতি, proximate species [ঠিক পরবর্তী পর্যায়ের প্রজাতি]।

এ প্রসঙ্গে superordinate, subordinate ও co-ordinate—এ কথাগুলি প্রয়োগ করা হয়। যথা, উক্ত উদাহরণে ত্রিভুজের superordinate বা সাক্ষাৎ জাতি হল : সরল রৈখিক ক্ষেত্র, subordinate বা সাক্ষাৎ প্রজাতি হল : সমবাহু ত্রিভুজ [সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ও বিষমবাহু ত্রিভুজ]। আর সমবাহু ত্রিভুজের co-ordinate species বা সজাতীয় প্রজাতি হল : সমবাহু ত্রিভুজ ও বিষমবাহু ত্রিভুজ।

Summum Genus, Infima species
গরিষ্ঠ জাতি, লঘিষ্ঠ প্রজাতি

Summum genus ও infima species সম্পর্কে দুটি ভিন্ন মত। যোসেফ এমন লক্ষণ [দুর্বল বা উদার লক্ষণ] দিয়েছেন যা দুটি মত সম্পর্কেই খাটে। যোসেফ বলেছেন

> the species with which a division stops are called infimae species; the genus with which its starts, the summum genus...

* এটা 'genus'- এর বহুবচন

CENTRAL LIBRARY

আমরা এভাবে এদের লক্ষণ দিতে পারি

যে প্রজাতিকে কোনো ক্ষুদ্রতর প্রজাতিতে ভাগ করা যায় না, বা ভাগ করা হয় নি, তাকে বলে লঘিষ্ঠ প্রজাতি, আর

যে জাতিতে অন্য বৃহত্তর জাতির অন্তর্ভুক্ত করা যায় না, বা করা হয় নি, তাকে বলে গরিষ্ঠ জাতি।

১১.১৪ টীকা ১ : গরিষ্ঠ জাতি ও লঘিষ্ঠ প্রজাতি

"গরিষ্ঠ জাতি" ও "লঘিষ্ঠ প্রজাতি"—এ কথাগুলি দ্ব্যর্থক। প্রথমে লঘিষ্ঠ প্রজাতির কথা। একটি প্রয়োগ অনুসারে লঘিষ্ঠ প্রজাতি হল এমন প্রজাতি, যা আর ভাগ করা যায় না—যা বিভাজনের শেষ সীমান্ত। এ প্রয়োগ [বা মত] অনুসারে বিভাজন প্রক্রিয়া কোথায় শেষ হবে, এটা যেন প্রকৃতিই নির্ণয় করে দেয় [আমাদের ইচ্ছার বা লক্ষ্যের ওপর নির্ভর করে না]। এ মতে "প্রজাতি" আপেক্ষিক কথা নয়, প্রজাতি স্থির অপরিবর্তনীয়, লঘিষ্ঠ প্রজাতি কোনটি তা প্রকৃতি-নির্ধারিত। যোসেফের কথায়

> According to one doctrine nature has determined where division should stop, and infimae species, are fixed by nature...

আর এক মতে, লঘিষ্ঠ প্রজাতি হল কোনো [যেকোনো] ক্রমিক বিভাজনের সর্বশেষ পর্ব [যেমন, উক্ত বিভাজনে — সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ—এসব]। এ মতে, কোনটি লঘিষ্ঠ প্রজাতি তা নির্ভর করে কোথায় থামলে আমাদের উদ্দেশ্যসিদ্ধি হয়, বা কোথায় থামা সুবিধাজনক মনে করছি, তার ওপর। [উদ্ধৃত বাক্যের শেষাংশ]

> according to the other, they are fixed by us with reference to our purpose and convenience.

মনে হয়, যোসেফ "infima species" [লঘিষ্ঠ প্রজাতি] কথাটি এ অর্থে নিয়েছেন, কেননা [আমরা আগেই বলেছি] তিনি infima species-এর লক্ষণ দিয়েছেন এ কথা বলে

> The species with which a division stops are called infimae species*

"গরিষ্ঠ জাতি" ও উক্ত দু রকম অর্থে প্রয়োগ করা হয়। এক অর্থে "গরিষ্ঠ জাতি" ["পরজাতি"] মানে এমন শ্রেণী যার থেকে বৃহত্তর শ্রেণী কল্পনা করা যায় না, সব কিছু যার অন্তর্ভুক্ত—যা অন্য কোনো শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত নয়। যেমন,

> Being, Thing, পদার্থ, বস্তু

—এসব হল, এ মতে, গরিষ্ঠ জাতি।

কথাটি আর এক অর্থে প্রয়োগ করা হয়। এ অর্থে যে কোনো ক্রমিক বিভাজনে, যে জাতি থেকে বিভাজন শুরু হয় তাই গরিষ্ঠ জাতি, যেমন উক্ত উদাহরণে সমতল ক্ষেত্র হল গরিষ্ঠ জাতি। মনে হয়, যোসেফ কথাটি এ অর্থেই নিয়েছেন, কেননা [আমরা আগেই বলেছি] তিনি বলেন [উক্ত বাক্যের শেষাংশ] the genus with which it [division] starts [is] the summum genus।

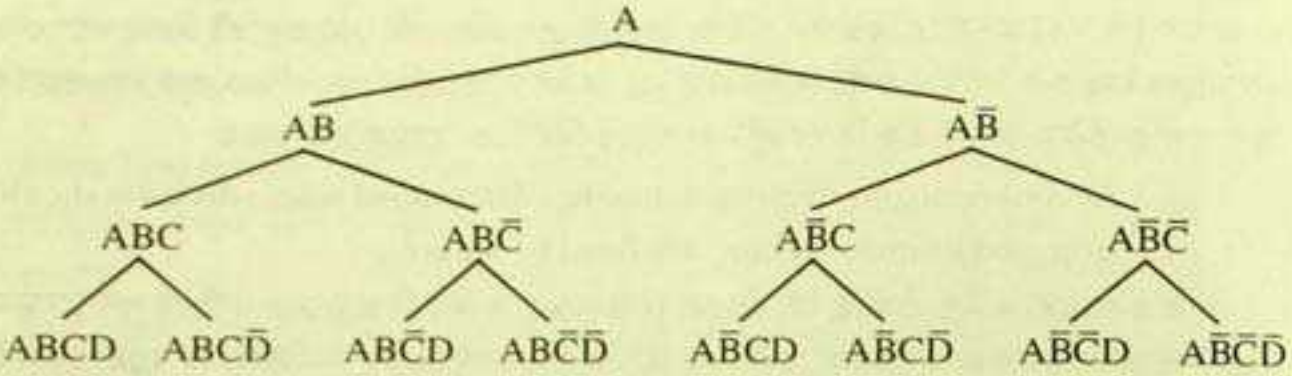
---

* 'species' —এক বচনে ও বহুবচনে একই রূপ।

CENTRAL LIBRARY

কোন শ্রেণীটি জাতি, কোনটি প্রজাতি তা যদি আমাদের বিভাজনের লক্ষ্য ও প্রয়োজনের ওপর নির্ভর করে, মনে হয়, তাহলে বলতে হবে : লঘিষ্ঠ প্রজাতি বা শ্রেণী বলে কিছু নেই [বা পাওয়া সহজ নয়]। কেননা যে কোনো শ্রেণীকে [ঐ-শ্রেণীতে-থাকতে-পারে-এমন কোনো গুণের অস্তিত্ব বা অভাব অনুসারে] ক্ষুদ্রতর শ্রেণীতে ভাগ করা যায়; যায়, কেননা গুণ বা ধর্মই শ্রেণীর নিয়ামক, এবং কোনো কিছুতে যত বেশী ধর্ম—মানে, ধর্মের সংযোগ, সহগামিতা খুঁজব বা আরোপ করব তত ক্ষুদ্রতর শ্রেণী পাব। নিম্নোক্ত বিভাগের* ছকটি লক্ষ করলে, এ উক্তির যাথার্থ্য বোঝা যাবে।

[এখানে মাত্রাহীন অক্ষর বোঝাচ্ছে কোনো সদর্থক শ্রেণী বা গুণের অস্তিত্ব, আর মাত্রা-দেওয়া অক্ষর বোঝাচ্ছে প্রাসঙ্গিক নঞর্থক শ্রেণী বা গুণের অভাব।]



উদাহরণ

মানুষ → বাঙালী—অবাঙালী, বাঙালী → ফর্সা—কাল, ফর্সা (বাঙালী) → লম্বা—বেঁটে, লম্বা [ফর্সা বাঙালী] → সাক্ষর—নিরক্ষর,.....

এখানে সর্বশেষ সদর্থক শ্রেণীটির নিয়ামক ধর্ম : A (মানুষত্ব), B (বাঙালিত্ব), C (ফর্সা-হওয়া), আর D (সাক্ষর হওয়া)।

কিন্তু বিভাজনের লক্ষ্য বা প্রয়োজন যাই হোক না কেন, এ কথা মানতে হবে — এমন জাতি বা প্রত্যয় আছে যা অনপেক্ষভাবে, স্বতঃই, গরিষ্ঠ, পর, পরম বা চরম, summum genus : Thing, Being, পদার্থ, বস্তু ["বস্তু"র ব্যাপকতম অর্থে]—এ রকম জাতি।

আমরা দেখলাম

এমন প্রজাতি [infima species] নেই বা পাওয়া শক্ত, যা আর ভাগ করা যায় না

কিন্তু

এমন জাতি [summum genus] আছে যাকে অন্য কোনো বৃহত্তর শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা যায় না।

১১.১৫ টীকা ২

একটা কথা মনে রাখতে হবে। যুক্তিবিজ্ঞানে 'জাতি' ও 'প্রজাতি' কথা দুটি যে অর্থে ব্যবহৃত হয় অন্য শ্রেণীকরণমূলক বিজ্ঞানে, যেমন জীববিজ্ঞানে, সে অর্থে ব্যবহৃত হয় না। যুক্তিবিজ্ঞানে যে কোনো

* পরে দেখব, এ রকম বিভাগকে বলে দ্বিকোটিক বিভাগ।

CENTRAL LIBRARY

বৃহত্তর বা অন্তর্ভুক্তকারী শ্রেণীকে জাতি এবং অন্তর্ভুক্ত শ্রেণীকে প্রজাতি বলা হয়—এখানে 'জাতি' 'প্রজাতি' আপেক্ষিক, এমন হতে পারে একই শ্রেণী কোনো জাতির প্রজাতি, আবার কোনো প্রজাতির জাতি, যেমন, উক্ত ছকে AB হল A-এর প্রজাতি, কিন্তু ABC-এর জাতি। কিন্তু জীববিজ্ঞান কোনগুলি জাতি কোনগুলি প্রজাতি তা সুনির্দিষ্ট, এবং বৃহৎ ও ক্ষুদ্র শ্রেণীগুলি পর্যায় ক্রম অনুসারে বিভিন্ন নামে চিহ্নিত। যথা, প্রথমে জগৎ (kingdom), যথা জীবজগৎ; তার পরবর্তী শ্রেণীতে উপজগৎ (sub-kingdom) যথা, মেরুদণ্ডী; এবং তার থেকে ক্ষুদ্রতর শ্রেণীকে "শ্রেণী" (class) বলে, যথা, স্তন্যপায়ী। এবং ক্রম অনুসারে পরবর্তী শ্রেণীগুলি হল : উপশ্রেণী (sub-class) → বিভাগ (division) → বর্গ (order) → উপবর্গ (section) → জাতি (genus) → প্রজাতি (species) → প্রকার (variety)।

১১.১৬ বিভাজন, প্রত্যয় ও ব্যক্তি

গুরুত্ব দেখাবার জন্য একটা কথার পুনরাবৃত্তি করছি। যৌক্তিক বিভাজনের কাজ হল সামান্য বা প্রত্যয় বিশ্লেষণ।

> [Division] deals entirely (like the doctrine of Predicables) with concepts or universals. —Joseph

কোনো জাতিকে ভাগ করা হয় কতকগুলি প্রজাতিতে, প্রকারে। জাতিটি যেমন একটা প্রত্যয়, তেমনি প্রকারগুলিও প্রত্যয় বা সামান্য—আরও ক্ষুদ্র, সংকীর্ণ বা আরও সুনির্দিষ্ট সামান্য। বলা হয়, ক্রমিক বিভাজনে আমরা এমন কোনো সামান্যে পৌঁছাই, সংকীর্ণতম প্রজাতিতে পৌঁছাই, যাকে আর ভাগ করা যায় না। এর নাম দেওয়া হয়েছে infimae species। বলা হয়েছে

> The division of it [genus] stops with infimae *species* and never proceeds to the *enumeration of individuals* .... —Joseph

এখানে infima species = বিভাজনের সর্বশেষ প্রকার। উদ্ধৃত বাক্যের শেষাংশ খুব গুরুত্বপূর্ণ। কেননা, যাকে infima species বলা হচ্ছে তাকে যদি কতকগুলি ব্যক্তিতে, a, b, c ইত্যাদিতে ভাগ করা যেত তাহলে কোনো বিভাজন ভিত্তি দেখাতে হত—তার মানে ব্যক্তিগুলির মধ্যে, যেমন a b-এর, b c-এর মধ্যে, কোনো বিভেদক ধর্ম দেখাতে হত। কোনো জাতিকে ক্ষুদ্রতর জাতিতে [প্রজাতিতে] বিভাগ করার বেলায় বিভেদক ধর্ম দেখানো যায় [দেখাতে হয়]—বস্তুত বিভেদক ধর্মের বা কোনো বিভাজন ভিত্তির ওপর নির্ভর করেই ভাগ করা হয়। যেমন, সমবাহু ত্রিভুজ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ, বিষমবাহু ত্রিভুজ—এসব ভিন্ন, বাহুর সমতার দিক থেকে। কিন্তু কোনো প্রজাতির অন্তর্গত ব্যক্তি—যথা, মানুষ প্রজাতির অন্তর্গত দুটি ব্যক্তির, যেমন, রাম শ্যামের, যে ভেদ তা অসংখ্য, অগণ্য; বলা যায় না ঐ [বা ঐ ঐ] ধর্ম থাকার দরুন [ঐ বিভেদকের দরুন বা ঐ বিভাজন ভিত্তি অনুসারে] রাম শ্যাম থেকে ভিন্ন। যোসেফের কথায় :

> individuals of any species are in fact distinguished from each other by the coincidence of innumerable attributes ... —Joseph

১১.১৭ "বিভাজন", "যৌক্তিক বিভাজন"

আমরা দেখেছি, "বিভাগ" কথাটি অনেকার্থক। গুণবিশ্লেষণ, অঙ্গবিশ্লেষণ, শব্দার্থ পৃথকীকরণ—এসবের

CENTRAL LIBRARY

বেলায়ও "বিভাগ", "বিভাগকরণ", "division" প্রয়োগ করা হয়। এসব প্রক্রিয়া থেকে পৃথক করার জন্যই আমাদের আলোচ্য প্রক্রিয়াটির নাম দেওয়া হয় যৌক্তিক বিভাজন। এটাই "যৌক্তিক" কথাটি প্রয়োগের সার্থকতা। কিন্তু আমরা জানি, গুণবিশ্লেষণ অঙ্গবিশ্লেষণ এসব যুক্তিবৈজ্ঞানিক পদ্ধতি নয়। যুক্তিবিজ্ঞানে এদের স্থান নেই; যুক্তিবিজ্ঞানে "বিভাগকরণ" বলতে এসব বোঝায় না। বোঝায় সম্পূর্ণ ভিন্ন প্রক্রিয়া—জাতির অন্তর্গত প্রজাতির উল্লেখ।

এ কথাটা যদি মনে রাখি, যদি মনে রাখি যুক্তিবিজ্ঞানে বিভাজন বলতে যৌক্তিক বিভাজনই বোঝায়, তাহলে 'যৌক্তিক বিভাজন' কথাটির পরিবর্তে সংক্ষেপে কেবল "বিভাজন" লিখলেও ক্ষতি নেই

> In logic, if Division is spoken of without any qualification, Logical Division is meant.... —Joseph

কাজেই এখন থেকে আমরা logical division বোঝাতে 'বিভাজন' কথাটি ব্যবহার করব [তবে 'যৌক্তিক বিভাজন' কখনও প্রয়োগ করব না—এমন নয়]।

১১.১৮ বিভাজনের নিয়ম

১. বিভাজনকে হতে হবে সর্বগ্রাহী (exhaustive)

মানে, যা যা* বিভাজ্যের অন্তর্গত তার প্রত্যেকটিকে হতে হবে এর আশ্বজ প্রজাতিগুলির** কোনো না কোনোটির অন্তর্ভুক্ত।

এ নিয়মটি এভাবেও ব্যক্ত করতে পারি

যদি X-কে A, B, C-এতে ভাগ করা হয় তাহলে এমন হতে হবে যে ***

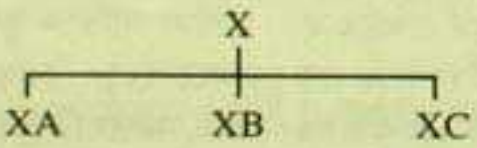
Every X is A or B or C

$X = A + B + C$

বা $X = A \cup B \cup C$

অথবা এভাবে

যদি X-কে এভাবে ভাগ করা হয়



তাহলে এমন হতে হবে যে

$X \sim (A \cup B \cup C) = \Lambda$

$XA \cup XB \cup XC = X$

---

* মানে, যে যে শ্রেণী

** = constituent species[পৃঃ২৯৭] = বিভাগ-করে-পাওয়া প্রজাতি

*** এ রকম ক্ষেত্রে, "এমন হতে হবে যে—"-এর জায়গায় পড়তে পার : বিভাজন নির্ভুল হবে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে—

CENTRAL LIBRARY

এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে বিভাজন হয় অব্যাপক (too narrow) বা অসম্পূর্ণ (incomplete); অথবা অতিব্যাপক (too wide)।

বিভাজ্য জাতির অন্তর্ভুক্ত কোনো প্রজাতি বাদ পড়লে পাব অসম্পূর্ণ বা অব্যাপক বিভাগ। যথা, ধরা যাক, ধর্ম অনুসারে, মানুষকে ভাগ করা হল এ তিন ভাগে—হিন্দু, মুসলমান, খৃষ্টান। এটা অব্যাপক, কেননা, জৈন, বৌদ্ধ, আরও বহু ধর্মবলম্বীর কথা এখানে বাদ গেল।

আর বিভাজ্য-জাতির-অন্তর্গত-নয়- এমন কোনো শ্রেণী যদি কোনো বিভাজনে ভুক্ত শ্রেণী (membra dividentia) বলে উল্লেখ করা হয় তাহলে পাব too wide বা অতিব্যাপক বিভাজন। যেমন, ধরা যাক, ধর্ম অনুসারে মানুষকে হিন্দু, মুসলমান, খৃষ্টান, বৌদ্ধ, মার্ক্সবাদী, অদ্বৈতবাদী—এ কয়ভাগে ভাগ করা হল। এ বিভাজন অতিব্যাপক কেননা মার্ক্সবাদ, অদ্বৈতবাদ—এসব ধর্ম নয় [এ বিভাজন আবার অব্যাপকও বটে, কেননা এতে সব ধর্মাবলম্বীর উল্লেখ নেই]।

মন্তব্য

এ নিয়মের গুরুত্ব ও প্রয়োজন সহজবোধ্য। বিভাজনে আমাদের কাজ হল কোনো জাতির অন্তর্ভুক্ত সব প্রজাতির পরিচয় দেওয়া, এদের সবগুলি সুবিন্যস্তভাবে দেখানো। এখন, যদি কোনো প্রজাতি বাদ পড়ে যায় তাহলে এ উদ্দেশ্যই ব্যর্থ হবে। যোসেফের দেওয়া উদাহরণ। ধরা যাক, সরকার আয়কর প্রবর্তন করল—যাদের মাসিক আয় ৫ হাজার টাকা তাদের আয়কর দিতে হবে এবং এ মর্মে বলা হল চাকরি, ব্যবসা করে, বিনোদনের ব্যবস্থা করে [সার্কাস, থিয়েটার, সিনেমা ইত্যাদি] করে ও বাড়ি ভাড়া দিয়ে যারা ৫ হাজার টাকা আয় করে তাদের আয়কর দিতে হবে। এ বিভাজন অসম্পূর্ণ। যে ব্যক্তি নিজের বাড়িতে বাস করে, সে ঐ বাড়ি ভাড়া দিলে [ধর] অনেক বেশি টাকা [৫ হাজার বা তার অনেক বেশি] মাসে আয় করত। তারও আয়কর দেবার কথা—সে ঐ বাড়ি ভাড়া দিলে যে টাকা পেত তাই তার আয়। এখন, ঐ আইনে যদি নিজের, বাড়িতে-বাস-করা লোকের উল্লেখ না থাকে তাহলে বলতে হবে, আইনটি ত্রুটিপূর্ণ। এ রকম লোক আইনের ফাঁক দিয়ে বেরিয়ে যাবে, সরকারকে ফাঁকি দিতে পারবে। এজন্য দরকার সব সম্ভাব্য করদাতা-প্রজাতিগুলি স্পষ্ট করে উল্লেখ করা। আমাদের উদাহরণের পেছনে যে বিভাজন, দেখা গেল, তা অসম্পূর্ণ।

[আমাদের মন্তব্য]

উক্ত মন্তব্য যোসেফের। এবার যোসেফের দেওয়া নিয়ম সম্পর্কে আমাদের মন্তব্য। যোসেফ প্রথম নিয়মটি ব্যক্ত করেছেন এভাবে [ক্রমিক সংখ্যা আমাদের দেওয়া]

A division must be exhaustive.....[1.1]

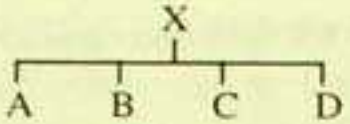
তিনি বলেন :

This rule may also be expressed by saying that

the constituent species must be together equal to the 'totum divisum' [1.2]

[1.1] আর [1.2] কিন্তু অভিন্ন নয়—একটিতে সর্বগ্রাহিতার কথা বলা হয়, অন্যটি সমানতার কথা। ধরা যাক, X তিন প্রকার : A, B, C, আরও ধরা যাক [ভুল করে] X-কে এভাবে ভাগ করা হল

CENTRAL LIBRARY



তাহলে [1.1] লঙ্ঘন করা হল না—যাই X তাই A, B, C—এ প্রজাতিগুলির কোনো না কোনোটির অন্তর্ভুক্ত; মানে, এ বিভাজন exhaustive, সর্বগ্রাহী। কিন্তু এ রকম [ভ্রান্ত] বিভাজন করলে লঙ্ঘন করা হয় [1.2] কেননা, এখানে বলা যায় না

$$A \cup B \cup C \cup D = X$$

বলতে হবে

$$A \cup B \cup C \cup D = X + D$$

যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে নিয়ম ১-এর অন্তর্ভুক্ত প্রথম বাক্যটির [1.1-এর] কোনো দরকার ছিল না। শুধু তাই নয়। ওটা বিভ্রান্তিকরও। কেননা, ঐ বাক্যটি আর দ্বিতীয়টি একার্থক—এ কথা বললে এ ভ্রান্ত ধারণা হয় যে, বিভাজন exhaustive হলেই এমন হবে যে

totum divisum = the sum of membra dividentia

আমরা দেখেছি, তা কিন্তু হয় না।

যোসেফকে অনুসরণ করতে না হলে প্রথম নিয়মটি আমরা এভাবে ব্যক্ত করতাম

> যে সব প্রজাতিতে বিভাজ্যকে ভাগ করা হয় সেগুলির সমষ্টিকে হতে হবে বিভাজ্যের সমমান, সমব্যাপক।

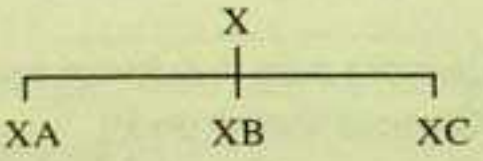
২. বিভাজ্যকে যেসব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় সেগুলিকে হতে হবে পরস্পরের বিসংবাদী।

এ নিয়মের বক্তব্য

কোনো শ্রেণী X-কে যদি A, B, C-তে ভাগ করি তাহলে এমন হতে হবে যে

$$A \cap B = \Lambda,\ A \cap C = \Lambda,\ B \cap C = \Lambda$$

কথাটা এভাবেও বলা যায়। ধরা যাক, X-কে ভাগ করা হয়েছে এভাবে



এ বিভাজনকে নির্ভুল হতে হলে এমন হতে হবে যে নিম্নোক্ত বাক্যগুলি সত্য

No XA is B or C	$[XA \cap (B \cup C) = \Lambda]$
No XB is A or C	$[XB \cap (A \cup C) = \Lambda]$
No XC is A or B	$[XC \cap (A \cup B) = \Lambda]$

এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে যে দোষ হয় তার নাম উভয়বৃত্তি বা অন্যোন্যবৃত্তি দোষ। আর এ দোষে দুষ্ট বিভাজনকে বলে overlapping division বা অন্যোন্যগম বিভাজন।

CENTRAL LIBRARY

এ নিয়ম লঙ্ঘিত হতে পারে দুভাবে—

(i) কোনো জাতি ও এর অন্তর্ভুক্ত কোনো প্রজাতিকে, বা বিভাজনের বিভিন্ন পর্বের প্রজাতিকে, সজাতীয় প্রজাতি হিসাবে দেখালে এ নিয়ম লঙ্ঘন করা হয়।

যথা, যদি সমতল ক্ষেত্রকে—ত্রিভুজ ও সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে ভাগ করি

বা বস্তুকে—দেহী, প্রাণী, মানুষেতে ভাগ করি

তাহলে উক্ত নিয়ম লঙ্ঘন করা হবে, এবং বিভাজন দুষ্ট হবে—এ রকম বিভাজনে প্রজাতিগুলি বিসংবাদী নয়।

Samuel Johnson* থেকে একটা মজার উদাহরণ। তিনি রসিকতা করে বলেছিলেন টুইড নদীর উত্তরপারের লোকেরা দু রকম : তারা হয় Scotchman অথবা Damned Scotchman। আর ইংরেজি প্রবচন 'fish, flesh, fowl and good red herring' ত এ দোষের classical দৃষ্টান্ত।

(ii) যদি একাধিক বিভাজন ভিত্তি অনুসরণ করা হয় তাহলেও এ নিয়ম লঙ্ঘন করা হয়। যেমন, ধর বলা হল ত্রিভুজ দু রকম : সমবাহু ও সদৃশকোণী। এখানে আলোচ্য নিয়ম লঙ্ঘন করা হল। লক্ষণীয়, এ প্রজাতি দুটি বিসংবাদী নয়। [এ বিচ্যুতির কথা আরও বিশদভাবে বলা হয়েছে তৃতীয় নিয়মে।]

মন্তব্য

দ্বিতীয় নিয়মটি লঙ্ঘন করলে যা পাব তা আসলে বিভাজন বলেই গণ্য নয়; কেননা বিভাজন বলতে বোঝায়—জাতিকে বিসংবাদী প্রজাতিতে বিশ্লেষণ করা, বস্তুত প্রথম নিয়মটিও, দ্বিতীয়টির মত, বিভাজনের লক্ষণ থেকে নিঃসৃত হয়।

লক্ষণগত নিয়ম

এজন্য কেউ কেউ বলেছেন : এ তথাকথিত "নিয়ম" দুটি নিয়ম বলে গণ্য নয়; এগুলি আসলে বিভাজনের লক্ষণের ব্যাখ্যা—এগুলি যুক্ত করে উল্লেখ করলে বলা হয় যৌক্তিক বিভাজন কাকে বলে। তার মানে, প্রথম দুটি 'নিয়ম' দিয়ে বিভাজনের লক্ষণ দেওয়া হয় এভাবে

> বিভাজন হল এমন প্রক্রিয়া যাতে কোনো [বিভাজ্য] জাতিকে এমন প্রজাতিতে ভাগ [বিশ্লেষণ] করা হয় যেগুলি বিসংবাদী এবং যাদের যোগফল বিভাজ্যের সমান।

কিন্তু আমরা প্রথম ও দ্বিতীয় নিয়মকে নিয়ম বলেই মেনে নেব, তবে বলব এগুলি লক্ষণগত নিয়ম (defining rules)। শুধু তাই নয়। আমরা বলব :

এগুলি বিভাজনের মুখ্য নিয়ম ('fundamental rules of division')। আরও বলতে পারি বিভাজনের লক্ষণ থেকে পাই এ মূল "নিয়ম"টি

বিভাজ্যকে হতে হবে কোনো জাতি বা প্রজাতি

—এ "নিয়ম" লঙ্ঘন করলে যৌক্তিক বিভাজন পাব না, পাব অঙ্গবিশ্লেষণ, গুণবিশ্লেষণ [বা শব্দার্থ বিশ্লেষণ]

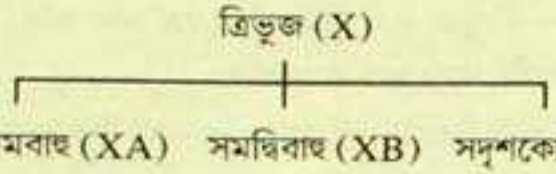
---

* Known as Dr. Johnson, 1709-1784, English writer, lexicographer, critic.....Webster's New Biographical Dictionary

CENTRAL LIBRARY

মন্তব্য

দ্বিতীয় নিয়মটি [প্রথমটিও] মানলেও বিভাজন ভ্রান্ত হতে পারে। ধরা যাক, ত্রিভুজকে এভাবে ভাগ করা হল :



এখানে উক্ত নিয়ম দুটির কোনোটি বিশেষত দ্বিতীয়টি লঙ্ঘন করা হয় নি : এ প্রজাতিগুলি বিসংবাদী, এবং $X = XA + XB + XC$। কিন্তু এ বিভাজন দুষ্ট। কেননা এখানে দুটি ভিন্ন বিভাজন ভিত্তি প্রয়োগ করা হয়েছে : বাহুর সমতা—অসমতা, আর কোণের সমতা—অসমতা। এ রকম বিভাগ বারণ করতে হলে দরকার নিম্নোক্ত নিয়মটি

৩. প্রত্যেক বিভাজনে* একটিমাত্র বিভাজন ভিত্তি থাকতে হবে।

এ কথার মানে

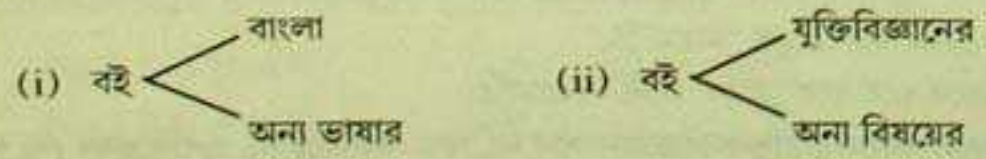
> কোনো একটি মাত্র দিক থেকে—একটি মাত্র ধর্মের অস্তিত্ব অভাব বা মাত্রার তারতম্য বিচার করে—বিভাজন করতে হবে।

এ নিয়ম অনুসরণ করে চললে কোনো দুটি (সমজাতীয়) প্রজাতি অবিসংবাদী হতে পারে না, অবশ্যই বিসংবাদী হবে। তার মানে, এ নিয়মটি লঙ্ঘন না করলে— দ্বিতীয়টিও লঙ্ঘন করা হয় না, এটি মানলে দ্বিতীয়টিও মানা হয়ে যায়।

এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে যে দোষ হয় তার নাম সাংকর্য, আর এ দোষে দুষ্ট বিভাগকে বলে সংকর বিভাগ (cross division)। ধরা যাক, মানুষকে ভাগ করা হল এ তিনভাগে—হিন্দু, কৃষ্ণকায় ও ভারতবাসী। এখানে তিনটি বিভাজন ভিত্তি : ধর্ম, গাত্রবর্ণ ও দেশ। স্পষ্টতই এ প্রজাতিগুলি বিসংবাদী নয়—এমন বস্তু থাকতে পারে, বস্তুত আছে, যা যুগপৎ উক্ত যেকোনো দুটির বা তিনটিরই সভ্য।

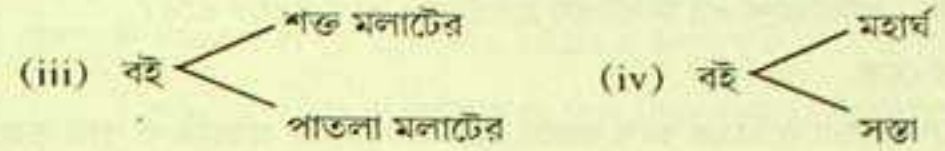
মন্তব্য : co-division, sub-division

মনে হতে পারে, co-division (সজাতি বিভাজন) ও sub-division (উপবিভাজন)-এর বেলায় এ নিয়ম খাটে না। কেননা এ রকম বিভাজনের পেছনে থাকে একাধিক বিভাজনভিত্তি। কিন্তু আমরা দেখতে পাব, এ রকম বিভাজন বারণ আলোচ্য নিয়মের লক্ষ্য নয়। প্রথমে উদাহরণ দিয়ে co-division ও sub-division-এর সঙ্গে পরিচয় করিয়ে দিই।



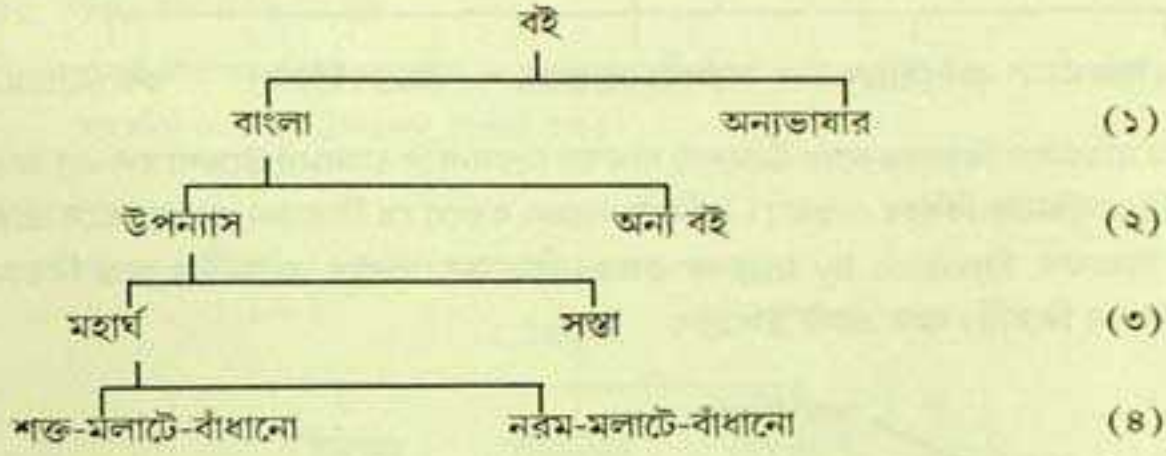
* পরে দেখব, "প্রত্যেক বিভাজনে "না লিখে, এ কথা লিখলে ভাল হত : বিভাজনের প্রত্যেক পর্বে

CENTRAL LIBRARY



একই জাতিতে এভাবে নানা দিক থেকে ভাগ করে যে বিভাজন তাই সজাতি বিভাগ (co-division)। লক্ষণীয়, এখানে (i)-এতে বিভাজনভিত্তি : ভাষার পার্থক্য, (ii)-এতে বিষয়বস্তুর, (iii)-এতে গঠনের, আর (iv)-এতে দামের পার্থক্য।

একটি জাতিকে কোনো বিভাজন ভিত্তি অনুসারে ভাগ করে যে সব প্রজাতি পাই তার প্রত্যেকটিকে আবার অন্য বিভাজন ভিত্তি অনুসারে ভাগ করা যাবে। এভাবে ভাগ বা বিশ্লেষণ করাকে বলে উপবিভাজন (sub-division)। উদাহরণ



এখানে বিভিন্ন পর্বে বিভাজন ভিত্তি ভিন্ন ভিন্ন : (১') ভাষার বিভিন্নতা, (২') বিষয়বস্তুর ভিন্নতা, (৩') বিক্রয় মূল্যের ভিন্নতা, ও (৪') বাঁধানোর ধরনের পার্থক্য।

আমরা আগেই বলেছি, আলোচ্য নিয়মে co-division বা sub-division বারণ করা হয় না—বলা হয় না : এ রকম বিভাজন ভ্রান্ত। তাহলে নিয়মটি এভাবে ব্যক্ত করা ভাল ছিল।

৩'. বিভাজনের কোনো পর্বে একাধিক বিভাজন ভিত্তি থাকলে চলবে না।*

[সর্বশেষ বিভাজনটি লক্ষনীয়। পরে দেখব, এ রকম বিভাজন যোসেফের পছন্দ নয়। পৃঃ ৩২৬ দ্রষ্টব্য]

৪. ক্রমিক বিভাজনে কোনো জাতিকে / প্রজাতিকে এর নিকটতম [সাক্ষাৎ, বা বৃহত্তম] প্রজাতিতে ভাগ করতে হবে। **

মানে, যদি কোনো শ্রেণীকে ক্ষুদ্রতর শ্রেণীতে প্রজাতিতে এবং ঐ প্রজাতিকে আবার ভাগ করতে হয় এবং এভাবে ক্রমাগত এগিয়ে যেতে হয় তাহলে

* বস্তুত যোসেফের -দেওয়া তৃতীয় নিয়মে এ কথার ইঙ্গিত আছে : A division must proceed at *every stage*... upon one principle....

** যোসেফের দেওয়া তৃতীয় নিয়মটি আসলে দুটো নিয়মের সংযৌগিক রূপ। আমরা নিয়ম দুটি আলাদা করে লিখলাম। ফলে যোসেফের দেওয়া তিনটি নিয়ম এ বইতে চারটি নিয়মের রূপ নিয়েছে। প্রসঙ্গত, কেইনস্-এর বইতেও দেখছি চারটি নিয়ম।

CENTRAL LIBRARY

প্রত্যেক জাতিকে / প্রজাতিকে এর নিকটতম প্রজাতিতে ভাগ করতে হবে।

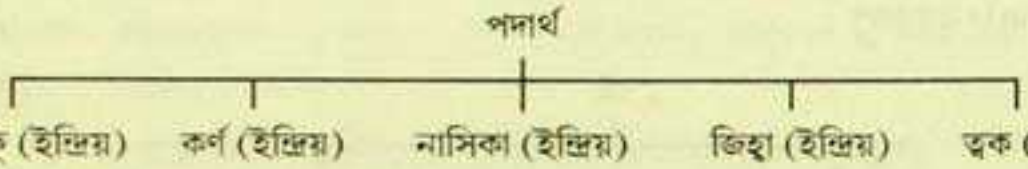
এ কথাটা এভাবেও বলা যেত

ক্রমিক বিভাজনে কোনো জাতিকে ভাগ করতে হলে এর বৃহত্তম প্রজাতি ও তার সজাতি বেছে নিতে হবে।

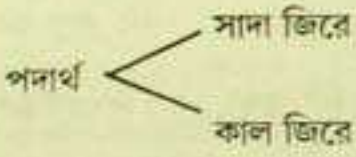
যেমন, মানুষ, সচেতন (বস্তু), সপ্রাণ (বস্তু), দেহী—এ সবই দ্রব্য-জাতির প্রজাতি। দ্রব্য বিভাগ করতে হলে প্রথমেই দেহী প্রজাতিটি উল্লেখ করতে হবে। আর একটা উদাহরণ

চক্ষুরিন্দ্রিয়, বহিরিন্দ্রিয়, ইন্দ্রিয়, অনিত্য (দ্রব্য), দ্রব্য—

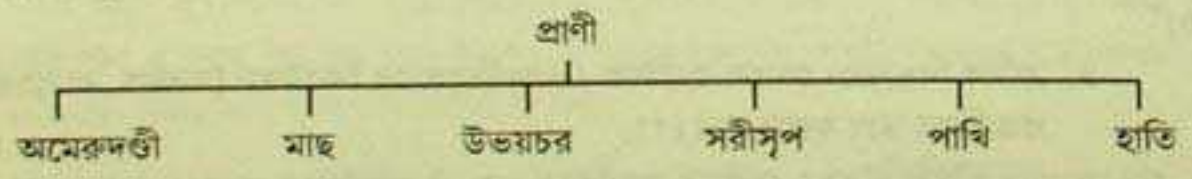
এ সবই পদার্থের প্রজাতি। কিন্তু এভাবে পদার্থ-বিভাগ করলে চলবে না



উক্ত নিয়ম না মানলে বিভাগকরণের উদ্দেশাই ব্যর্থ হয় [কেননা বিভাজনের উদ্দেশ্য হল এর অন্তর্ভুক্ত সব প্রজাতির সুবিন্যস্ত বিবরণ দেওয়া]। এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে যে বিভাজন পাওয়া যাবে তার নাম অক্রমিক বিভাজন, Division by leap বা উল্লম্ফ বিভাজন। ওপরে এ জাতীয় ভ্রান্ত বিভাজনের একটা উদাহরণ দিয়েছি। আর একটি উদাহরণ :



আলোচ্য নিয়মের লঙ্ঘন সব চেয়ে আপত্তিকর রূপ নেয় যদি বিভাজন হয় বিপর্যস্ত (disparate)*। "বিপর্যস্ত বিভাজন" মানে এমন বিভাগ যাতে কোনো (কোনো) প্রজাতি নিকটতম [বা গরিষ্ঠ] প্রজাতি, আর কোনো (কোনো) প্রজাতি অতি দূরবর্তী পর্যায়ের। যথা, নিচেকার বিভাজনটি একটি বিপর্যস্ত বিভাগ।



টীকা

যে চারটি নিয়ম উল্লেখ করা হয়েছে সেগুলি এক জাতের নয়। প্রথম দুটি লক্ষণগত নিয়ম।

---

* The worst violation of this rule occurs when the division is disparate, that is, when "one of the classes into which we divide is an immediate and proximate class, while others are mediate and remote" (Clarke, Logic.....) — Keynes

CENTRAL LIBRARY

আর শেষের দুটি 'নিয়ম' ['নিয়ম'-এর] এ অর্থে : যে ব্যবহারিক প্রয়োজন সিদ্ধির জন্য, উপযোগের কথা ভেবে, বিভাজন করা হয় তার সিদ্ধি চাইলে এ নিয়ম দুটি মেনে চলতে হবে—

> They are rules in the sense that they must be complied with if a division is to have practical utility.
>
> — Keynes

১১.১৯ বিভাজন সম্পর্কে আরও কথা

জিজ্ঞাসা ১

একই বিভাজন ভিত্তি অনুসরণ করলেও প্রজাতিগুলি অবিসংবাদী [অন্যোন্যগম overlapping] হতে পারে কি?

বিভাজন ভিত্তি কী সে সম্পর্কে পরিষ্কার ধারণা থাকা দরকার। নইলে বিভ্রান্তি হবে। এ রকম বিভ্রান্তির ফলেই এ আপত্তি উঠেছে:

> একই বিভাজনভিত্তি অনুসরণ করলেও প্রজাতিগুলি অবিসংবাদী হতে পারে, এবং এ কথার সমর্থনে এ রকম উদাহরণ দেওয়া হয়।

উদাহরণ ১

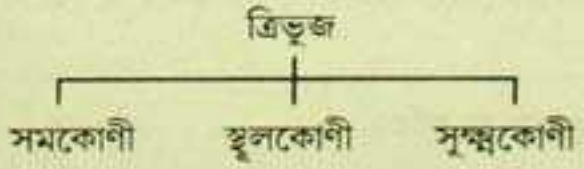
[বিভাজন ভিত্তি : বাহুর সংখ্যার সমতা—অসমতা]



এখানে সমবাহু ও সমদ্বিবাহু বিসংবাদী প্রকার নয়, কেননা সব সমবাহু ত্রিভুজ ত সমদ্বিবাহুও বটে [যার তিন বাহু সমান, তার দু বাহুও সমান]।

উদাহরণ ২

[বিভাজন ভিত্তি : কোণের মাত্রা]



এখানেও প্রজাতিগুলি বিসংবাদী নয়। সমকোণী ও স্থূলকোণী ত্রিভুজের কোনো না কোনো কোণ ত সূক্ষ্মকোণ।

কিন্তু উক্ত বিভাগগুলি নির্দোষ, নির্ভুল। এদের প্রজাতিগুলি [membra dividentia] যে বিসংবাদী [overlapping নয়] তা বোঝা যাবে যদি—বিভাজন ভিত্তি কোন ক্ষেত্রে কী তার দিকে নজর রাখি। প্রথম উদাহরণের ক্ষেত্রে প্রকৃত বিভাজন ভিত্তি : বৃহত্তম সংখ্যক বাহুর সমত্ব—বড়জোর কয়টি বাহু সমান তা নিরূপণ। এ অনুসারে ভাগ করলে আর বলা যায় না প্রজাতিগুলি বিসংবাদী নয়। দ্বিতীয়

CENTRAL LIBRARY

উদাহরণে প্রকৃত বিভাজন-ভিত্তি—বৃহত্তম কোণ, কোণগুলির মধ্যে বৃহত্তম কোনটি তা নিরূপণ। এ অনুসারে ভাগ করলে, বলা যায় না—এমন ত্রিভুজ আছে যার বৃহত্তম কোণ সমকোণও বটে, স্থূলকোণও বটে, বা সূক্ষ্মকোণও বটে। সুতরাং আমাদের সিদ্ধান্ত

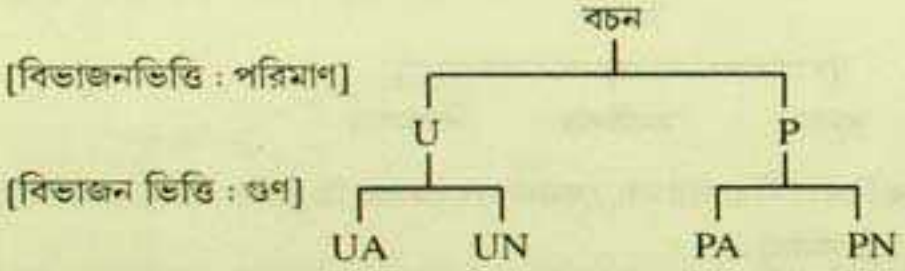
> যদি একই বিভাজন ভিত্তি অনুসারে ভাগ করা হয় তাহলে প্রজাতিগুলি অবশ্যই হবে পরস্পর বিসংবাদী।

[মানে, তৃতীয় নিয়ম মেনে চললে দ্বিতীয়টিও মানা হয়ে যায়।]

জিজ্ঞাসা ২

> **একাধিক বিভাজন ভিত্তি অনুসারে ভাগ করলেও কি প্রজাতিগুলি বিসংবাদী হতে পারে না?**

কেউ কেউ এর উত্তরে হয়ত বলবেন : পারে, যেমন বচনের চতুর্বর্গপরিকল্পনায় যে বিভাগ—A, E, I, O-তে বিভাগ—তা নির্ভুল, কিন্তু তার পেছনে আছে দুটি বিভাজন ভিত্তি : বচনের গুণ ও পরিমাণ। আসলে এটা একটা ভ্রান্ত ধারণা—এখানে বিভাজন-ভিত্তি হল একটি : গুণ-পরিমাণের সংযোগ। আমরা বলি : গুণ-পরিমাণ অনুসারে বচন চার প্রকার। অথবা বলতে পারি—এ চার প্রকার বাক্য পেয়েছি বিভাগ ও উপবিভাগের সাহায্যে [এখানে প্রত্যেকটি ক্ষেত্রেই একটি বিভাজনভিত্তি] পেয়েছি এভাবে



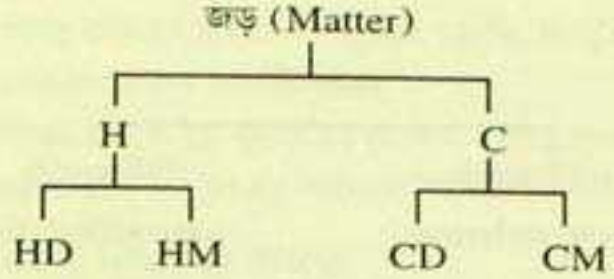
[এখানে U = Universal, P = Particular, A = Affirmative, N = Negative]

যোসেফের-দেওয়া আরিস্টটল-থেকে-নেওয়া একটা উদাহরণ। আরিস্টটল জড়কে এই চার ভাগে ভাগ করেছেন।

> উষ্ণ ও শুষ্ক [তেজ বা অগ্নি]
>
> উষ্ণ ও আর্দ্র [মরুৎ বা বায়ু]
>
> শীতল ও শুষ্ক [ক্ষিতি বা মাটি]
>
> শীতল ও আর্দ্র [অপ্ বা জল]

এখানেও বিভাজনভিত্তি একটি উষ্ণতা-আর্দ্রতার সংযোগ। বা বলতে পারি, এখানে প্রজাতিগুলি পেয়েছি প্রথমে একটি বিভাজনভিত্তি অনুসারে ভাগ করে, এবং তারপর অন্য একটি বিভাজনভিত্তি অনুসারে প্রজাতিগুলি ভাগ [উপবিভাগ] করে, পেয়েছি এভাবে

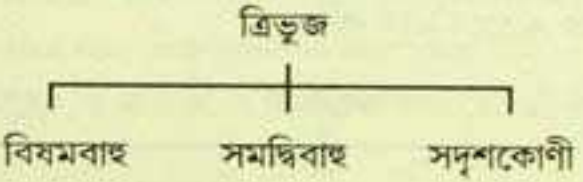
CENTRAL LIBRARY



[এখানে H = Hot, C = Cold, D = Dry, M = Moist]

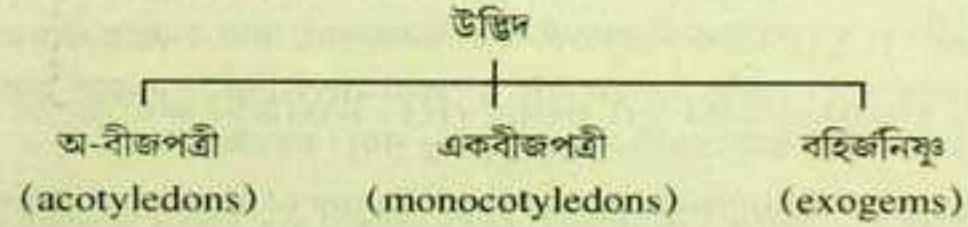
নিচের উদাহরণগুলি দেখলে বোঝা যাবে : একাধিক বিভাজনভিত্তি সত্ত্বেও বিভাগ-করে-পাওয়া প্রজাতিগুলি বিসংবাদী হতে পারে [মানে, তৃতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করলেই দ্বিতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করা হয় না]।

উদাহরণ ১ [কেইনস্-এর দেওয়া উদাহরণ*]



এখানে স্পষ্টতই দুটি বিভাজন ভিত্তি—বাহুর সমতা, আর কোণের মাত্রা। কিন্তু প্রজাতিগুলি বিসংবাদী। কাজেই [ভুল করে] মনে হতে পারে—এ বিভাজন নির্দোষ।

উদাহরণ ২ [কেইনস্-এর দেওয়া উদাহরণ]



এখানেও দুটি বিভাজনভিত্তি : (১) বীজপত্রের সংখ্যা, (২) কাণ্ডবৃদ্ধির ধরন। অথচ প্রজাতিগুলি বিসংবাদী। নিচের উদাহরণটিও উদ্ভিদসংক্রান্ত [তাতে আরও ব্যাখ্যা পাবে]।

উদাহরণ ৩ [যোসেফ-থেকে-নেওয়া]

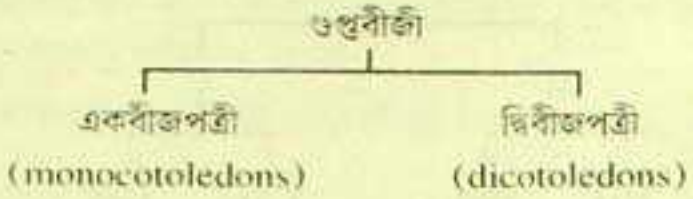
উদ্ভিদকে দুটি প্রধান ভাগে ভাগ করা হয় : গুপ্তবীজী (angiosperm) ও ব্যক্তবীজী (gymnosperm)। আমরা এখানে কেবল গুপ্তবীজীর কথা বলব। গুপ্তবীজীকে ভিন্ন ভিন্ন ভাবে, মানে বিভিন্ন ভিত্তি অনুসারে, ভাগ করে পাই এ দুটি প্রজাতি

---

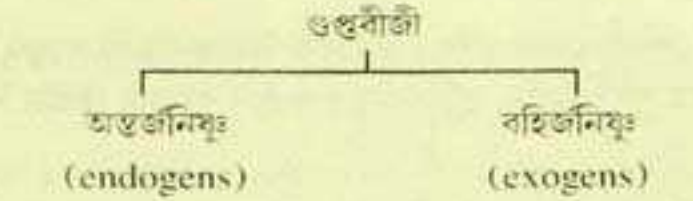
* এ উদাহরণটা আগেই দেওয়া হয়েছে। দ্রঃ পৃঃ ৩০৬

CENTRAL LIBRARY

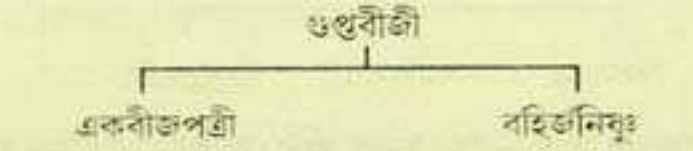
(১)



(২)



এখন, বস্তুত দেখা গেছে অন্তর্জনিষ্ণুঃ মাত্রই একবীজপত্রী, আর বহির্জনিষ্ণুঃ মাত্রই দ্বিবীজপত্রী। কাজেই যদি গুপ্তবীজী উদ্ভিদকে এভাবে ভাগ করি



তাহলে প্রজাতিগুলি অন্যোন্যগম, overlapping হবে না, বিসংবাদীই হবে। কিন্তু এ জাতীয় বিভাজন দুষ্ট। এটা ঠিক, বস্তুত এমন কোনো উদ্ভিদ নেই যা একবীজপত্রীও বটে বহির্জনিষ্ণুঃও বটে, কিন্তু থাকতে কোনো যৌক্তিক বাধা ছিল না ["there is nothing that we can see to prevent the existence of such a plant"*]। সুতরাং উক্ত বিভাজনটি এবং উদাহরণ ১ আর ২-এতে দেওয়া উদাহরণ,—এদের সম্বন্ধে বলতে হবে। এগুলি "*logically* a cross-division"* বলতে হবে এসব ক্ষেত্রে সাংকর্য দোষ হয়েছে। যদিও প্রজাতিগুলি overlapping নয়]। এরকম ক্ষেত্রে

> there is cross-division, but no overlapping of classes or omission of any class contained in the totum divisum. —Keynes

এ প্রসঙ্গে যোসেফ বলেছেন :

> A cross-division is in fact a defect of principle, which is not removed because practical inconveniences are avoided.

১১.২০ সাংকর্য দোষ ও অন্যোন্যগম দোষ

"সংকর বিভাগ" ("cross-division") ও "অন্যোন্যগম বিভাগ" ("overlapping division") —এ কথা দুটি সমার্থক হিসাবে ব্যবহৃত হয়; এবং এতে কাজ চলে যায় [কোনো দোষ দেখা দেয় না]।

---

* এগুলি যোসেফের কথা। তার উক্তি : Nevertheless the division is *logically* a cross-division, for there is nothing that we can see.... [উপরের উদ্ধৃতি দেখ]

CENTRAL LIBRARY

এখন দেখলাম এমন ক্ষেত্র আছে যেখানে অন্যোন্যগমদোষ হয় নি, কিন্তু সাংকর্য দোষ [সংকর দোষ] হয়েছে, যথা, উক্ত তিনটি উদাহরণে। মনে রাখতে হবে।

> তৃতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করলে যে দোষ তা সাংকর্য দোষ [প্রজাতিগুলি বিসংবাদী হলেও], আর দ্বিতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করলে হয় অন্যোন্যগম দোষ।

১১.২১ দ্বিতীয় ও তৃতীয় নিয়মের সম্বন্ধ

আরও একটা কথা। আমরা দেখেছি—তৃতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করলে সব সময় দ্বিতীয় নিয়ম লঙ্ঘন করা হয় না। দেখেছি, এমন হতে পারে : বিভাজন ভিত্তি একাধিক কিন্তু প্রজাতিগুলি (membra dividentia) overlapping বা অন্যোন্যগম নয়।

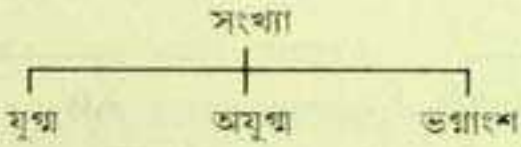
অপরপক্ষে, তৃতীয় নিয়মটি মানলে দ্বিতীয় নিয়মটিও মানা হয়ে যায়। মানে, বিভাজন ভিত্তি একটিমাত্র হলে যে প্রজাতিগুলিতে বিভাজ্যকে ভাগ করা হয় সেগুলি অন্যোন্যগম হতে পারে না।

এজন্য বলা হয়েছে

> A division which conforms to the third rule will necessarily conform to the second. But the converse is not true. — Cohen & Nagel

এ উক্তির সমর্থনে কোহেন ও নাগেল এ উদাহরণ দিয়েছেন। [এটা আমাদের চতুর্থ উদাহরণের কাজ করবে।]

উদাহরণ ৪



এখানেও cross-division, কিন্তু প্রজাতিগুলি overlapping নয়।

১১.২২ দ্বিকোটিক বিভাজন (Division by Dichotomy)

ভূমিকা

যৌক্তিক বিভাজনের একটি নিয়ম : বিভাগগুলির যোগফল হবে সর্বগ্রাহী—মানে বিভাজ্যের সমমান। এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে অব্যাপ্তি বা অতিব্যাপ্তি দোষ হয়। আর একটি নিয়ম হল : ভাগগুলি হবে বিসংবাদী। এ নিয়ম লঙ্ঘন করলে বিভাজনে দেখা দেবে অন্যোন্যগম দোষ।

এ নিয়মগুলি ঠিক ঠিক অনুসরণ করা হল কিনা তা বোঝার জন্য দরকার বিভাজ্য জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলি সম্পর্কে সম্যক অনুপুঙ্খ জ্ঞান (তথ্য)। আর এ জ্ঞান পূর্বতসিদ্ধ নয়—এ জ্ঞান হল আনুভবিক জ্ঞান—বৈজ্ঞানিক ঐতিহাসিক জ্ঞান। যেমন, ধরা যাক, ধর্ম (religion) বিভাগ করা হল এই বলে : ধর্ম চার রকম—হিন্দু ধর্ম, বৈষ্ণব ধর্ম, ব্রাহ্ম ধর্ম, খৃষ্টান ধর্ম। এ ভাগগুলি বিসংবাদী ও সর্বগ্রাহী কিনা যুক্তিবৈজ্ঞানিক নিয়ম প্রয়োগ করে তা বোঝা যায় না, তার জন্য দরকার ঐতিহাসিক জ্ঞান। হিন্দুধর্ম বৈষ্ণব বা ব্রাহ্ম ধর্ম ভিন্ন ধর্ম কিনা, আর উক্ত ধর্মগুলি ছাড়া আরও ধর্ম আছে কিনা, যুক্তিবিজ্ঞানে তার উত্তর মেলে না। সেরকম—সমতল ক্ষেত্র দু রকম : ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজ—এ বিভাগ নির্ভুল কিনা, এ প্রশ্নের উত্তর পেতে হলে [যুক্তিবিজ্ঞানের নয়] জ্যামিতির সঙ্গে পরিচয় থাকা দরকার। এক কথায়,

CENTRAL LIBRARY

কোনো বিভাগ ভুল কি নির্ভুল, তা কেবল যুক্তিবৈজ্ঞানিক নিয়ম দিয়ে নির্ণয় করা যায় না। এ অসুবিধা হত না, যদি বিভাজন শুধু আকারসর্বস্ব পদ্ধতি হত। কেউ কেউ মনে করেন, দ্বিকোটিক বিভাজন এ রকম আকারসর্বস্ব পদ্ধতি—এ পদ্ধতি প্রয়োগ করলে বিভাজন অবশ্যই নির্ভুল হবে। কিন্তু দ্বিকোটিক বিভাজন কী?

দ্বিকোটিক বিভাজন—লক্ষণ, আকার ও উদাহরণ

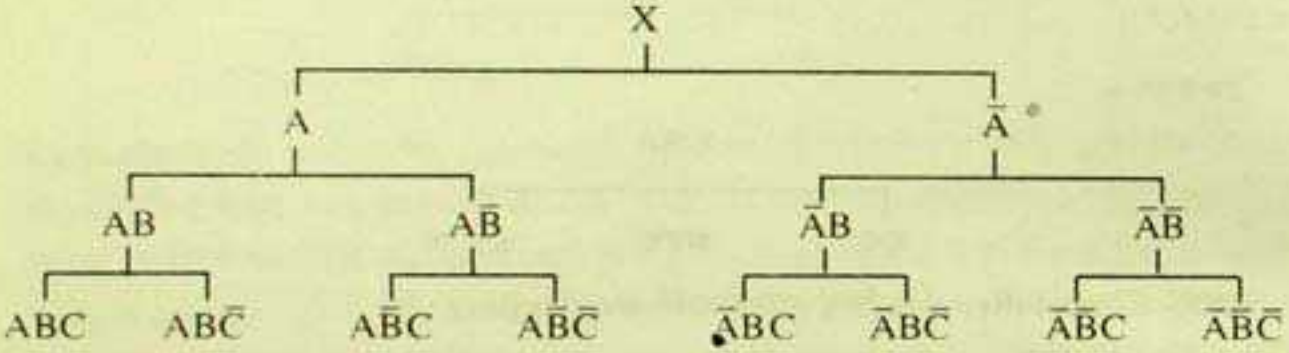
যে বিভাজনে সব সময় [ক্রমিক বিভাজনে, প্রত্যেক পর্বে] বিভাজ্যকে কোনো শ্রেণী A ও এর পরিপূরক শ্রেণী not-A [$\bar{A}$]-তে ভাগ করা হয়, তাকে বলে দ্বিকোটিক বিভাজন।

মানে

যদি কোনো বিভাজনে বিভাজ্যকে কেবল এমন দুটি শ্রেণীতে ভাগ করা হয়, যাদের নাম পরস্পরের বিরুদ্ধ, ধরা যাক, 'A' 'Ā' আকারের, তাহলে এবং কেবল তাহলে বলা হয় বিভাগকরণটি দ্বিকোটিক বিভাজন।

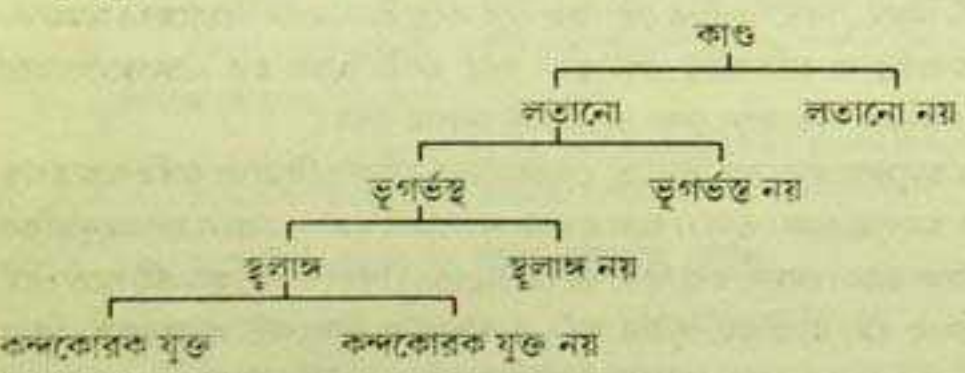
এতে বিভাজনের প্রত্যেক পর্বে দুটি করে কোটি [compartment, sub-class বা প্রজাতি]—যে কোটি দুটি সর্বগ্রাহী ও বিসংবাদী। এজন্য এরূপ বিভাজনের নাম দ্বিকোটিক বিভাজন।

এ বিভাজনের আকার



[পৃঃ ৩০০ দ্রষ্টব্য, ওখানে যে বিভাজনের আকার দেখানো হয়েছে তাও দ্বিকোটিক]

উদাহরণ



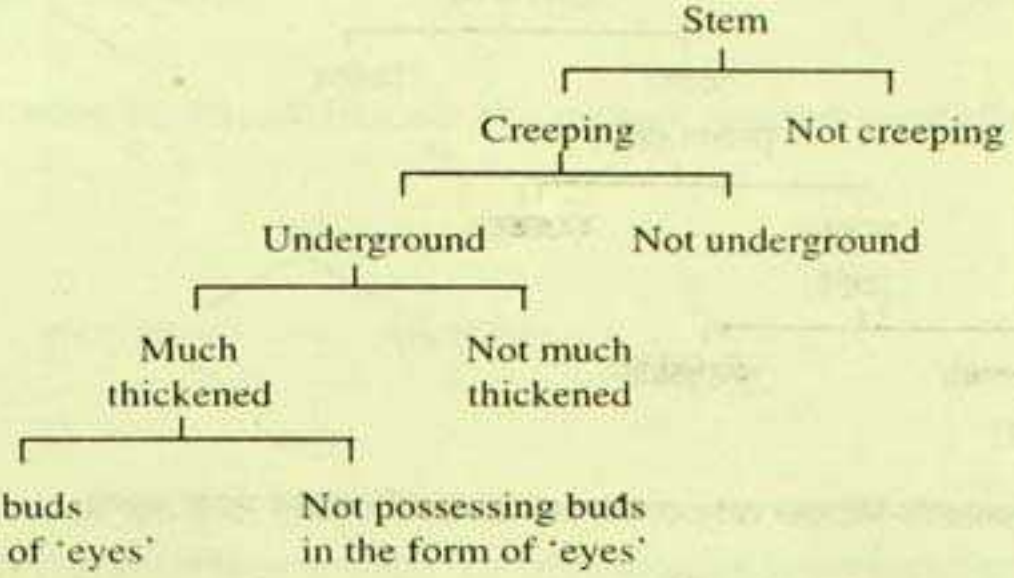
[যথা, আলু, ওল]

---

* এ ছকে XA, XĀ লেখার কথা; সংক্ষেপকরণের জন্য কেবল A, Ā এ দুটি বিভাগ লেখা হল। অবশ্যই এ ছকে A = XA, Ā = XĀ

CENTRAL LIBRARY

ইংরেজিতে পরিপূরক বা বিরুদ্ধ পদ গঠন করা যায় সব সময় "not" দিয়ে। যেমন, উক্ত উদাহরণটি লেখা যেত এভাবে।



[কিন্তু বাংলায় এ একরূপতা বজায় রাখা শক্ত; বিরুদ্ধ পদ গঠন করতে হলে ভিন্ন ভিন্ন বাকভঙ্গির আশ্রয় নিতে হয়। যেমন

ক — ক নয়, ক-যুক্ত — ক-বিহীন/হীন

ক — স-ক, অ-ক [যেমন, 'সপ্রাণ' 'অপ্রাণ']

ক — আন্ / নি-ক [যেমন, আসক্ত-অনাসক্ত/নিরাসক্ত]

ওপরের উদাহরণে আমরা পরিপূরক পদ গঠন করেছি '—নয়' দিয়ে, এখন থেকে আমরা প্রয়োজনমত বিভিন্ন অভাববাচক প্রত্যয় প্রয়োগ করব।]

লক্ষণীয়, দ্বিকোটিক বিভাজনে প্রত্যেক পর্বে বিভাজ্য X -কে 'A' আর 'Not - A' আকারের শ্রেণীতে ভাগ করা হয়। নঞর্থক, অনির্দিষ্ট (negative, infinite) শ্রেণী Not - A কে আর ভাগ করা হয় না; এ বিশাল শ্রেণী সম্পূর্ণ অগ্রাহ্য করা হয়। এ প্রক্রিয়া হল 'a step to which the technical name abscissio infiniti has been given i.e. the cutting off of the indeterminate'।

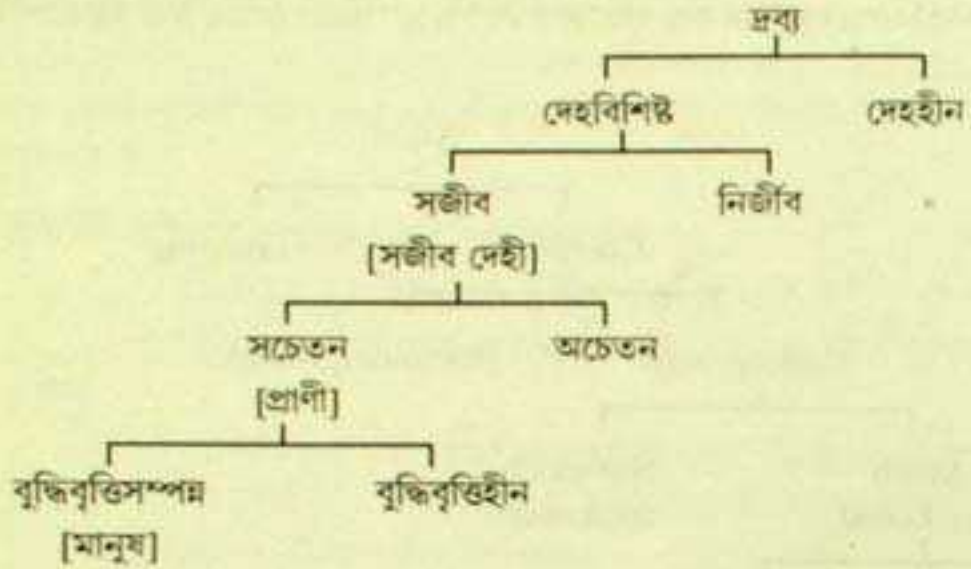
দ্বিকোটিক বিভাজনের প্রখ্যাত, প্রায়শ-উদ্ধৃত দৃষ্টান্ত হল পরফিরীয় শাখী (Porphyrian Tree, Arbor Porphyriana*) বা রেমাসীয় শাখী (Ramean Tree)**

---

* এটা ল্যাটিন নাম (arbor = tree)। একে পরফিরীয় পঞ্জিও বলা যেত। তবে আমরা ল্যাটিন নামটি আক্ষরিক তর্জমা করলাম।

** Porphyrian tree-কে রেমসীয় শাখীও বলা হয়; ১৬শ শতাব্দির এক বিখ্যাত যুক্তিবিজ্ঞানী রেমাস (Remus) তার গ্রন্থে উক্ত শাখীর ওপর খুব গুরুত্ব আরোপ করেছিলেন।

CENTRAL LIBRARY



এ শাখাটি সাধারণত নিম্নোক্ত রূপে দেখানো হয়। এ রূপটি অনেক সুঠাম, সুন্দর।



এর আগেকার শাখাটির সঙ্গে তুলনা করলে বুঝতে পারবে



CENTRAL LIBRARY

হল [দ্বিকোটিক] বিভাজনের চিহ্ন। কিন্তু যে শাখা ওপরের বাম ধার থেকে নিচে ডানদিকে নেমে আসে সে শাখা, মানে



এ চিহ্নটি বিভাজনের চিহ্ন নয়; এটা দিয়ে বলা হয় : ওপরকার [বামধারের] প্রজাতিটির এই নাম। যেমন



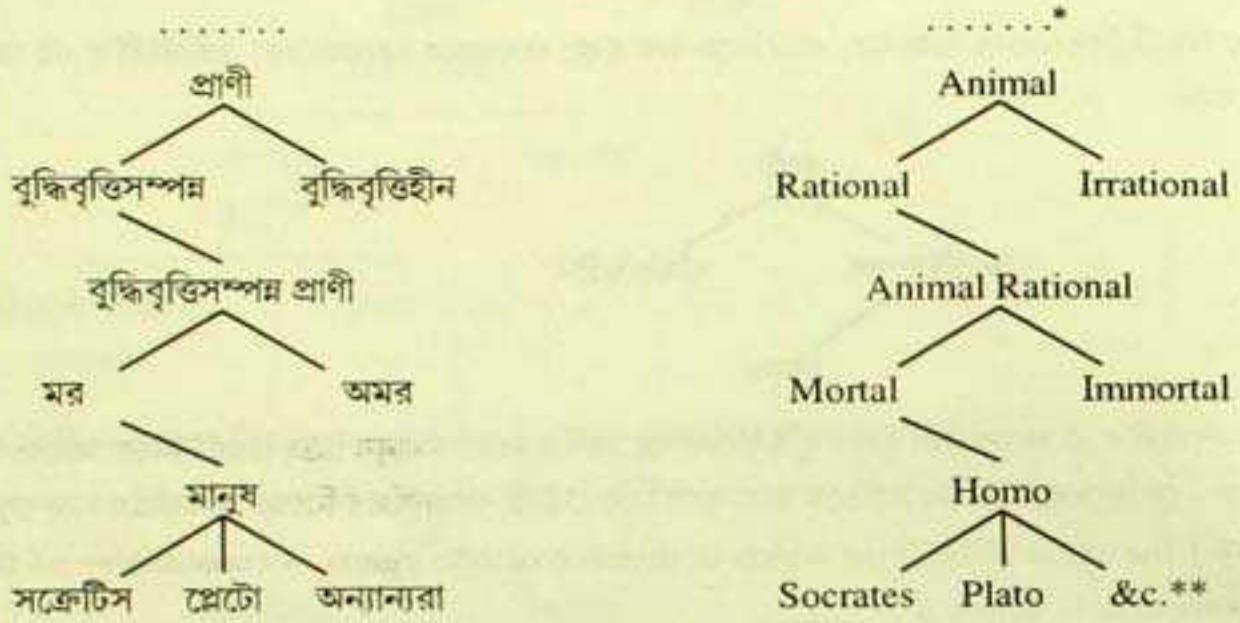
—শাখাটির এ অংশে বলা হল : বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণীর নাম : মানুষ। উক্ত চিহ্নটি দিয়ে আরও বলা হয় : যে বিভেদক কোনো জাতিকে ভাগ করে ঠিক সেটাই অব্যবহিত নিচেকার প্রজাতির লক্ষণসূচক ধর্ম ['the same differentia which is divisive of one genus is constitutive of that immediately below it']।

পরফিরী শাখাটি এভাবেও দেখানো হয়।



পরফিরীয় শাখী সম্পর্কে আরও কথা

মূল পরফিরীয় শাখী আমরা একটু কাটছাট করে দেখিয়েছি। এর দুটি পর্ব বাদ দিয়ে দিয়েছি। মূলে ছিল



এর 'মর—অমর' এ শাখাযুগল আমরা ছেঁটে দিয়েছি, এগুলি বাদ না দিলে, এ কথা বলে মানুষের লক্ষণ দেওয়া যেত না

Man is a rational animal

বলতে হত

Man is a mortal and rational animal

বা Man is an animal that is rational and mortal

কিন্তু আবহমান কাল থেকে চলে আসছে মানুষের এ লক্ষণ definition

Man is a rational animal

[mortal-হওয়া লক্ষণসূচক ধর্ম নয়, অনুগত ধর্ম]

তারপর পরফিরীয় শাখীর সর্বশেষ পর্বও আমরা ছেঁটে ফেলেছি, কেননা এ পর্বে বিভাজন করা হয় নি, enumeration করা হয়েছে [পৃঃ ২৯৩ দ্রষ্টব্য] মানে, এতে লঘিষ্ঠ প্রজাতি মানুষ-এর সভ্যগুলির উল্লেখ করা হয়েছে।

---

* শাখীটির পূর্ণাঙ্গ রূপ পাবে বোসেফে। এতে জাতি, প্রজাতি ও বিভেদক - এসব লেখা ল্যাটিনে। ইংরেজির সঙ্গে বিশেষ পার্থক্য নেই; বুঝতে অসুবিধা হওয়ার কথা নয়।

** &c. : ল্যাটিন কথা 'etcetera'/'etcaetera'-এর মানে : and others, and the like, and the rest। এ কথাটার সংক্ষিপ্ত রূপ: etc. বা &c.।

CENTRAL LIBRARY

১১.২৩ দ্বিকোটিক বিভাজনের উৎকর্ষ

এ বিভাজন পদ্ধতি সম্পর্কে বহু যুক্তিবিজ্ঞানী [স্পলডিং, জেভনস্, কেইনস্] প্রশংসায় পঞ্চমুখ। বেন্থাম, রামেসীয় শাখীর অনুপম সৌন্দর্যের ['the matchless beauty of the Ramean tree'-এর] দিকে আমাদের দৃষ্টি আকর্ষণ করেছেন। এ পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য ও উৎকর্ষ হল এই :

> এ পদ্ধতি প্রয়োগ করলে কেবল আকার দেখেই নিশ্চিত হওয়া যায় যে, বিভাগ-করে-পাওয়া শ্রেণীগুলি বিসংবাদী ও সর্বগ্রাহী।
>
> When this method is employed we ensure formally that the members of our division shall be mutually exclusive and collectively exhaustive.
>
> — Keynes

কেননা অবিরোধিতার সূত্র (Law of Non-Contradiction) অনুসারে: No X is both A and $\bar{A}$ আর নির্মধ্যম সূত্র অনুসারে: Every X is either A or $\bar{A}$।

১১.২৪ দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তর

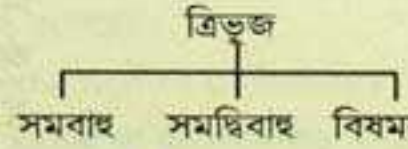
স্পলডিং ও জেভনস্ বলেছেন

> সব যৌক্তিকভাবে-নির্ভুল বিভাজনকে শেষ পর্যন্ত দ্বিকোটিক বিভাজনে পর্যবসিত করা যায়,

যায় যদি এ কথা ধরে নিই যে,

> যেসব শ্রেণী a priori possible—কেবল আকারসর্বস্ব বিচারেই সম্ভব, প্রসঙ্গ বিশ্বে বস্তুত তাদের কোনো কোনোটির সাক্ষাৎ পাওয়া যায় না—মানে, কোনো কোনো শ্রেণী শূণ্যগর্ভ।*

উদাহরণ



এ বিভাজনকে এভাবে দ্বিকোটিকে রূপান্তরিত করা যায় :



লক্ষণীয়, এখানে সর্বশেষ [সর্বনিম্ন] পর্বের সর্বদক্ষিণ শ্রেণীটি শূণ্যগর্ভ—এমন কোনো শ্রেণী নেই

---

* ....some of the sub-classes which are a priori possible are not as a matter of fact to be found in the universe of discourse [কেইনস্-এর ব্যাখান]

CENTRAL LIBRARY

[অ-বিষমবাহুর শাখা ধরে নিচ দিক থেকে ওপরের দিকে ওঠ]—যা বিষমবাহু নয়, অ-সমদ্বিবাহুও নয়, আবার অ-সমবাহু ত্রিভুজও নয় [কেননা ত্রিভুজ মাত্রই হয় সমবাহু অথবা সমদ্বিবাহু অথবা বিষমবাহু]।

ধরা যাক, কোনো শ্রেণী X-কে নির্ভুলভাবে দুটি শ্রেণীতে—A আর B-এতে ভাগ করা হল, অথচ বিভাজনটি দ্বিকোটিক নয়। কেননা 'A' আর 'B' বিরুদ্ধ বা পরিপূরক নয়। এ রকম ক্ষেত্রে বিভাগকরণকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করব কী করে? উত্তর

যদি X-কে XA আর XB-এতে নির্ভুলভাবে ভাগ করা যায়

তাহলে ধরে নিতে হবে, একই সঙ্গে [X-এতে]

A আর B উভয়ই থাকতে পারে না

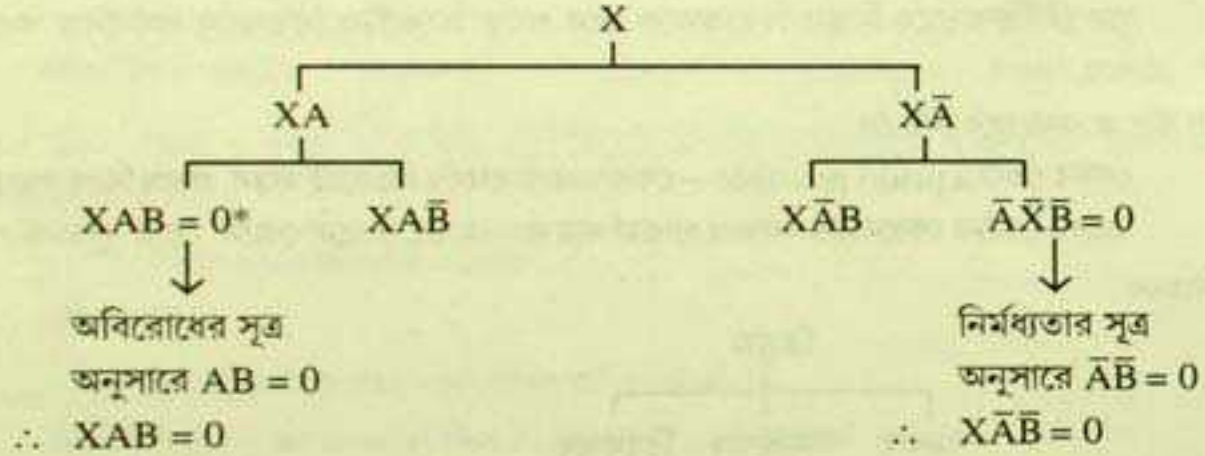
[অবিরোধিতার সূত্র]

আবার

A আর B উভয়েরই অভাব থাকতে পারে না

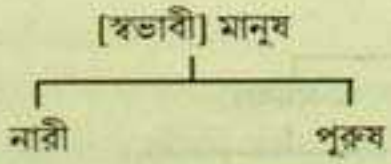
[নির্মধ্যতার সূত্র]

তাহলে আমরা এভাবে উক্ত বিভাজনকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করতে পারি



উদাহরণ

সমস্যা



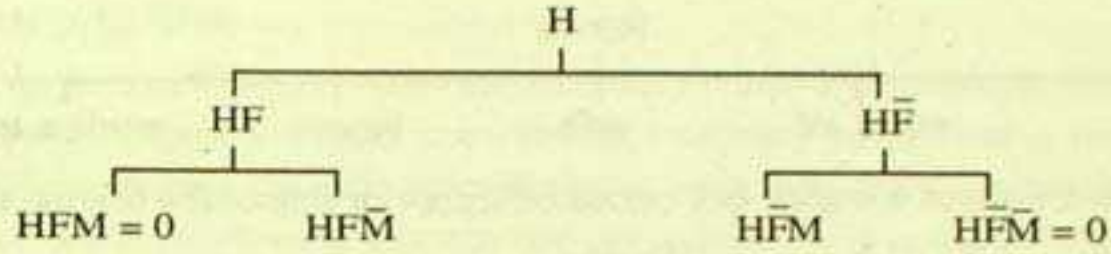
এ বিভাগকরণটিকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করতে হবে।

সমাধান

[H = [স্বভাবী] মানুষ
M = পুরুষ
F = নারী]

* '0'-এর জায়গায় 'Λ' লিখতে পার।

CENTRAL LIBRARY



কোনো H
একসঙ্গে F ও M
হতে পারে না,
∴ HFM = 0

এমন হতে পারে না
কোনো H F-ও নয়
আবার M-ও নয়,
∴ HF̄M̄ = 0

এ বিভাজন থেকে পেলাম এ প্রজাতি দুটি : HFM̄ ও HF̄M, সংক্ষেপে FM̄ ও F̄M। আরও সংক্ষেপে : F ও M।

১১.২৫ দ্বিকোটিক বিভাজন পদ্ধতি বিভাজনের যাথার্থ্য নির্ণয়

কোনো প্রদত্ত বিভাগকরণকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরের কথা আমরা এত বিশদভাবে বললাম এ হেতু। দ্বিকোটিক বিভাজনকে পরীক্ষা পদ্ধতি হিসাবে কাজে লাগানো যায়—কোনো প্রদত্ত বিভাজনকে দ্বিকোটিক বিভাজনের আকারে রূপান্তরিত করে এর যাথার্থ্য পরীক্ষা করা যায়, দ্বিকোটিক বিভাজনের কষ্টিপাথরে অন্য বিভাজনের যাথার্থ্য নির্ণয় করতে পারি, প্রদর্শন করতে পারি। সূত্রাকারে বলছি

> যদি কোনো বিভাজনকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করা যায় তাহলে বিভাজনটি নির্ভুল, নতুবা নয়।

এ প্রসঙ্গে কেইনস্ বলেছেন :

> This [reduction to dichotomy] is interesting and important and brings out the value of dichotomy as a method of testing divisions.

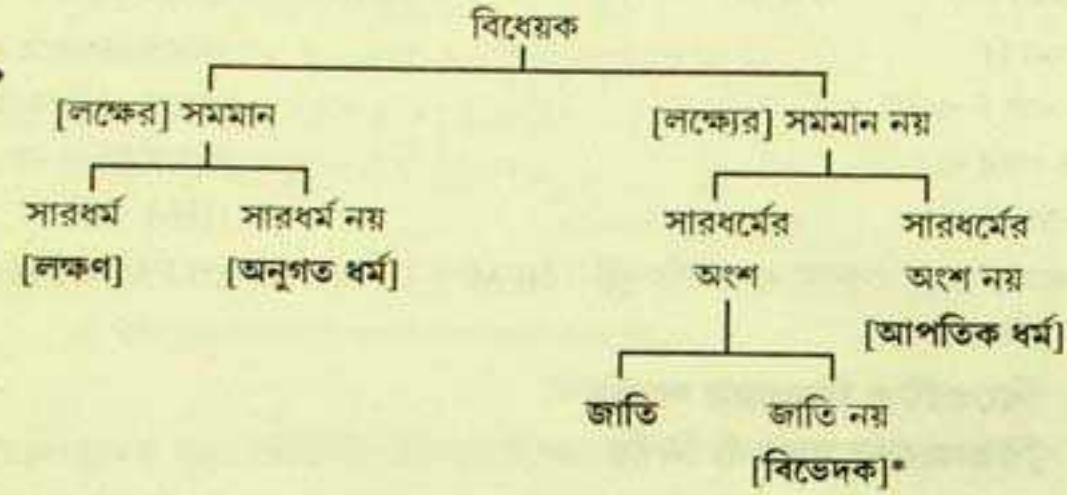
যোসেফ এ পদ্ধতি নিয়ে [বেনথাম, স্পলডিং, জেভনস্-এদের মতো] মাতামাতি করেন নি, বরং এ পদ্ধতিটির দুর্বলতম দিকে আমাদের দৃষ্টি আকর্ষণ করেন [পৃঃ ৩২৫], বলেন—এ পদ্ধতি দিয়ে বিশেষ কোনো 'কাজের কাজ' হয় না। আর এটা আকারসর্বস্ব পদ্ধতিও নয়। তবু তাঁকেও স্বীকার করতে হয়েছে

> It [division by dichotomy] may occasionally be possible to show by dichotomy that a division which is not dichotomous is exhaustive or its species mutually exclusive.
>
> যে বিভাজন দ্বিকোটিক নয় তার প্রজাতিগুলি যে সর্বগ্রাহী ও বিসংবাদী তা কখনও কখনও দ্বিকোটিক বিভাজনের সাহায্যে [মানে, দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করে] দেখানো যায়।

অ্যারিস্টটল-প্রদত্ত বিধেয়ক-বিভাজনকে [মানে, নিম্নোক্ত বিভাজনকে]

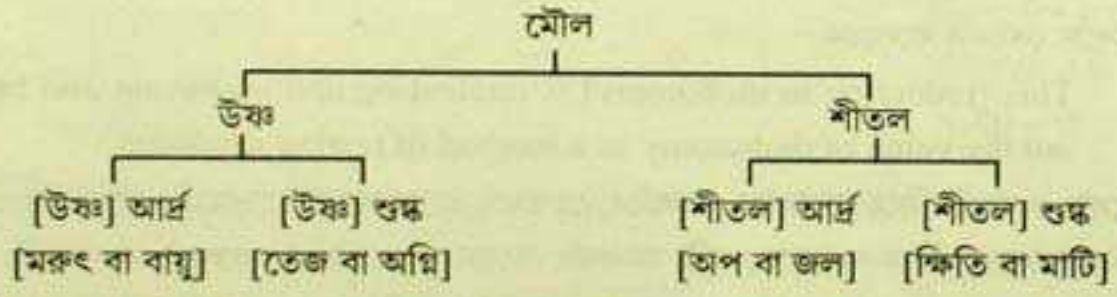


—এ বিভাজনকে এভাবে রূপান্তরিত করে যোসেফ দেখিয়েছেন যে আরিস্টটলীয় বিভাজন অভ্রান্ত:

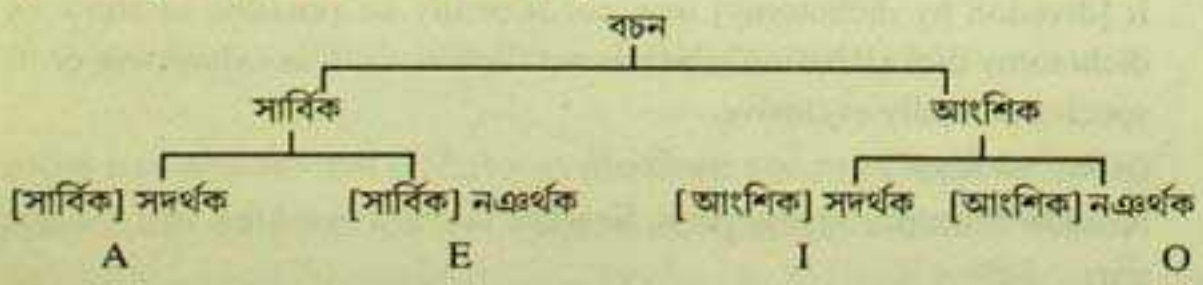


তবে যোসেফ এ কথাও সঙ্গে সঙ্গে জুড়ে দিয়েছেন : এভাবে রূপান্তরিত করার বিশেষ তাৎপর্য নেই, অন্যভাবেও আমরা নিশ্চিত হতে পারি যে, অমুক জাতি বিভাগ করে এই এই বিসংবাদী প্রজাতি পাওয়া যায়—এর বেশীও নয়, কমও নয়।

দ্বিকোটিক বিভাজনের আকারে না এনেও বলতে পারি—আর্দ্রতা-উষ্ণতার ভাব অভাব অনুসারে মৌল চার রকম হতে পারে; মানে, নিম্নোক্ত বিভাজন নির্ভুল



ঠিক এভাবে দ্বিকোটিকের সাহায্য না নিয়ে বলা যায়, গুণ-পরিমাণ অনুসারে বচন কেবল চার রকম হতে পারে [মানে, নিম্নোক্ত বিভাজন নির্ভুল] :



* যোসেফের দেওয়া সারণীটি সামান্য পরিবর্তিত

CENTRAL LIBRARY

১১.২৬ দুটি টীকা

আমরা সাধারণভাবে দ্বিকোটিক বিভাজন আলোচনা করলাম। এ সম্পর্কে যোসেফ কী বলেন তা এখন বলব [কেননা, যোসেফ এ পদ্ধতিটি অনেক বিশদভাবে আলোচনা করেছেন এবং এ প্রসঙ্গে অনেক গুরুত্বপূর্ণ কথা বলেছেন।] এ পদ্ধতি ব্যাখ্যা বা মূল্যায়ন করতে গিয়ে যোসেফ কী বলেছেন তা বলার আগে যোসেফ-প্রযুক্ত দুটি কথার মানে বলে নেব : Classificatory division ও Definition by dichotomy।

Classificatory Division

Division ও Classification দুটি ভিন্ন প্রক্রিয়া [এদের সম্বন্ধ আলোচনা করা হয়েছে ১১.২৮ -এতে। তাহলে "Classificatory division" আবার কী রকম কথা? [আমরা এ কথাটির প্রতিশব্দ হিসাবে প্রয়োগ করব "শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন"।] যোসেফ কথাটি কেন উদ্ভাবন করেছেন তা এখনি দেখতে পাব। তিনি বলেন, বিভাজনের দুটো লক্ষ্য [বা, পরে দেখব, বিভাজন থেকে আমরা দু রকম জ্ঞান পাই] :

(১) 'classifying or arranging all that is contained in the genus'
কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলিকে শ্রেণীবিন্যস্ত করা, এদের বিশদ পরিচয় দেওয়া

(২) 'analysing or defining some one sub-ordinate species'
কোনো মধ্যবর্তী প্রজাতি বা প্রত্যয় বিশ্লেষণ করা ও তার লক্ষণ উদ্ধার করা।

[দ্বিতীয় লক্ষ্য এখন থাক। এখন কেবল প্রথম লক্ষ্যের কথা।]

[প্রথম ক্ষেত্রে] বিভাজনের লক্ষ্য হল জাতি বা শ্রেণীর অন্তর্গত প্রত্যেকটি ক্ষুদ্রতর শ্রেণীকে, তাদের প্রত্যেকটিকে আবার ক্ষুদ্রতর শ্রেণীতে ভাগ করা, এবং এভাবে ক্রমাগত এগিয়ে যাওয়া।

যে বিভাজনের লক্ষ্য কোনো জাতির অন্তর্গত সব প্রজাতিগুলি উল্লেখ করা, প্রজাতিগুলি ক্রমান্বয়ে বিভাগ করে যাওয়া, তাকে শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন বলে অভিহিত করা যায়।

[যোসেফ এ নামেই এ রকম বিভাজনকে চিহ্নিত করেছেন।]

কথাটা এভাবেও বলা যায় :

যে বিভাজনে প্রত্যেক পর্বে বিভাজ্য জাতিকে কোনো বিভেদকে বিশেষিত করে প্রজাতিতে আসা হয় ('the genus is further particularised by the differentia which we introduce in constituting its species') তার নাম শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন।

যোসেফ বলেন, এ রকম বিভাজনে

কোনো প্রত্যয়ের বিকল্প ক্রমবর্ধিষ্ণুতা ('alternative development of a common notion') দেখানো হয়।

যে বিভাজনের কথা বলা হল তা আসলে আমাদের পরিচিত বিভাজনই [দ্বিকোটিক বিভাজন ছাড়া অন্য রকম যে বিভাজন, আসলে তাই শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন]। তাহলে "বিভাজন"-এর সঙ্গে "শ্রেণীকরণমুখী" কথাটির যোগ করা দরকার হল কেন? এর উত্তর : বিভাজনকে [মানে, দ্বিকোটিক

CENTRAL LIBRARY

বিভাজন ভিন্ন অন্য রকম (নির্ভুল) বিভাজনকে] শ্রেণীকরণও বলা চলে— ওপর থেকে নিচের দিকে গেলে বিভাজন, আর নিচ থেকে ওপর দিকে গেলে শ্রেণীকরণ [পৃঃ ৩২৯]। এ রকম বিভাজন আমাদের জ্ঞানের প্রসার ঘটায় [দেখব, দ্বিকোটিক বিভাজনের বেলায় এ কথা খাটে না]। এখন পৃঃ ৩০৮-এতে দেওয়া পদার্থবিভাগ দেখ। ওটা অসম্পূর্ণ বিভাজন—একথা ঠিক, কিন্তু ওটা শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন, পদার্থের শ্রেণীকরণ। গুণ, কর্ম প্রভৃতির অন্তর্ভুক্ত প্রজাতিগুলি দেখিয়ে বিভাগ সম্পূর্ণ করলে পদার্থ সম্পর্কে প্রায় সব তথ্য জানা হয়ে যেত।

Definition by Dichotomy

দ্বিকোটিকবিভাগজাত লক্ষণ

[আগেই বলেছি] আমরা বিভাগ করি দুটো উদ্দেশ্যে :

(১) কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলির শ্রেণীবিন্যস্ত বিবরণ দেবার জন্য,

আর

(২) প্রজাতি বা প্রত্যয় বিশ্লেষণ ও লক্ষণ উদ্ধারের জন্য।

যদি কেউ দ্বিকোটিক বিভাজনের আশ্রয় নেয় তাহলে বুঝতে হবে — শ্রেণীকরণ, শ্রেণী-বিন্যাসকরণ, জাতির অন্তর্ভুক্ত প্রজাতির বিশদ ও পরিপূর্ণ বিবরণ দেওয়া, তার লক্ষ্য নয়। তাই যদি লক্ষ্য হত তাহলে সে একটি ছাড়া অন্য সব প্রজাতিকে একটি অভাববাচক বিধেয় দিয়ে বিশেষিত করত না। যেমন সাতটা পদার্থের পরিচয় না দিয়ে বলত না : পদার্থ দু রকম—দ্রব্য ও অ-দ্রব্য। তার লক্ষ্য হল প্রজাতির লক্ষণ উদ্ধার। এভাবে লক্ষণ উদ্ধারের যে কৌশল তার নাম দ্বিকোটিকবিভাগজাত লক্ষণ।

দেখা যাক, কী করে দ্বিকোটিক বিভাজন থেকে লক্ষণ উদ্ধার করা যায়। উদাহরণ হিসাবে পরিধীয় শাখাটি নেওয়া যাক [পৃঃ ৩১৬ দ্রষ্টব্য]। [লক্ষণ পেতে হলে সব সময় নিচে থেকে ওপর দিকে উঠবে।] এর থেকে পাই এ লক্ষণ

মানুষ = বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণী [যা সচেতন সজীব দেহবিশিষ্ট দ্রব্য]
প্রাণী = সচেতন, সজীব দেহী [দ্রব্য]
সজীব দেহী [উদ্ভিদ, প্রাণী] = সজীব দেহবিশিষ্ট [দ্রব্য]

ডানধারের বাক্সবন্ধনীভুক্ত জাতি/ জাতিগুলি বাদ দেওয়া চলে। কেননা কোনো প্রজাতির কথা বললে ঐ প্রজাতি যে যে বৃহত্তর জাতির অন্তর্ভুক্ত তার কথা বলা হয়ে যায়। যেমন, সমবাহু ত্রিভুজের কথা বললে বলা হয়ে যায় : ওটা ত্রিভুজ, এক প্রকার সমতল ক্ষেত্র, এক প্রকার ক্ষেত্র, এক প্রকার পদার্থ। উক্ত (পৃঃ ৩১৬ এতে] দেওয়া দ্বিকোটিক বিভাজনের সঙ্গে তুলনা করা যাক এ বিভাগটি



CENTRAL LIBRARY

এখন, এ বিভাজন, শ্রেণীকরণ বা সারণী থেকে প্রজাতির লক্ষণ পাওয়া যায় না। যেমন, বলা যায় না

বাঙালী = ভারতীয় [এশীয়] মানুষ (১')

ভারতীয় = এশীয় মানুষ (২')

কেননা (১') এমন ভারতীয় [যথা, অসমীয়া] আছে যারা বাঙালী নয়; (২') এমন এশীয় [যথা, বর্মী] আছে যারা ভারতীয় নয়। তবে [এই "তবে"টা খুব গুরুত্বপূর্ণ]

যে কোনো বিভাজনের ক্ষেত্রে এভাবে পাওয়া যাবে বিশ্লেষক বাক্য, আকারবশত বা বিভাজনবশত সত্য বাক্য,

যথা,

বাঙালীরা ভারতীয়/এশীয়/মানুষ (১')

ভারতীয়রা এশীয় মানুষ (২')

আগের কথায় ফিরে আসি। দ্বিকোটিক বিভাজন আমাদের জ্ঞানের প্রসার ঘটায় না। [কেননা এর একটি প্রজাতি গঠিত নঞর্থক বিভেদক দিয়ে] কিন্তু দ্বিকোটিক বিভাজনের গুরুত্ব এখানে—এর থেকে পাই প্রত্যয়বিশেষণ ও লক্ষণবাক্য।

দেখতে পাব, যোসেফের মতে, এ ছাড়া দ্বিকোটিক বিভাজনের অন্য কাজ নেই, অন্য কোনো গুরুত্ব নেই; বৈজ্ঞানিক, ঐতিহাসিক বা বাস্তব জাগতিক জ্ঞানের উৎস হিসাবে এ পদ্ধতি অকেজো, বন্ধ্যা।

১১.২৭ দ্বিকোটিক বিভাজনের মূল্যায়ন : যোসেফ

দ্বিকোটিক বিভাজন সম্পর্কে যোসেফের যা বক্তব্য তা এ তিনটি বাক্যে ব্যক্ত করা যায় :

(১) দ্বিকোটিক বিভাজন আকারসর্বস্ব পদ্ধতি নয়,

(২) যদি শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন আমাদের লক্ষ্য হয় তাহলে দ্বিকোটিক বিভাজন পদ্ধতি প্রয়োগ করা উচিত নয়,

(৩) কখনও কখনও কোনো বিভাজনকে দ্বিকোটিক বিভাজনে রূপান্তরিত করে দেখানো যায় যে বিচার্য বিভাজনটি নির্ভুল।

(১') আলোচ্য পদ্ধতি সম্পর্কে দাবি করা হয়—কেবল বিভাজনের আকারের [দ্বিশাখ আকারের] দরুনই (in virtue of the mere form of division)—এর শাখামুখের শ্রেণী দুটি সর্বগ্রাহী ও বিসংবাদী, মানে, এরূপ বিভাজন নির্ভুল।

এ কথা ঠিক, কেননা যা কোনো জাতির, X-এর, অন্তর্ভুক্ত, তাতে কোনো ধর্ম a থাকবে অথবা থাকবে না [Law of Excluded Middle], এবং a আর a-এর অভাব, $\bar{a}$, একসঙ্গে থাকবে না [Law of Non-contradiction]। কাজেই বলতে পারি X-কে দুভাগে ভাগ করা যায় A আর $\bar{A}$, এবং দাবি করতে পারি এরূপ বিভাজন নির্ভুল। মনে করা হয়, উপাদানজ্ঞান (matter of knowledge) ছাড়াই, কেবল যুক্তিবৈজ্ঞানিক নিয়মের বলে এ রকম বিভাজন সম্ভব।

CENTRAL LIBRARY

কিন্তু [মেলন্-কে উদ্ধৃত করে] যোসেফ বলেন, এ ধারণা ভ্রান্ত। কেননা কোনো বিভেদক ধর্ম, A, বিভাজ্য জাতিতে আদৌ থাকে, বা থাকতে পারে, কিনা তা যুক্তিবিজ্ঞান থেকে [যুক্তিবৈজ্ঞানিক সূত্র দিয়ে] জানা যায় না; তার জন্য উপাদান জ্ঞান—বাস্তব অনুভব বা পর্যবেক্ষণ দরকার।

উদাহরণ

ত্রিভুজ — দু রকম : শ্বেত ও অশ্বেত

যুক্তি — দু রকম : উষ্ণ ও অনুষ্ণ

প্রাণী — দু রকম : একার্থক ও অনেকার্থক

মানুষ — দু রকম : বৈধ ও অবৈধ

— এ রকম উদ্ভট বিভাগ আমরা করি না। কেননা [যুক্তিবিজ্ঞান নয়] আমাদের বিষয়জ্ঞান, বস্তুজ্ঞানই বলে—শ্বেত অশ্বেত, উষ্ণ অনুষ্ণ—এসব কেবল জড় বস্তু সম্পর্কেই খাটে; বৈধ অবৈধ—এসব বিশেষণ [বিভেদক] জড় পদার্থ সম্পর্কে প্রযোজ্য নয়। তবে যদি বিভেদক দিয়ে দেওয়া হয় এবং বলা হয় ঐ শ্রেণী সম্পর্কে ঐ বিভেদক খাটে তাহলে অবশ্যই প্রদত্ত জাতিকে A — $\bar{A}$, B — $\bar{B}$ আকারে ভাগ করা যায়।

যা বলা হল তার থেকে বোঝা যাবে, [সাধারণ বিভাজন ত নয়-ই, এমনকি] দ্বিকোটিক বিভাজনও সম্পূর্ণভাবে উপাদানমুক্ত নয় — কেবল যুক্তিবৈজ্ঞানিক নিয়ম প্রয়োগ করে দ্বিকোটিক বিভাজন সম্ভব নয়।

(২') কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতির বিশদ বিবরণ দেওয়া যদি আমাদের লক্ষ্য হয়, মানে বিভাজন বলতে যদি শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন বুঝি, তাহলে দ্বিকোটিক বিভাজন পদ্ধতি প্রয়োগ করা উচিত নয়,

যোসেফের ভাষায়

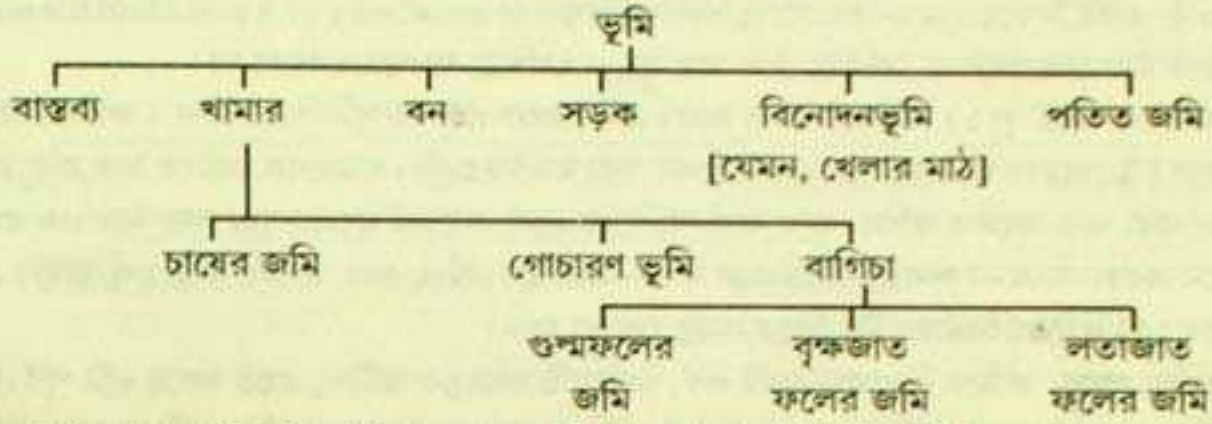
a classificatory division should never use dichotomy as a principle...

কোনো জাতি কীভাবে, বা কত প্রকারে, বিভাজ্য যুক্তিতর্ক দিয়ে তা স্থির করা যাবে না—তার জন্য দরকার বিভাজ্য-জাতি-বিষয়ক উপাদানজ্ঞান। যথা, জমি কত রকম সে সম্পর্কে যুক্তিবিজ্ঞান কোনো আলোকপাত করতে পারে না। আমরা জানি, জমিকে বাসযোগ্য করে তোলা যায় [জমিতে বাড়ি তৈরি করা যায়]—এ জ্ঞান যুক্তিবিজ্ঞান থেকে পাই নি। এ জ্ঞানের ভিত্তিতে যুক্তিবৈজ্ঞানিক সূত্র [অবিরোধিতার সূত্র ও নির্মধ্যতার সূত্র] প্রয়োগ করে বড় জোর বলতে পারি—জমি দু রকম : বাস্তব্য, অবাস্তব্য। স্পষ্টতই এমন বিভাজন এক দিক থেকে অকেজো; এতে [যুক্তিবৈজ্ঞানিক কৌশল থাকতে পারে কিন্তু] আমাদের জ্ঞানের প্রসার হয় না। প্রসঙ্গ বিশ্বের প্রকারগুলির একটি ছাড়া [একই পর্বে] অন্য সবগুলিকে একটা নঞর্থক পদ দিয়ে বোঝানো হয়। ফলে নঞর্থক পদবোধিত অসংখ্য প্রজাতি অনুক্ত থেকে যায়, এসব প্রজাতি সম্পর্কে কিছুই জানা যায় না।

[এ অভিযোগের আরও সমর্থন চাও ত নিম্নোক্ত উদাহরণ দুটি তুলনা কর।

(১)

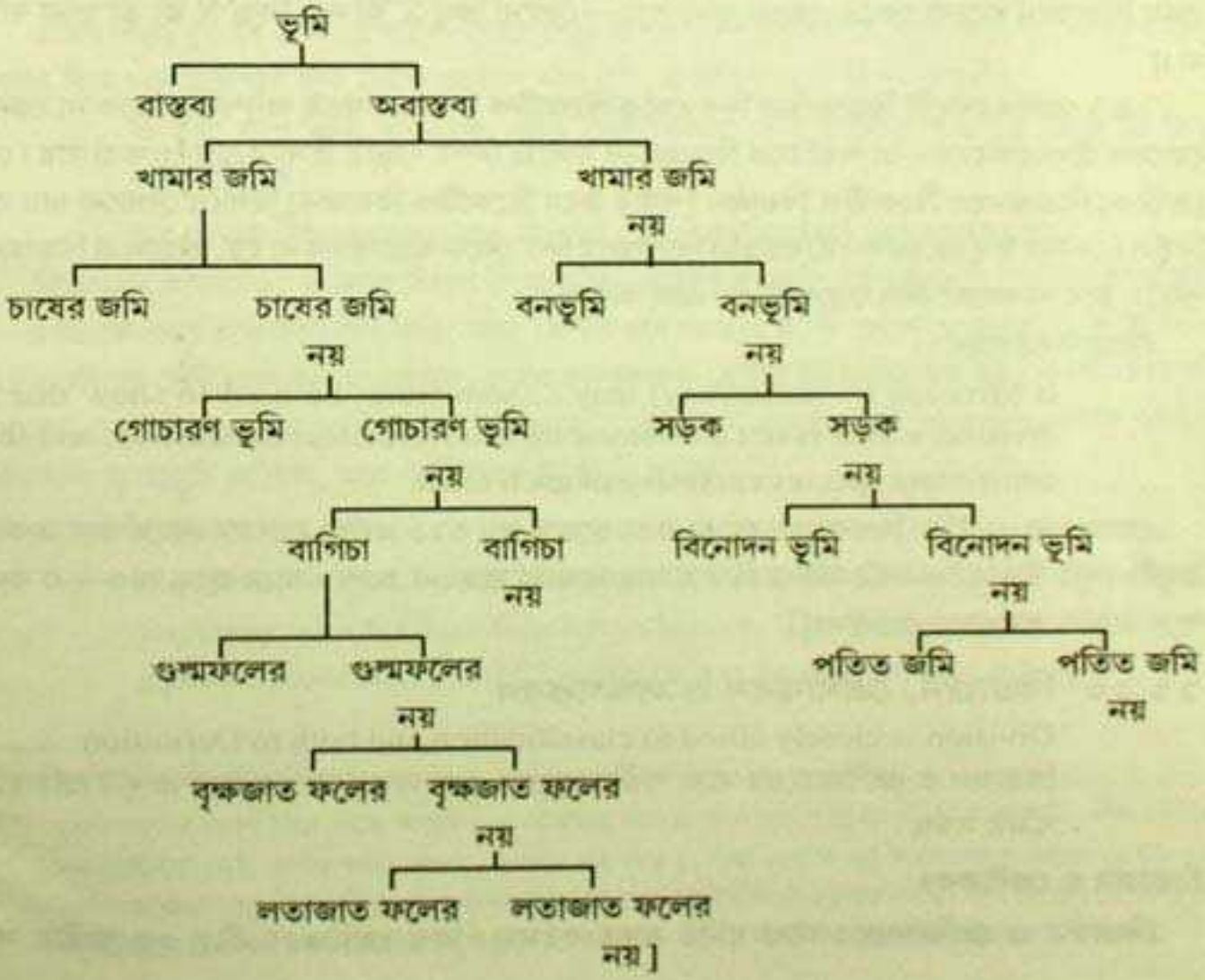
শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন



অবশ্য পরপর দ্বিকোটিক বিভাজন করে উক্ত প্রকারগুলির প্রত্যেকটি উল্লেখ করা যায়। তাহলে বিভাজন কী রকম বিকট ও জটিলাকার ধারণ করে দেখ।

(২)

দ্বিকোটিক বিভাজন



CENTRAL LIBRARY

এ রকম বিভাজন যে শুধু জটিল তাই নয়। এর আর একটা অপকর্ষের কথা বলছি।

যথার্থ বিভাজন হল একই প্রত্যয়ের বিকল্প বিবর্ধন ('alternative development of a common notion'); একই বিষয়ের, মানে প্রত্যয়ের, বহুধা রূপান্তর ('variations of a common theme') কিন্তু দ্বিকোটিক বিভাজনে এ বৈশিষ্ট্য দেখা যায় না, এ বৈশিষ্ট্য থাকতেও পারে না।

প্রথম বিভাজনটি [(১) চিহ্নিত] দেখা যাক। এটি থেকে পাই এ সুনিশ্চিত জ্ঞান : জমিতে বাড়ি তৈরি করা যায়, খামার বানানো যায়, বৃক্ষ রোপন করা যায়, ইত্যাদি। খামারের জমিতে চাষ করা যায়, গোচারণ করা যায়, ফলের বাগিচা করা যায়, বাগিচায় নানা জাতের ফলের চাষ করা যায়। এ রকম বিভাজনে সব সময় এমন সদর্থক উক্তি করা যায়—এটা হল এমন, যথা, চাষের জমি হল খামার।

এবার (২) চিহ্নিত বিভাজনটির দিকে নজর দেওয়া যাক।

[লক্ষণীয়, প্রথম ক্রমিক বিভাজনে ৩টি পর্ব; দ্বিতীয়টি অহেতুক জটিল, এতে আছে ৮টি পর্ব।]

[এ বিভাজনে "খামার জমি" দেখ।] খামার জমি অন্তর্ভুক্ত অবাস্তব্য ভূমি শ্রেণীর মধ্যে। কিন্তু খামারের জমি বলতে আমরা কি বুঝি কেবল অবাস্তব্য ভূমি [এর পরিচায়ক ধর্ম কি একটা নঞর্থক বিভেদক]? [এবার "বনভূমি" দেখ।] এখানে বনভূমি অন্তর্ভুক্ত খামার-নয়-এমন-জমি নামক জাতির মধ্যে। কিন্তু বনভূমি বলতে আমরা কি বুঝি কেবল এমন ভূমি যা খামারের জমি নয় এবং অবাস্তব্য? এ রকম বিভাজনে অনেক ক্ষেত্রে কেবল জানা যায়—কোনো কিছু X কী নয়, কিন্তু X কী তা জানা যায় না।]

(৩') শ্রেণীকরণমুখী বিভাজনের দিক থেকে দ্বিকোটিক বিভাজন যতই অনুপযুক্ত হোক না কেন, যোসেফ স্বীকার করেন—এ পদ্ধতিকে বিভাজনের যাথার্থ্য নির্ণয় পদ্ধতি হিসাবে প্রয়োগ করা যায়। যে [ক্রমিক] বিভাজনকে দ্বিকোটিক বিভাজন [পর্যায় ক্রমে দ্বিকোটিক বিভাজন] হিসাবে দেখানো যায় তা নির্ভুল। কেননা যদি বিভেদক ধর্ম/ধর্মগুলি বিভাজ্যের দিক থেকে অপ্রাসঙ্গিক না হয়, তাহলে এ বিভাজন পদ্ধতি হবে আকারের দিক থেকে নিখুঁত এবং অভ্রান্ত।

যোসেফ বলেছেন :

> It [division by dichotomy] may.....sometimes be used to show that a division which is not dichotomous is nevertheless exhaustive, and the constituent species exclusive of each other.

যোসেফের এ উক্তি বিশদভাবে ব্যাখ্যা করা হয়েছে পৃঃ ৩২১ এতে। [ওখানে পাবে আর একটা উদ্ধৃতি। দুটি উদ্ধৃতিতে একই বক্তব্য ভিন্ন ভাষায় ব্যক্ত হয়েছে। ঐ অংশ এখানে জুড়ে নাও—এ কথা বলে আমরা শ্রমলাঘব করলাম।]

১১.২৮ বিভাজন, শ্রেণীকরণ ও লক্ষণকরণ

Division is closely allied to classification,and both to Definition

বিভাজন ও শ্রেণীকরণের মধ্যে গভীর সাদৃশ্য, এবং লক্ষণকরণের সঙ্গে এ দুটি প্রক্রিয়ার ঘনিষ্ট সম্বন্ধ।

বিভাজন ও শ্রেণীকরণ

বিভাজন ও শ্রেণীকরণের মধ্যে ঘনিষ্ট সম্বন্ধ বর্তমান। কিন্তু শ্রেণীকরণ কী? এক জাতীয় সব

CENTRAL LIBRARY

ব্যক্তিকে একই শ্রেণীর মধ্যে আনা* এবং এভাবে ক্রমাগত অগ্রসর হয়ে কোনো বৃহত্তম শ্রেণীতে এসে থামা, এ বিন্যাসকরণ সমাপ্ত করা—এরই নাম শ্রেণীকরণ। নিচে শ্রেণীকরণের একটা দৃষ্টান্ত দেওয়া হল। [এ সারণীর নিচের দিক থেকে ওপর দিকে উঠে যাও।]



কিন্তু একে বিভাজনের উদাহরণ বলব না কেন, বলতে বাধা কী? আসলে বিভাজনের একটা দৃষ্টান্ত নিয়েই ত আমরা একে শ্রেণীকরণের উদাহরণ হিসাবে চালাচ্ছি। তাহলে প্রশ্ন ওঠে শ্রেণীকরণ ও বিভাজনের পার্থক্য কী, এদের সম্বন্ধই বা কী।

এদের সম্বন্ধ দুভাবে দেখানো যায়—বৈসাদৃশ্যের ওপর বেশি জোর দিয়ে, আর সাদৃশ্যের ওপর বেশি জোর দিয়ে। বৈসাদৃশ্যের দিক থেকে দেখলে বলা যায়, এ প্রক্রিয়া দুটি বিপরীতমুখী।

> আমরা ভাগ করি জাতিকে, আর শ্রেণীবিন্যস্ত করি জাতির অন্তর্গত [প্রজাতি বা] ব্যক্তিগুলিকে।
>
> we divide the genus, but classify the particulars belonging to it.

বিভাজনে আমরা ওপর থেকে নিচের দিকে নামি—বৃহত্তর বা বেশি ব্যাপক শ্রেণী থেকে অগ্রসর হই—জাতিকে প্রজাতিতে বিশ্লেষণ করি; আর শ্রেণীকরণে আমরা ব্যক্তি থেকে ওপরের দিকে উঠি—ব্যক্তিগুলিকে শ্রেণীভুক্ত করি। তারপর, ক্রমশ ব্যাপকতম শ্রেণীর দিকে অগ্রসর হই। ঔপমিক ভাষা "ওঠা", "নামা" বাদ দিয়ে পারিভাষিক "অবরোহ", "আরোহ" প্রয়োগ করে, এ কথাও বলতে পারি : বিভাজন অবরোহী প্রক্রিয়া, আর শ্রেণীকরণ আরোহী প্রক্রিয়া।

এ কথাটা এভাবে বলা যায়

> the ideal which Logical Division sets before us is very different from anything which Classification achieves. The first is or would be an *a priori* process.... [but] Classifaction is an *a posteriori* process.

---

* মানে, অন্তর্ভুক্ত করা

** শ্রেণীকরণের লক্ষণ দিতে গিয়ে বলেছি—এ প্রক্রিয়ায় আমরা যাত্রা শুরু করি ব্যক্তি থেকে, বলেছি : এক জাতীয় সব ব্যক্তিকে একই শ্রেণীর মধ্যে আনা....[প্রথম ছত্র দেখ]। কিন্তু এখানে ব্যক্তি কোথায়? এখানে ত ক্ষুদ্রতম শ্রেণী থেকে ক্রমশ [নিচের দিক থেকে ওপরে যাও] বৃহত্তর শ্রেণীর দিকে এগিয়ে গেছি। ধরে নিতে হবে, সর্বশেষ পর্বের নিচে ছিল কতকগুলি ব্যক্তি : এ ফলের বাগানটা, ও ফলের বাগানটা, সে ফলের বাগানটা, ইত্যাদি।

CENTRAL LIBRARY

বিভাজন ও শ্রেণীকরণের লক্ষ্য ভিন্ন, প্রথমটি একটি *a priori* প্রক্রিয়া, আর দ্বিতীয়টি *a posteriori*।

"*a priori*" বলছি কোন অর্থে? এ কথা ঠিক, কোনো জাতিবাচক পদ দিয়ে দেওয়া হলেই তার অর্থ বিশ্লেষণ [যা *a priori* প্রক্রিয়া] করেই *a priori* বিভাজন সম্ভব নয়। কিন্তু যদি কোনো জাতিবাচক শব্দ ও ঐ শব্দের বাচ্যে বর্তাতে পারে এমন [বা ঐ বাচ্যের বেলায় প্রাসঙ্গিক] কোনো ধর্ম বা বিভেদকও দিয়ে দেওয়া হয়, তাহলে পর্যবেক্ষণের সাহায্য ছাড়াই বিভাজন [অন্তত দ্বিকোটিক বিভাজন] ক্রিয়া সম্পন্ন হতে পারে। এ সীমিত অর্থেই বিভাজন *a priori*। যথা, ধরা যাক, জাতিবাচক "A" পদটি দেওয়া হল, এবং বলা হল A-তে b, c, d ইত্যাদি গুণ বর্তাতে পারে। তাহলেই আমরা অনুভবের সাহায্য ছাড়াই বিভাজনের কাজে লেগে যেতে পারি, যেমন তাহলে পেতে পারি পৃঃ ৩০০ -এতে দেওয়া বিভাজনটি। আবার এ রকম বিভাজনে সম্পূর্ণতা দাবি করা যায়—যেমন বলা যায়, পরফিরীয় বিভাজনটি সম্পূর্ণ—যেকোনো জড় পদার্থ দেখাও না কেন, দেখানো যাবে তা পরফিরীয় বিভাজনের অন্তর্গত কোনো না কোনো শ্রেণীর সভ্য। অপরপক্ষে, ব্যক্তি পর্যবেক্ষণ ও এদের সাধারণ ধর্ম উদ্ধার বা সামান্যীকরণ [যা আরোহী প্রক্রিয়া] ছাড়া শ্রেণীকরণ অগ্রসর হতে পারে না; কাজেই এটা আরোহী বা *a posteriori* প্রক্রিয়া। আবার শ্রেণীকরণে সম্পূর্ণতা দাবি করা যায় না—নতুন কোনো ব্যক্তি বা প্রকারের সাক্ষাৎ মিলতে পারে যাকে প্রাসঙ্গিক শ্রেণীকরণের অন্তর্গত কোনো প্রকারের অন্তর্ভুক্ত করা যায় না — যার জন্য নতুন শ্রেণী উদ্ভাবন করতে হতে পারে। এজন্যই জেভনস্ বলেছেন

> classification is a tentative process; its results are provisional ...

এসব কথা ঠিক। কিন্তু এ কথাও ঠিক যে :

> in actual practice our thought moves in both directions at once; and the process of dividing a genus is at the same time one of classifying the things in the genus.

এ বাক্যের বক্তব্য

> বস্তুত আমাদের চিন্তা দুমুখেই চলে : জাতি থেকে প্রজাতির দিকে, আবার প্রজাতি থেকে জাতির দিকে। কোনো জাতিকে ভাগ করলে, ঐ জাতির অন্তর্ভুক্ত ব্যক্তির শ্রেণীকরণ করা হয়ে যায়।

এ প্রসঙ্গে বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য শ্রীমতি E. C. Jones-এর উক্তি [যার সপ্রশংস উল্লেখ আছে কেইনস্ হেন যুক্তিবিজ্ঞানীর বইতে*]

> Division and classification are the same thing looked at from different points of view; any table presenting a division presents also a classification. A division starts with unity and differentiates it, a classification starts with multiplicity, and reduces it to unity, or at least to system.

---

* এবং শ্রীমতি স্টেবিং-এর ভাষায় যার প্রতিধ্বনি শুনি। L. S. Stubbing বলেছেন : Classification and division are fundamentally the same.....

CENTRAL LIBRARY

বিভাজন ও শ্রেণীকরণের দৃষ্টিভঙ্গি ভিন্ন ভিন্ন, কিন্তু এরা মূলত একই প্রক্রিয়া; কোনো সারণীতে বিভাজন দেখানো হলে তাতে শ্রেণীকরণও দেখানো হয়ে যায়। বিভাজন যাত্রা শুরু এক [মানে, কোনো অখণ্ড প্রত্যয়] থেকে, এবং এক-কে বিশ্লেষণ করে এদের [অঙ্গ প্রত্যঙ্গের] পার্থক্য দেখায়; শ্রেণীকরণ যাত্রা শুরু করে বহু থেকে [মানে, বহু ব্যক্তি/বিশেষ থেকে], আর এদের একীভূত, অন্তত বিন্যস্ত, করতে চেষ্টা করে।

বিভাজন ও শ্রেণীকরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে গিয়ে দু রকম কথা বলা হয়েছে। এ কথাগুলির মধ্যে কিন্তু কোনো অসংগতি নেই। বিভাজন ও শ্রেণীকরণ এদের প্রক্রিয়া (process) হিসাবেও দেখা যায়, আবার পরিণাম (product) হিসাবেও দেখা যায়। প্রক্রিয়া হিসাবে দেখলে, এরা বিপরীতমুখী প্রক্রিয়া, যথাক্রমে অবরোহী ও আরোহী। আর পরিণতি হিসাবে—সারণী, table, পঞ্জি বা শাখী হিসাবে দেখলে, বলতে পারি : যেটা বিভাজনের সারণী সেটাই আবার শ্রেণীকরণের সারণী বলে গণ্য।

১১.২৯ বিভাজন ও লক্ষণকরণ

বিভাজন ও লক্ষণকরণের সম্পর্ক নির্ণয় করতে গিয়ে কেউ কেউ বলেন, লক্ষণকরণ বিভাজনের ওপর নির্ভরশীল। কেননা, কোনো কিছুর লক্ষণ দিতে হলে জাতি [ও বিভেদক] উল্লেখ করা দরকার, আর কোনো প্রজাতি [বা জাতি] কোনো জাতির [বৃহত্তর জাতির] অন্তর্ভুক্ত কিনা তা জানা যায় বিভাজন থেকে। কিন্তু এ মত মেনে নেওয়া যায় না। জাতি ও বিভেদক অনুসন্ধান করতে হলে বিভাজনের সাহায্য নিতে হবে কেন?

প্রথমত, লক্ষ্যের যা বাচক তার অর্থ বিশ্লেষণ করলেই ত জাতি ও বিভেদক পেয়ে যাব। তাছাড়া জাতি-বিভেদক উল্লেখ করে লক্ষণকরণ লক্ষণ দেবার একটা সহজ পদ্ধতি। এটা লক্ষণের একমাত্র লক্ষণ নয়। লক্ষণের লক্ষণ এভাবেও দেওয়া যায় : কোনো লক্ষ্য যে পদের বাচ্য তার লক্ষণার্থ বা connotation-এর বিশদ বিবরণ বা অর্থের [লক্ষণার্থের] বিশ্লেষণই লক্ষণকরণ। এখন, কোনো পদের অর্থ জানতে হলে বিভাজনের সাহায্য নিতে হবে কেন?

দ্বিতীয়ত, যাকে লক্ষণকরণের আরোহী পদ্ধতি ['inductive' method] বলা হয় তা প্রয়োগ করে লক্ষণকরণ করতে হলেও বিভাজনের কথা ওঠে না। এ পদ্ধতিতে লক্ষণ দিতে হলে, যার লক্ষণ দিতে হবে তার দৃষ্টান্ত সংগ্রহ করতে হয় এবং দৃষ্টান্তগুলির মধ্যে কোনো সামান্য ধর্ম অনুসন্ধান করতে হয় [যে সামান্য ধর্ম থাকার দরুন দৃষ্টান্তগুলি একই নামে চিহ্নিত হয়]। এখন, এ সামান্য ধর্ম উল্লেখ করলেই লক্ষণ পেয়ে যাব।

আরও একটা কথা। [আলোচ্য মতের বিরুদ্ধে এটা আরও গুরুত্বপূর্ণ যুক্তি।] Connotation বা লক্ষণার্থ পদের বাচ্যার্থের নিয়ামক। কোনো পদ কোন বা কী জাতীয় বস্তুতে প্রযোজ্য, এর বাচ্য কী জাতীয় [বাচ্যের জাতি কী], তা নির্ভর করে বাচকের অর্থের, লক্ষণার্থের, ওপর [connotation determines denotation]। কাজেই, বরং বলতে পারি, বিভাজন নির্ভর করে লক্ষণকরণের ওপর। কোনো জাতিকে কোন কোন প্রজাতিতে ভাগ করা যায় তা জানতে হলে জাতিটির লক্ষণ জানা দরকার, আর এ জ্ঞান বিভাজন থেকে আসে না, আসে পদের লক্ষণার্থ থেকে।

প্রসঙ্গত আরও একটা কথা। কোনো পদের লক্ষণার্থ জানা থাকলেই তার লক্ষণ দেওয়া যায়। কিন্তু কোনো পদের বাচ্যার্থ জানা থাকলেই তার বিভাজন সম্ভব নয়। তার জন্য দরকার বিভাজ্য পদার্থটির

CENTRAL LIBRARY

বিশেষ বিশেষ রূপের, প্রকারের, জ্ঞান; এবং এ জ্ঞান যুক্তিবিজ্ঞান থেকে পাওয়া যায় না; পাওয়া যায় পর্যবেক্ষণ থেকে, বৈজ্ঞানিক অনুসন্ধান থেকে। এজন্য কেউ কেউ বলেন: formal প্রক্রিয়া নয় বলে যুক্তিবিজ্ঞানে বিভাজনের স্থান নেই।

তবে এ কথা ভুললে চলবে না, কোনো বিভাজন [বিশেষত দ্বিকোটিক বিভাজন] সারণী দেওয়া থাকলে তার থেকে আমরা মধ্যবর্তী প্রজাতিগুলির, বা লঘিষ্ঠ প্রজাতির, লক্ষণ উদ্ধার করতে পারি। পৃঃ ৩০০-এতে-দেওয়া আকারসর্বস্ব সারণীটি থেকে ABCD-এর লক্ষণ দিতে পারি এভাবে—ABCD হল এমন A যাতে আছে b, c, d ধর্ম [শ্রেণী বোঝাতে বড় হাতের, আর ধর্ম বোঝাতে ছোট হাতের অক্ষর ব্যবহার করলাম।] পৃঃ ৩২২-এতে-দেওয়া সারণীটি দেখ। এটা এখানে পুনরুক্তি করছি।



এ সারণী থেকে পেতে পারি বহু লক্ষণবাক্য, যথা

অনুগত ধর্ম = এমন বিধেয়ক যা উদ্দেশ্যের সমমান কিন্তু সারধর্ম নয়।

বিভেদক = এমন বিধেয়ক যা লক্ষ্যের বা উদ্দেশ্যের সমমান নয়, কিন্তু সারধর্মের অংশ

এভাবে এ সারণী থেকে লক্ষণ, জাতি, আপতিক ধর্ম—এ সবেরও লক্ষণ পাওয়া যাবে।

অনুশীলনী

৯৮. Definition কী? "Definition"-এর ন্যূনার্থতা দেখাও।

৯৯. লক্ষণ নির্ণয়ের নিয়মগুলি উল্লেখ কর। কোন নিয়ম লঙ্ঘন করলে কী দোষ হয়? দোষগুলির উদাহরণ দাও।

১০০. অব্যাপ্তি, অতিব্যাপ্তি ও চক্রক দোষ কী? [লক্ষণ নির্ণয় প্রসঙ্গে] এদের উদাহরণ দাও। প্রত্যেক ক্ষেত্রে বল : কেন এ দোষ হয়? এ দোষ থেকে মুক্ত থাকার উপায় কী?

১০১. নঞর্থক লক্ষণবাক্য কী? এর অন্তত দুটো উদাহরণ দাও। নঞর্থক লক্ষণবাক্য কি নির্ভুল হতে পারে না? পারলে, কোন পরিস্থিতিতে পারে?

১০২. উদাহরণ দিয়ে দেখাও [ভ্রান্ত] নঞর্থক লক্ষণ চক্রক দোষেও দুষ্ট হতে পারে।

CENTRAL LIBRARY

১০৩. চক্রক দোষের উৎস কী? লক্ষণকরণের কোন নিয়ম লঙ্ঘন করলে চক্রক দোষ হয়? এ কথা বলা কি ঠিক যে

লক্ষণবাক্যে লক্ষ্যের নাম থাকলে চলবে না?

১০৪. টীকা লেখ

(i) Correlatives (ii) Counter-alternatives

এবং এ প্রসঙ্গে ব্যাখ্যা কর :

It sometimes happens.....that counter-alternatives cannot really be defined at all.

১০৫. এ লক্ষণ বাক্যগুলির যাথার্থ্য বিচার কর:

Sun is a star that appears by day

Cause is the invariable and unconditional antecedent of a phenomenon.

১০৬. নিম্নোক্ত লক্ষণবাক্যগুলির বৈশিষ্ট্য কী?

(a) inequality is the negation of equality

(a') equality is the negation of inequality.

(b) evil is the contrary of good

(b') good is the contrary of evil.

দেখাও যে (a') ও (b')-এতে কেবল নঞর্থক লক্ষণ দোষ নয়, চক্রক দোষও ঘটেছে।

১০৭. নিম্নোক্ত লক্ষণবাক্যগুলির প্রত্যেকটির যাথার্থ্য বিচার কর:

(1) A kitten is a playful creature which runs after balls of wool

(2) Man is a being who can read and write

(3) Speech is vocal sound

(4) A triangle is a three-sided rectilineal figure having its angles equal to two right angles

(5) A triangle is a three-sided rectilineal figure having its sides equal

(6) Mind is a tabula rasa

(7) Intellect is the eye of the soul

(8) Virtue is acting virtuously

(9) Peace is the absence of war.

[নিচের উদাহরণগুলি হস্‌পারস্‌-এর An Introduction to Philosophical Analysis থেকে নেওয়া।]

a. Bird : feathered vertibrates

b. Fanatic : one who redoubles his effort after he has forgotten his aim

c. Sage : a spice used in turkey stuffing

d. Tree : largest of all plants

e. Liberal : one who values liberty

f. House : a building designed for human habitation

CENTRAL LIBRARY

g. Twilight : the period between day and night
h. Motion : change of position with respect to the earth's surface
i. Wastebasket : a basket used for containing discarded trash
j. Book : anything containing paper, covers, and print
k. Equator : an imaginary line extending around the earth
l. Marriage : legalized prostitution
m. Left : opposite of right
n. Religion : what you do with your leasure time
o. Wednesday : the day that follows Tuesday
p. Pump : an instrument used for drawing water from under the earth's surface
q. Eat : ingest through the mouth
r. Heart : the organ that pumps blood through the body.

১০৮. Test the following definitions :

(i) Logic is a mental science
(ii) Tin is a metal lighter than gold
(iii) Vice is the opposite of virtue
(iv) Paper is a substance made of rags
(v) Man is a self-knowing animal
(vi) Cheese is a caseous preparation of milk
(vii) Knowledge is that on which somebody else can be examined.

১০৯. উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর :

The better the definition, the more completely will the differentia be something that can only be conceived as a modification of the genus; and the less appropriately therefore will it be called a mere attribute of the subject defined.

—Joseph, p 112 [দ্রঃ মন্তব্য, পৃঃ২৭৯]

১১০. যৌক্তিক বিভাজন কী? উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

১১১. "যৌক্তিক বিভাজন"-এতে "যৌক্তিক" কথাটির কী তাৎপর্য?

১১২. "বিভাজন" কথাটি অনেকার্থক। উদাহরণ দিয়ে অর্থগুলির পার্থক্য দেখাও।

১১৩. কোনো বিভাজন যৌক্তিক বিভাজন বলে গণ্য কিনা তা নির্ণয়ের উপায়/মানদণ্ড কী?

১১৪. Logical division, physical division, metaphysical division—এদের পার্থক্য দেখাও।

১১৫. টীকা লেখ

Physical Division, Metaphysical Division ও Enumeration।

১১৬. "Summum genus" ও "infima species"

এ কথা দুটির মানে ব্যাখ্যা কর। কথা দুটি কি সাপেক্ষ না অনপেক্ষ?

CENTRAL LIBRARY

১১৭. ব্যাখ্যা দাও :

Division deals entirely with concepts or universals

কেন এ কথা বলা হল যে

Division never proceeds to the enumeration of individuals?

১১৮. নিম্নোক্ত মত দুটি বিচার কর, এদের মূল্যায়ন কর।

(i) Nature has determined where division should stop, they are fixed by nature

(ii) they are fixed by us with reference to our purpose and convenience.

[লক্ষণীয়, উদ্ধৃতি দুটি infima species সংক্রান্ত।]

১১৯. টীকা লেখ

Species—cognate, superordinate, subordinate, cordinate
subaltern genera/species
proximate genus/species
totum divisum
membra dividentia
continued division
fundamentum divisionis।

১২০. বিভাজনের নিয়মগুলি উল্লেখ কর। কোন নিয়ম লঙ্ঘন করলে কী দোষ হয়? দোষগুলির উদাহরণ দাও।

১২১. Overlapping division ও cross division কি একই দোষ? যদি না হয়, তাহলে এদের পার্থক্য কী?

এমন কি হতে পারে যে

(i) বিভাজনভিত্তি একাধিক, কিন্তু বিভাগ-করে-পাওয়া প্রজাতিগুলি বিসংবাদী ও সর্বগ্রাহী?

(ii) বিভাজন ভিত্তি একটি অথচ বিভাগ করে পাওয়া প্রজাতিগুলি বিসংবাদী নয় (overlapping)? তোমার উত্তরের সমর্থনে উদাহরণ ও যুক্তি দেখাও।

১২২. উদাহরণ দাও

Cross division, Overlapping division, Division by leap।

১২৩. উদাহরণ দাও

Too wide definition, Too narrow definition, Negative definition।

১২৪. টীকা লেখ

Classificatory Division
Definition by Dichotomy।

১২৫. বিভাজনের দ্বিতীয় নিয়ম ও তৃতীয় নিয়ম যথাক্রমে এই :

বিভাজ্যকে যে সব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় সেগুলি হবে পরস্পরের বিসংবাদী [২য় নিয়ম]

প্রত্যেক বিভাজনে একটি মাত্র বিভাজন ভিত্তি থাকতে হবে [৩য় নিয়ম]

CENTRAL LIBRARY

এ নিয়ম দুটির সম্বন্ধ সম্পর্কে বলা হয়েছে

> A division which conforms to the third rule will necessarily conform to the second. But the converse is not true [Cohen & Nagel]

উদ্ধৃত বাক্যটি উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

১২৬. ব্যাখ্যা কর।

> A cross division is in fact a defect of principle which is not removed because practical inconveniences are avoided. —Joseph, p 112

১২৭. দ্বিকোটিক বিভাজন কী? উদাহরণ দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

১২৮. দ্বিকোটিক বিভাজনের দোষগুণ বিশদভাবে আলোচনা কর।

১২৯. দ্বিকোটিক বিভাজন একটি আকারসর্বস্ব পদ্ধতি। এ উক্তিটি সম্পর্কে মন্তব্য কর।

১৩০. দ্বিকোটিক বিভাজনকে নির্ণয় পদ্ধতি হিসাবে প্রয়োগ করা যায়। এ উক্তিটি ব্যাখ্যা কর।

১৩১. নিম্নোক্ত উক্তিটি ব্যাখ্যা কর।

> It may be possible to show by dichotomy that a division which is not dichotomous is exhaustive or its species mutually exclusive. [দ্রঃ পৃঃ ৩২১]

১৩২. ব্যাখ্যা কর।

a classificatory division should never use dichotomy as a principle.

১৩৩. Evaluate the following divisions:

1. A room into* roof, floor, walls and ceiling.
2. A piece of chalk into whiteness, extension, solidity and weight.
3. Religion into Christian, Mahammadian, Hindu and Parsi religion.
4. College into art college, science college, college of cardinals and electoral college.
5. Metals into white, heavy and precious.
6. Books into moral, immoral and clever.
7. Trains into local and electric.
8. Indians into rich, poor and malarious.
9. Men into civilized, uncivilized, clergymen and laymen.
10. Great Britain into England, Scotland and Wales.
11. Terms into singular, general and abstract.
12. Men into knaves and fools.
13. Material bodies into solid, liquid, heavy, and light.
14. "Fish, flesh, fowl and good red herring."

---

* এ রকম প্রশ্নে "is divided into" বা "may be divided into"-এর পরিবর্তে কেবল "into" কথাটি থাকে।

CENTRAL LIBRARY

১৩৪. Test the following divisions: —Jevons

(a) Man into civilized and uncivilized

(b) Grammar into syntax and prosody

(c) War into civil and aggressive

(d) Energy into potential and visible

(e) Terms into singular, general and concrete

(f) The world into Asia, America, Europe, Africa and Australia

(g) Allegiance is either natural and perpetual or local and temporary.

১৩৫. Examine the following divisions:

(i) Number into even, odd and fraction

(ii) Triangle into scalene, equilateral and equiangular

(iii) Plants into acotyledons, monocolyledons and exogens. [দ্রঃ পৃঃ ৩১১]

উত্তর অনুশীলনী ১০৭-এর উত্তরের জন্য দেখতে পার

রমাপ্রসাদ দাস : দার্শনিক জিজ্ঞাসা (১) —বাগর্থতত্ত্ব, পৃ : ৯২-৯৬।

CENTRAL LIBRARY

নির্ঘণ্ট

Glossary
&
Index

CENTRAL LIBRARY

নির্ঘণ্ট : শব্দার্থকোষ ও নির্দেশিকা

নির্ঘণ্টে যেসব সংক্ষেপক ব্যবহার করেছি তার কথা বলছি। "পৃ:—" বলতে এ বইর পৃষ্ঠা, আর পরবর্তী C, Q প্রভৃতি বর্ণের পরে যে সংখ্যা তা বোঝাচ্ছে নির্দেশিত বইর পৃষ্ঠাঙ্ক। এ অক্ষরগুলি মূল গ্রন্থ ও গ্রন্থকারের নামের সংক্ষেপ। নিচে এদের বিস্তার।

C = I.M Copi : Symbolic Logic, Fourth Edn.

Jf = Richard C. Jeffrey : Formal Logic—Its Scope and Limits, First Edn.

Jh = H.W.B. Joseph : An Introduction to Logic, Secord Edn.

Q = W.V. Quine : Methods of Logic, Third Edn.

S = Patrick Suppes : Introduction to Logic, Indian Reprint.

Abscissio infiniti [পৃ:৩১৫, Jh 127-128] এটা ল্যাটিন কথা। এর প্রাতিশাব্দিক বা মূলানুগ অনুবাদ হল: অনির্দিষ্টের ছেদন (the cutting off of the indeterminate)। অনির্দিষ্ট পদ হচ্ছে নঞর্থক পদ। এ রকম পদের বাচ্য হল অনির্দিষ্ট (infinite) শ্রেণী, যথা 'দেহহীন', 'নির্জীব' এদের বাচ্য অনির্দিষ্ট। Abscissio infiniti-এর কথা ওঠে দ্বিকোটিক বিভাজন প্রসঙ্গে। এ রকম বিভাজনে বিভাজ্য জাতির একটা বিশাল অংশ এমন শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত করা হয় যার বিভেদক হল নঞর্থক। দ্বিকোটিক বিভাজনে প্রত্যেক পর্বে [ডানধারের শাখায়] থাকে একটা নঞর্থক বা অনির্দিষ্ট শ্রেণী—একে আর ভাগ করা হয় না—এ রকম শ্রেণী যেন ছেটে ফেলা হয়, বাতিল করে দেওয়া হয়। উদাহরণ : পরফিরির শাখীতে দেহহীন, নির্জীব, অচেতন—এসব প্রজাতির, আবার পৃঃ ৩১৪ -এতে-দেওয়া কাণ্ড বিভাগে : লতানো-নয়, ভূগর্ভস্থ-নয়, স্থূলাঙ্গ-নয়, কন্দকোরকযুক্ত-নয়,—এসব প্রজাতির, বেলায় 'abscissio infiniti' প্রয়োগ করা হয়েছে।

Alternation [পৃ: ২৬৪, Q (10, 12), 103] '— অথবা —', '—or—' এ যোজকটি দিয়ে যে যৌগিক বাক্য গঠিত হয় তাকে বলে alternation বা বৈকল্পিক বাক্য, যদি যোজকটি নেওয়া হয় অবিসংবাদী (non-exclusive) অর্থে। এ যোজকটির সংক্ষেপক হিসাবে 'V' (ল্যাটিন 'vel' থেকে] ব্যবহার করা হয়। এবং 'V'-এর সংজ্ঞা দেওয়া হয় এ সারণী দিয়ে

CENTRAL LIBRARY

p	q	p ∨ q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

লক্ষণীয়, T T = T, আর 'p ∨ q' মিথ্যা হতে পারে কেবল এ ক্ষেত্রে: p = F, q = F।

যাকে alternation বলা হল তাকেই অনেকে, যথা কোপি, জেফরি, সুপিস [রাসেলকে অনুসরণ করে] disjunction, বা disjunctive বাক্য, বলে চিহ্নিত করেন। কিন্তু এ প্রয়োগ অসঙ্গত, কেননা 'disjunction' এসেছে 'disjoin' থেকে, ফলে কথাটির মধ্যে এমন ইঙ্গিত আছে যে অঙ্গবাক্যগুলি বিসংবাদী, অথচ '∨' প্রয়োগ করা হয় অবিসংবাদী অর্থে, মানে '∨'-এর গৃহীত সংজ্ঞা অনুসারে যদি দুটি অঙ্গ বাক্যই সত্য হয় তাহলেও 'p ∨ q' সত্য।

Alternational Normal Form. বৈকল্পিক বিহিতাকার [পৃঃ ২৫৯, Q 61-65]

Alternational Normal Form, সংক্ষেপে ANF, হল এমন বাক্য : (১) যাতে '⊃' আর '≡' -এর প্রয়োগ নেই, (২) '–' থাকতে পারে কেবল একবর্ণ প্রতীকের গায়ে লেগে [বামে বা মাথায়], ও (৩) [সংযৌগিকের] সংযোগীতে থাকে কেবল কোনো বর্ণ বা তার নিষেধ। উদাহরণ :

$p,\ p \cdot q,\ p \vee q,\ p \vee (\bar{p} \cdot q),\ (p \cdot q) \vee (p \cdot \bar{q})$

—এসব ANF। প্রসঙ্গত, যারা 'p ∨ q'-কে disjunction বলে বর্ণনা করেন তারা 'ANF'-এর বদলে 'DNF'-এর কথা বলেন। মানে, এ প্রয়োগ অনুসারে উক্ত বাক্যগুলি 'DNF'-এর দৃষ্টান্ত।

Application / Use : 'Collective' [S 191] 'Distributive' [S 191]

'Collective application' ও 'Distributive Application', দ্রষ্টব্য।

Arbor Porphyriana [পৃ: ৩১৫, Jh 130] 'Porphyrian Tree' দ্রষ্টব্য।

Basis of Division [Jh 118] 'Fundamentum Divisionis' দ্রষ্টব্য।

Biconditional, The, [Q (22), 105]

'— যদি এবং কেবল যদি —', '—if and only if—'/'iff'—এ যোজকটি দিয়ে যে যৌগিক বাক্য গঠিত হয় তাকে বলে the biconditional, দ্বিপ্রাকল্পিক বাক্য। এ যোজকটির সংক্ষেপক হিসাবে ব্যবহৃত হয় '≡' এ প্রতীকটি, এবং এর সংজ্ঞা দেওয়া হয় এ [সংজ্ঞা] সারণী দিয়ে

p	q	p ≡ q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

CENTRAL LIBRARY

দেখা যাচ্ছে, এ রকম বাক্য সত্য হতে পারে যদি অঙ্গবাক্যগুলির সত্যমূল্য অভিন্ন হয় [লক্ষণীয় $F \equiv F = T$] আর মিথ্যা হতে পারে যদি অঙ্গবাক্যগুলির সত্যমূল্য ভিন্ন হয়। এ রকম বাক্যকে দ্বিপ্রাকল্পিক বলা এ হেতু। '$p \equiv q$'-এর বক্তব্য ব্যক্ত করা যায় দুটি প্রাকল্পিক দিয়ে : '$p \equiv q$' মানে : $(p \supset q) . (q \supset p)$। শেষোক্ত বাক্যের সত্যসারণীর ফলস্তম্ভ আর '$p \equiv q$'-এর সারণীর ফলস্তম্ভ অভিন্ন [সুতরাং বাক্য দুটি সমার্থক বা অভিন্নার্থক]। নিচে এ অভিন্নতা দেখানো হল।

p	q	$p \equiv q$	$(p \supset q) . (q \supset p)$
T	T	T	T T T
T	F	F	F F T
F	T	F	T F F
F	F	T	T T T

সাধারণ ভাষার 'if and only if' আর যুক্তিবিজ্ঞানে ব্যবহৃত '$\equiv$'-এর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে। যেমন, সাধারণ প্রয়োগ অনুসারে আমরা বলি না : 'p', 'q' যে বাক্যই হোক না কেন 'p if and only q' আকারের বাক্য সত্য হবে যদি অঙ্গবাক্য দুটি মিথ্যা হয়। সাধারণ ভাষার প্রয়োগ থেকে পৃথক করার জন্য অনেক সময় '$p \equiv q$' আকারের বাক্যকে কেবল the biconditional না বলে, the material biconditional বলে চিহ্নিত করা হয় [Q, 23]। অনেকে, যথা কোপি [C, 27], '$p \equiv q$'-কে material equivalence বলে অভিহিত করেন।

Boolean [পৃঃ ২২৮, Q (97) 102-105]

George Boole [1815-1864] ইংরেজ গণিতবিদ ও যুক্তিবিজ্ঞানী। 'Boole' থেকে : Boolean, বুলীয়।

Boolean Existence Schema [পৃঃ ২২৮, Q (98) 102]

'There is —', 'There is at least one —', 'অন্তত একটি — আছে' — এদের সংক্ষেপক হিসাবে আমরা [কোয়াইনকে অনুসরণ করে] '$\exists$' ব্যবহার করতে পারি। যেমন, তাহলে 'There are black swans', 'There are F (swans) that are G (black)' ব্যক্ত করতে পারি '$\exists FG$' দিয়ে। এখন [$\exists FG$-এর মত] যে বাক্যাকারে থাকে কোনো বুলীয় পদ আর তার বামে '$\exists$' তাকে বলে বুলীয় সত্ত্ববাক্য/বাক্যাকার, সংক্ষেপে বুলীয় সত্ত্ব বাক্য। যথা

$$\exists F\bar{G}, \exists (F \vee G), \exists (F \supset G)$$

এসব বুলীয় সত্ত্ব বাক্য।

Boolean Statement Schema [পৃঃ ২২৯, Q (96) 102]

বুলীয় সত্ত্ববাক্য বা তার নিষেধ দিয়ে গঠিত সত্যাপেক্ষ বাক্যকে বলে Boolean statement schema, বুলীয় বচন/বচনাকার, সংক্ষেপে বুলীয় বাক্য। যথা

$$-\exists FG\bar{H} \supset \exists F\bar{G}, \quad -\exists F\bar{G} \vee -\exists F\bar{H}$$

$$(-\exists H\bar{G} . -\exists F\bar{H}) \supset -\exists F\bar{G}$$

এসব বুলীয় বাক্য।

Boolean Term Schema [পৃঃ ২২৮, Q 97]

F, $\bar{G}$, $F\bar{G}$, F ∨ G—এ রকম পদ/পদগ্রাহককে বলে Boolean term schema, বুলীয় পদ/পদাকার, সংক্ষেপে বুলীয় পদ। মনে করা যাক 'F' বোঝাচ্ছে 'black' আর 'G' বোঝাচ্ছে 'swan'; তাহলে 'FG' খাটবে কাল রাজহাঁস সম্পর্কে আর '$F\bar{G}$' অন্য কাল বস্তু সম্পর্কে, 'F ∨ G' খাটবে যা কাল অথবা রাজহাঁস তার সম্পর্কে।

Classification [পৃঃ ৩২৮, Jh 115]

এক জাতীয় সব বস্তুকে একই শ্রেণীর মধ্যে আনা এবং এভাবে ক্রমাগত অগ্রসর হয়ে কোনো বৃহত্তম শ্রেণীতে আসা—এভাবে বিন্যস্তকরণ সমাপ্ত করা—এরই নাম শ্রেণীকরণ, classification।

যেমন, পৃঃ ৩২৭-এতে দেওয়া শ্রেণীকরণটি ভূমির শ্রেণীকরণ।

Classificatory Division [পৃঃ ৩২৩, Jh 125]

যে বিভাজনের লক্ষ্য কোনো জাতির অন্তর্গত সব প্রজাতি উল্লেখ করা, প্রজাতিগুলি ক্রমান্বয়ে বিভাগ করে যাওয়া — তাকে শ্রেণীকরণমুখী বিভাজন, classificatory division, বলে অভিহিত করা যায়। [বস্তুত যোসেফ এ নামেই এ রকম বিভাজনকে চিহ্নিত করেছেন।]

Closed Path [পৃঃ ১৭৪, Jf 66]

জেফরির কথায়—A closed path is one that contains a sentence together with its denial। কথাটার ব্যাখ্যা : কোনো সত্যশাখীর যে শাখায় থাকে কোনো বর্ণপ্রতীক ও তার নিষেধ, মানে যে শাখায় স্ববিরোধিতা দেখা দেয়, যে শাখা ওখানে থেমে যায়, এতে আর কোনো বাক্য যুক্ত হয় না—তা বন্ধ করে দেওয়া হয় শাখামুখে একটা 'x' দিয়ে, সে শাখাকে বলে বন্ধ পথ, closed path।

উদাহরণ :

'p ∨ q ∴ p'-এর শাখী

p ∨ q

−p

p q

×

এখানে বামধারের শাখাটি closed path, বন্ধ শাখা/বন্ধ পথ। আর ডান ধারের শাখাটি open path, মুক্ত শাখা।

Co-division [পৃঃ ৩০৬]

একই জাতিকে নানা দিক থেকে বিভাগ করে যেসব বিভাজন পাই সেগুলি হল সজাতি বিভাগ (Co-division)। যথা, ত্রিভুজের নিম্নোক্ত বিভাগ দুটি co-division :

(১) ত্রিভুজ : সমবাহু, বিষমবাহু, সমদ্বিবাহু

(২) ত্রিভুজ : সমকোণী, স্থূলকোণী, সূক্ষ্মকোণী

CENTRAL LIBRARY

Cognate / Coordinate species [genus] [পৃঃ ২৯৭, Jh 116] 'Coordinate' দ্রষ্টব্য।]

'Collective' Application / Use [পৃঃ ৯৩, S 191] [একদিক থেকে বলা যায়] পদের প্রয়োগ দু রকম : সমষ্টিবাচক (collective) ও ব্যষ্টিবাচক (distributive)।

গ্রহ নয়টি	গ্রহ জ্বলজ্বল করে
বিড়াল একটি প্রজাতি	বিড়াল মাছ খায়
ছাত্ররা অধ্যক্ষকে ঘেরাও করেছিল	ছাত্ররা সবাই পরীক্ষায় পাশ করেছে

—এখানে বামধারের স্তম্ভে 'গ্রহ', 'বিড়াল', 'ছাত্র'-এর প্রয়োগ সমষ্টিবাচক [আর ডানধারের স্তম্ভে এ শব্দগুলির প্রয়োগ ব্যষ্টিবাচক]।

উদ্দেশ্য পদের যা বাচ্য তার প্রত্যেকটি সম্বন্ধে যদি বিধেয়টি পৃথক পৃথকভাবে প্রযোজ্য না হয় তাহলে বুঝতে হবে উদ্দেশ্য পদটির প্রয়োগ সমষ্টিবাচক। যথা, 'গ্রহ'-এর বাচ্য মঙ্গল বুধ, বৃহস্পতি, শুক্র ইত্যাদি। এখন এদের কোনটি সম্পর্কে 'নয়টি' প্রয়োগ করা যায় না। যেমন, বলা যায় না : মঙ্গল [গ্রহ] নয়টি, শুক্র [গ্রহ] নয়টি। যায় না, কেননা উদ্দেশ্য পদ "গ্রহ"-এর প্রয়োগ এখানে সমষ্টিবাচক।

Complement [পৃঃ ৬২, S 188]

'Complement'-এর প্রতিশব্দ : পরিপূরক। Complement বা পরিপূরক সেটের লক্ষণ দিতে পারি এভাবে। কোনো সেটের, A-এর, পরিপূরক হল এমন বস্তুর সেট যার কোনোটি A-এর সভ্য নয়, কিন্তু প্রাসঙ্গিক V-এর সভ্য। যথা, শ্বেত-এর পরিপূরক হল : অশ্বেত [বস্তু]। পরিপূরক লেখা হয় বিয়োগ চিহ্ন দিয়ে। যথা, ~A হল A-এর পরিপূরক। বলা বাহুল্য, A ∪ ~A = V।

Complement of — relative to — [পৃঃ ৬৩, S 188]

কোনো সেট A-এর পরিপূরক গঠন করা হয় V থেকে A বিয়োগ দিয়ে। মানে, A-এর পরিপূরক হল ~A। আর ~A = V ~A

Difference চিহ্নটি দিয়ে দু কাজ [দেখব, আসলে একই কাজ] করা হয়

(১) পরিপূরক গঠন, যথা '~' দিয়ে পাই : ~A [~B ইত্যাদি]

(২) বিয়োগকরণ, যথা '~' দিয়ে পাই : B ~A [A ~B ইত্যাদি]

প্রথম ক্ষেত্রে বলা হয় ~A হল A-এর পরিপূরক, আর দ্বিতীয় ক্ষেত্রে বলা হয় B ~A হল complement of A relative to B, B প্রসঙ্গে A-এর পরিপূরক। তার মানে

~A, B ~A এ দুটিই পরিপূরক : প্রথমটি A-এর পরিপূরক।

দ্বিতীয়টি B প্রসঙ্গে A-এর পরিপূরক।

Conditional, The, [Q (19) 105]

'যদি এমন হয় যে — তাহলে —', 'If — then —' ['— if —'] —এ যোজক দিয়ে যে যৌগিক বাক্য গঠিত হয় তাকে বলে the conditional বা conditional বাক্য, প্রাকল্পিক বাক্য। এ রকম বাক্যে 'if'-এর পরবর্তী অংশকে বলে পূর্বকল্প আর 'then'-এর পরবর্তী অংশকে অনুকল্প। যেমন, 'If P then Q', 'Q if P'—এখানে 'P' পূর্বকল্প (antecedent), 'Q' অনুকল্প (consequent)। সত্যাপেক্ষ যুক্তিবিজ্ঞানে 'If — then —' যে অর্থে নেওয়া হয় সে অর্থে

If p then q

-এর বক্তব্য

এমন নয় যে 'p' সত্য 'q' মিথ্যা

It is not the case that p and notq

$-(p \cdot -q)$

এখন '$-(— \cdot - —)$' -এর সংক্ষেপক হিসাবে ব্যবহার করা হয় এ চিহ্নটি : '$\supset$' [যার নাম নাল, horseshoe]; '$-(p \cdot -q)$' এর বদলে লেখা হয় : $p \supset q$। এবং '$\supset$'-এর সংজ্ঞা দেওয়া হয় এ সারণী দিয়ে [তুলনার জন্য '$-(p \cdot -q)$'-এর সারণীও দেওয়া হল]।

p	q	$p \supset q$	$-(p \cdot -p)$
T	T	T	T F
T	F	F	F T
F	T	T	T F
F	F	T	T F

লক্ষণীয়, '$p \supset q$' মিথ্যা হতে পারে যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে 'p' সত্য, 'q' মিথ্য, [$p \cdot -q$]। আরও লক্ষণীয়, এ বাক্য সত্য হবে যদি পূর্বকল্প মিথ্যা হয় [৩য় ও ৪র্থ সারি দ্রষ্টব্য] বা অনুকল্প সত্য হয় [১ম ও ৩য় সারি দ্রষ্টব্য]। কাজেই '$p \supset q$' এর বদলে লেখা যায় : $-p \vee q$ ['p' মিথ্যা অথবা 'q' সত্য]।

সাধারণ ভাষার 'if-then' আর যুক্তিবিজ্ঞানে ব্যবহৃত '$\supset$'-এর মধ্যে গুরুত্বপূর্ণ পার্থক্য আছে। যেমন, সাধারণ প্রয়োগ অনুসারে আমরা বলি না : 'p', 'q' যে বাকাই হোক না কেন [এদের মধ্যে প্রাসঙ্গিকতার সম্পর্ক থাক বা না থাক] 'If p then q' আকারের বাক্য সত্য হবে যদি পূর্বকল্পটি মিথ্যা হয় [বা অনুকল্পটি সত্য হয়]। সাধারণ ভাষার প্রয়োগ থেকে পৃথক করার জন্য অনেক সময় '$p \supset q$' আকারের বাক্যকে শুধু the conditional না বলে, the material conditional বলে অভিহিত করা হয় [Q, 19]। অনেকে, যথা, কোপি [C, 16] '$p \supset q$'-কে material implication বলে চিহ্নিত করেন [করেন, সাধারণ ভাষার 'if -then'-এর সঙ্গে পার্থক্যের দিকে দৃষ্টি আকর্ষণ করার জন্য]।

Conditional Proof [পৃঃ ১৩৭, C50] 'C.P.' দ্রষ্টব্য।

Conjunctional / Conjunctive Normal Form [পৃঃ ২৫৮, Q (70)]

সংযৌগিক বিহিতাকার, সংক্ষেপে CNF :

CNF [Conjunctional Normal Form] হল এমন বাক্য যাতে : (১) '$\supset$', '$\equiv$'-এর প্রয়োগ নেই, (২) '$-$' থাকতে পারে কেবল একবর্ণ প্রতীকের গায়ে [বামে বা মাথায়], (৩) [বৈকল্পিকের] বিকল্পগুলিতে থাকে কোনো বর্ণ বা বর্ণের-নিষেধ। উদাহরণ

p, $p \vee q$, $p \cdot q$, $p \cdot (\bar{p} \vee q)$, $(p \vee q) \cdot (p \vee \bar{q})$

—এসব বাক্য CNF।

Consistency [পৃঃ ১৯৮, Jf 79 (Q 35)]

যদি এমন হয় যে কোনো একটি বাক্য, বা বাক্যসমষ্টির অন্তর্গত বাক্যগুলি যুগপৎ, সত্য হতে পারে

CENTRAL LIBRARY

তাহলে বলা হয় : বাক্যটিতে, বা সমষ্টির অন্তর্ভুক্ত বাক্যগুলির মধ্যে, আছে অবিসংবাদিতা, অবিরোধিতা, সঙ্গতি বা consistency। যথা, 'p'-এতে সংগতি আছে, সেরকম:

$$-p \vee q, \quad p \vee -q, \quad -p \vee -q, \quad -(p \vee q)$$

—এ বাক্যগুলির মধ্যেও সংগতি বর্তমান—এ চারটি বাক্যই সত্য হবে এ সত্যমূল্যে : p = F, q = F.

যে ক্ষেত্রে সব কয়টি বাক্য সত্য সে ক্ষেত্র বা সত্যমূল্য সমষ্টিকে বলে ঐ বাক্যের বা বাক্যসমষ্টির মডেল (model) বা সাধক দৃষ্টান্ত। যেমন, শেষোক্ত উদাহরণটির সাধক দৃষ্টান্ত হল: $\frac{p \quad q}{f \quad f}$

Constituent Species [পৃঃ ২৯৭, Jh 117]

কোনো জাতিকে যেসব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় তাদের বলে ঐ জাতির membra dividentia, আত্মজ প্রজাতি বা constituent species, ভুক্ত শ্রেণী/প্রজাতি। যথা—সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু ত্রিভুজ হল ত্রিভুজের ভুক্ত শ্রেণী, constituent species।

Continued Division [পৃঃ ২৯৮, Jh 116]

কোনো জাতিকে ভাগ করে যেসব প্রজাতি পাওয়া যায় তাদের আবার ভাগ করা যায় [অন্য বিভাজনভিত্তি অনুসারে]। এভাবে আমরা প্রত্যেক পর্বের প্রজাতিকে ভাগ করে এগিয়ে যেতে পারি। এ রকম বিভাজনকে বলে ক্রমিক বিভাজন, continued division। উদাহরণ: পরফিরি শাখী ক্রমিক বিভাজনের একটি বিখ্যাত দৃষ্টান্ত। [আর একটি দৃষ্টান্ত পাবে পৃঃ ২৯৮-এতে, সমতলক্ষেত্রের ক্রমিক বিভাজন]।

Coordinate / Cognate Species [পৃঃ ২৯৭, Jh 116]

কোনো জাতিতে যে সব প্রজাতিতে ভাগ করা হয় সেগুলির একটিকে অন্যটির সজাতীয় বা সবর্ণ প্রজাতি, coordinate/cognate species বলে। যথা, সমবাহু, সমদ্বিবাহু, বিষমবাহু ত্রিভুজ—এদের প্রত্যেকটি অন্যটির সবর্ণ প্রজাতি।

[লক্ষণীয়, বিভাজ্য জাতি ও তার উপকরণের কথা ভেবে 'constituent' নামটি, আর ভুক্ত শ্রেণীগুলির পারস্পরিক সম্বন্ধের কথা ভেবে 'coordinate' নামটি, প্রয়োগ করা হয়।]

Counter-alternative [পৃঃ ২৮২, Jh 112]

কোনো শ্রেণীকে যদি এমন দু ভাগে ভাগ করা হয় যে, উপশ্রেণী দুটি বিসংবাদী ও সর্বগ্রাহী, মানে যদি বিভাগ দুটি বিরুদ্ধ, বা পরস্পরের পরিপূরক, হয় তাহলে উপশ্রেণী দুটিকে বলে counter-alternative পরস্পরের প্রতিকল্প। উদাহরণ : সদর্থক—নঞর্থক, সরল—বক্র, যুগ্ম—অযুগ্ম।

Counterexample [পৃঃ ১৭০, Jf 63, 76, 78]

এর প্রতিশব্দ "বাধক দৃষ্টান্ত"। বাধক দৃষ্টান্ত বলতে বোঝায় এমন দৃষ্টান্ত—যাতে দেখানো হয় অমুক আকারের বাক্য বা যুক্তি অবৈধ, মানে—এমন হতে পারে যে অমুক আকারের যুক্তির হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা, অথবা অমুক আকারের বাক্য মিথ্যা হতে পারে। যেমন, $p \vee q \therefore p$ —এ যুক্তি অবৈধ, এর বাধক দৃষ্টান্ত: [$2 + 2 = 5 \vee 2 + 2 = 4 \therefore 2 + 2 = 5$।] [এ দৃষ্টান্তে হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা]। এ উদাহরণে '$\therefore$'-এর জায়গায় '$\supset$' লিখলে পাব '$(p \vee q) \supset p$'-এর বাধক দৃষ্টান্ত।

বাধক দৃষ্টান্তের লক্ষ্য বাক্য বা যুক্তির অবৈধতা দেখানো। মূর্ত দৃষ্টান্ত ছাড়াও তা দেখানো যায়। যায় এ

CENTRAL LIBRARY

কথা বলে : ঐ ঐ সত্যমূল্যে বাক্যটি বা যুক্তিটি অবৈধ। তার মানে, এ অর্থে, বাধক দৃষ্টান্ত কোনো দৃষ্টান্ত নয়, সত্যমূল্য সমষ্টি— এমন সত্যমূল্য যা আরোপ করে দেখানো যায়, অমুক আকারের বাক্য বা যুক্তি অবৈধ। উদাহরণ

$$p \supset (q \cdot p),\ q \cdot r \therefore p$$

এর বাধক দৃষ্টান্ত

p	q	r
f	t	t

[এ সত্যমূল্যে এ যুক্তির/যুক্তিআকারের হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা।]

C.P. [পৃঃ ১৩৭, C 50]

যে অবরোহী প্রমাণে [প্রদত্ত সিদ্ধান্ত সরাসরি নিদ্ধাশন না করে] সিদ্ধান্তের পূর্বকল্পটি [বা পূর্বকল্পগুলি] অতিরিক্ত হেতুবাক্য হিসাবে নেওয়া হয়, এবং অনুকল্পটি [বা প্রদত্ত ক্রম অনুসারে, অনুকল্পগুলি] নিদ্ধাশন করা হয় তাকে বলে প্রাকল্পিক প্রমাণ, conditional proof, সংক্ষেপে CP। উদাহরণ: ধরা যাক [CP-এর সাহায্য নিয়ে বা না নিয়ে] এ যুক্তির অবরোহী প্রমাণ চাওয়া হল

$$A \supset (B \supset C),\ B \supset (C \supset D) \therefore A \supset (B \supset D)$$

CP বিধি প্রয়োগ করে আমরা এর বৈধতা প্রমাণ দিতে পারি এভাবে

1.	$A \supset (B \supset C)$	
2.	$B \supset (C \supset D)$	/ $\therefore A \supset (B \supset D)$
3.	A	/ $\therefore B \supset D$
4.	B	/ $\therefore D$

3-এতে বলা হল, আমি সিদ্ধান্তের পূর্বকল্প 'A' নিয়েছি, অনুকল্প 'B ⊃ D' নিদ্ধাশন করব। 4-এতে বলা হল, সিদ্ধান্তের যে অংশ পড়ে থাকল [B ⊃ D] তার পূর্বকল্প 'B' নিলাম। অনুকল্প 'D' নিদ্ধাশন করব। 3 আর 4-এতে যে প্রস্তাব করা হল তা অনুসরণ করে অগ্রসর হলে অবরোহটি এ রূপ নেবে।

5.	$B \supset C$	1, 3, MP
6.	$C \supset D$	2, 4, MP
7.	$B \supset D$	5, 6, HS [3-এতে প্রস্তাবিত সিদ্ধান্ত]
8.	D	7, 4, MP[4-এতে প্রস্তাবিত সিদ্ধান্ত]

1–8 হল প্রদত্ত যুক্তিটির প্রাকল্পিক প্রমাণ, CP।

Cross Division [পৃঃ ৩০৬, Jh 119]

[বিভাজনের একই পর্বে] একাধিক বিভাজনভিত্তি অনুসারে বিভাগ করলে যে দোষ হয় তার নাম cross division, সংকর বিভাগ বা সাংকর্য দোষ। যথা, ধরা যাক, পশ্চিমবঙ্গবাসীদের ভাগ করা হল এ দু শ্রেণীতে : বাঙালী আর মুসলমান। এখানে দুটি বিভাজন ভিত্তি—বাসস্থান আর ধর্ম, সুতরাং এ উদ্ভট বিভাগটি একটি সংকর বিভাগ। আর একটা উদাহরণ। ত্রিভুজকে এ তিন শ্রেণীতে ভাগ করা হল: বিষমবাহু, সমদ্বিবাহু ও সদৃশকোণী। এখানে ভুক্ত শ্রেণীগুলি overlapping, অন্যোন্যগম, না হলেও বিভাজনটি সাংকর্য দোষে দুষ্ট।

CENTRAL LIBRARY

Decision Procedure [পৃঃ ২০৫, Q (75), 102-107]

Decision procedure, নির্ণয় পদ্ধতি একটি যন্ত্রসদৃশ পরীক্ষণ পদ্ধতি 'a mechanical test' (Quine)। পদ্ধতিটির লক্ষণ দিতে পারি এভাবে : যে পদ্ধতি প্রয়োগ করে [যান্ত্রিকভাবে] বাক্যের বা যুক্তির বৈধতা/অবৈধতা নির্ণয় করা যায় তাকে বলে নির্ণয় পদ্ধতি। যথা, সত্যমূল্য বিশ্লেষণ—সত্যসারণী, আনুক্রমিক দ্বিশাখীকরণ (লঘুকরণ বা resolution), সত্যশাখী গঠন, ভেনচিত্রণ, সত্তপ্রাকল্পিক পদ্ধতি—এসব [বিশেষ প্রকারের বাক্য বা যুক্তির বেলায়] নির্ণয় পদ্ধতির কাজ করে। যেমন, সত্যাপেক্ষ বাক্যের বা যুক্তির বেলায় সত্যমূল্য বিশ্লেষণ পদ্ধতি, একমানকিত বাক্যের, যুক্তির বা ন্যায়ের বেলায় সত্তপ্রাকল্পিক পদ্ধতি, নির্ণয় পদ্ধতি হিসাবে প্রয়োগ করা যায়।

[নিছক] প্রমাণ পদ্ধতির, বৈধতার আকারসর্বস্ব অবরোহী প্রমাণ পদ্ধতির (formal proof of validity-র), সঙ্গে তুলনা করলে নির্ণয় পদ্ধতির স্বরূপ বুঝতে সুবিধা হবে। প্রমাণ পদ্ধতি নির্ণয় পদ্ধতি নয়—কোনো বাক্য বৈধ নাকি অবৈধ, এ পদ্ধতি প্রয়োগ করে তা স্থির করা যায় না। যেমন, যদি প্রদত্ত হেতুবাক্য থেকে প্রদত্ত সিদ্ধান্ত নিষ্কাশন করতে পারি তাহলে প্রমাণ হল যুক্তিটি বৈধ। যদি না পারি তাহলে কিন্তু দাবি করা যাবে না—যুক্তিটি অবৈধ। আমি যে প্রমাণ করতে পারি নি—হতে পারে, তার হেতু আমার যুক্তিবৈজ্ঞানিক নৈপুণ্যের অভাব; আমি পারি নি, অন্য কেউ পারবে বা পারত। নির্ণয় পদ্ধতি অন্য জাতের—তা নির্ভুলভাবে প্রয়োগ করলে যন্ত্রবৎ উত্তর আসবে: 'হ্যাঁ' বা 'না', 'বৈধ' বা 'অবৈধ'।

Defective Existential Conditionals [পৃঃ ২৪৭, Q 105]

$\exists ( ) \supset \exists ( )$, $[\exists ( ) . \exists ( ) .....] \supset \exists ( )$

আকারের বাক্যকে বলে existential conditional, সত্তপ্রাকল্পিক বাক্য। মানে, সত্তপ্রাকল্পিক বাক্য হল এমন বাক্য—যার অনুকল্প কোনো বুলীয় সত্তবাক্য, আর পূর্বকল্প হয় বুলীয় সত্তবাক্য অথবা বুলীয় সত্তবাক্য-দিয়ে-গঠিত সংযৌগিক বাক্য।

কোনো কোনো বাক্যকে এ আকারে আনা যায় না, যথা '$(-\exists G\bar{H} . -\exists H\bar{F}) \supset \exists FG$'' এ বাক্যকে উক্ত আকারে আনা যায় না। এ বাক্য রূপান্তরিত করে পাব '$\exists G\bar{H} \vee \exists H\bar{F} \vee \exists FG$' বা '$\exists (G\bar{H} \vee H\bar{F} \vee FG)$'।

কোয়াইন 'সত্তপ্রাকল্পিক' কথাটি আরও ব্যাপক অর্থে প্রয়োগ করার প্রস্তাব করেন। এ জাতীয় বাক্যকে যাদের—'$\exists ( ) \supset \exists ( )$' বা '$[\exists ( ) . \exists ( ) .....] \supset \exists ( )$' আকারে রূপান্তরিত করা যায় না—তিনি defective existential conditional, ভ্রষ্ট বা বিকলাঙ্গ সত্তপ্রাকল্পিক, বলে অভিহিত করেন। যথা, $\exists FG$, $-\exists FG$, $-\exists FG \vee -\exists FH$—এসব হল : 'defective existential conditionals lacking antecedent or consequent' (Quine)। যেমন বলা যায়, 'Q' হল প্রাকল্পিক [ভ্রষ্ট, বিকলাঙ্গ প্রাকল্পিক বাক্য যার পূর্বকল্প '$-Q$' অপসৃত, ঠিক সেরকম কল্পনা করা যায় '$-\exists FG$' হল আসলে '$\exists FG \supset -\exists FG$'-এর [এ প্রাকল্পিকটির] ভ্রষ্টরূপ, যার পূর্বকল্প অপসৃত।

Definition [পৃঃ ২৭৫, Jh 72]

[আরিস্টটলের মতে] কোনো বস্তুর লক্ষণ হল এর সারধর্ম (essence), আর যে বাক্যে সারধর্ম উল্লেখ করা হয় তাকে বলে লক্ষণবাক্য। যথা, 'ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতল ক্ষেত্র'—এতে ত্রিভুজের লক্ষণ দেওয়া হয়েছে। এখানে তিনবাহুবিশিষ্ট-সমতল-ক্ষেত্র-হওয়া ত্রিভুজের লক্ষণ, আর ত্রিভুজ হল এ লক্ষণের লক্ষ্য।

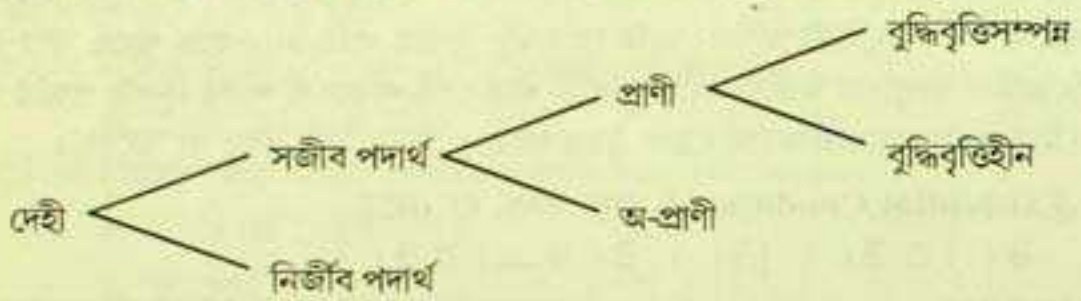
CENTRAL LIBRARY

Definition [নির্ঘণ্টে যথাস্থানে দ্রষ্টব্য]

by dichotomy
circular [পৃঃ ২৮১]
figurative
obscure
too narrow
too wide

Definition by Dichotomy [পৃঃ ৩২৪, Jh 126-131]

যদি কোনো [বিভাজ্য] জাতিকে এমন দুটি প্রজাতিতে ভাগ করা হয় যাদের নাম পরস্পরের বিরুদ্ধপদ, যেমন A, $\bar{A}$, তাহলে বলা হয় বিভাজনটি দ্বিকোটিক বিভাজন। এখন, এরূপ বিভাজনের ভিত্তিতে যে লক্ষণবাক্য পাওয়া যায় তার নাম definition by dichotomy। উদাহরণ



এখানে এ দ্বিকোটিক বিভাজন থেকে পাই এ লক্ষণগুলি

(১) মানুষ হল বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণী
(২) প্রাণী হল সজীব দেহী।

Diagnostic [পৃঃ ২৭৯, Jh 112]

Diagnostic characteristic বা সূচক বৈশিষ্ট্য হল এমন ধর্ম যা দিয়ে লক্ষ্য বস্তুটি সহজে চেনা যায়— 'a feature by which instances of the subject can be readily identified' (Joseph)। [পৃঃ ২৭৯-এতে-দেওয়া সোনার উদাহরণ দেখ, আর lintel-এর উদাহরণের সঙ্গে তুলনা কর।]

Dichotomy [বা **Dichotomous Division**] [পৃঃ ৩১৩, Jh 119]

যে বিভাজনে বিভাজ্যকে সব সময়, সব পর্বে, কোনো শ্রেণী A ও তার পরিপূরক শ্রেণী $\bar{A}$-তে ভাগ করা হয় তাকে বলে দ্বিকোটিক বিভাজন। [উদাহরণ : পরফিরি শাখী দেখ]

Difference [পৃঃ ৫৭, S 185]

যদি A আর B দুটো সেট হয় তাহলে A আর B-এর difference, A থেকে B-এর বিয়োগ, সংকেতলিপিতে A $-$B, বলতে বোঝায় এমন সব বস্তুর সেট যা A-এর সভ্য, B-এর সভ্য নয়, যা A-তে আছে B-এতে নেই। মানে, x যাই হোক না কেন, $x \in A - B$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে : $x \in A$ কিন্তু $x \notin B$, সংকেতলিপিতে

$$(x)\,(x \in A - B \leftrightarrow x \in A \,\&\, x \notin B)$$

CENTRAL LIBRARY

Differentia [পৃঃ ২৭৮, Jh 112]

কোনো উদ্দেশ্যের [লক্ষ্যের, প্রজাতির] লক্ষণ দিতে গেলে জাতি ছাড়াও যে বিশেষক ধর্ম বা অবচ্ছেদক ধর্ম উল্লেখ করতে হয় তার নাম differentia, বিভেদক। উদাহরণ। ত্রিভুজের লক্ষণ : ত্রিভুজ হল তিনবাহুবিশিষ্ট সমতলক্ষেত্র — এখানে [সমতলক্ষেত্র জাতি, আর] তিনবাহু-বিশিষ্ট-হওয়া বিভেদক।

'Distributive' Application / Use [পৃঃ ৯৩, S 191]

[' "Collective" Application' দেখ। ওটার প্রথম অনুচ্ছেদ এখানে লিখে নাও। তারপর লেখ এ অনুচ্ছেদটি।]

উদ্দেশ্য পদের যা বাচ্য তার প্রত্যেকটি সম্বন্ধে যদি বিধেয়টি পৃথক পৃথকভাবে প্রযোজ্য হয় তাহলে বুঝতে হবে, উদ্দেশ্য পদটির প্রয়োগ ব্যষ্টিবাচক (distributive)। যথা, 'গ্রহ'-এর বাচ্য মঙ্গল, বুধ, বৃহস্পতি ইত্যাদি। এখন এদের প্রত্যেকটি সম্পর্কে "জ্বলজ্বল করে" কথাটি প্রয়োগ করা যায়, যেমন বলা যায় : বুধ (গ্রহ) জ্বলজ্বল করে, শুক্র জ্বলজ্বল করে, ইত্যাদি। যায়, কেননা উদ্দেশ্য পদ "গ্রহ"-এর প্রয়োগ এখানে ব্যষ্টিবাচক।

Division, Logical [যৌক্তিক] বিভাজন [পৃঃ ২৯৩, Jh 115]

কোনো জাতির অন্তর্গত প্রজাতিগুলির বিশদ বিবরণ দেওয়া, পৃথক পৃথক করে দেখানো—এ প্রক্রিয়ার নাম বিভাজন, যৌক্তিক বিভাজন। যথা, ত্রিভুজ তিন প্রকার : সমবাহু, সমদ্বিবাহু ও বিষমবাহু— এটা একটা যৌক্তিক বিভাজন, সংক্ষেপে বিভাজন। পরফিরি শাখী একটা যৌক্তিক বিভাজন।

Division [নির্ঘণ্টে যথাস্থানে দ্রষ্টব্য]

basis of
by dichotomy
classificatory
co-[division] [পৃঃ ৩০৬]
cross
logical
metaphysical
overlapping
physical
too narrow
too wide

Domain of individuals / Discourse [পৃঃ ৬০, S 187]

অনেক সময় বিভিন্ন, বা বিভিন্ন প্রকারের, সেটের কথা না বলে আমরা কোনো সুনির্দিষ্ট সেটের, ধরা যাক, D-এর, উপসেটগুলির মধ্যে নিজেদের সীমাবদ্ধ রাখতে চাই। এ রকম ক্ষেত্রে বলা হয় D হল ব্যক্তিগুলির [D-এর অন্তর্গত ব্যক্তিগুলির] domain, চৌহদ্দি, সীমানা বা প্রসঙ্গ বিশ্ব, domain of individuals, domain of discourse বা universe of discourse।

প্রসঙ্গ বিশ্ব বোঝানো হয় 'V' প্রতীকটি দিয়ে। এ প্রতীকটি যা বোঝায় তাকে universal class-ও বলা হয়। ধরা যাক, আমরা কেবল যুগ্মসংখ্যার কথা বলব বলে স্থির করেছি, তাহলে আমাদের V = সব

CENTRAL LIBRARY

যুগ্ম সংখ্যার সেট; কেবল ছাত্রছাত্রীর কথা বলব বলে সাব্যস্ত করেছি—এখানে V = সব ছাত্রছাত্রী দিয়ে গঠিত সেট।

প্রসঙ্গত, যখন কোনো সেটের, A-এর, complement বা পরিপূরকের কথা—$\bar{A}$-এর কথা, বলি তখন আসলে বলি V~A-এর কথা। ধরা যাক, V= {1, 2, 3, 4, 5}, A = {4, 5} তাহলে ~A = V~A = {1, 2, 3, 4, 5} ~ {4, 5} = {1, 2, 3}

Empty Set [পৃঃ ১৩, ৬৫, S 178, 184]

কোনো কিছুকে সেট হতে হলে তাতে অনেক সভ্য থাকতে হবে [মানুষ, সংখ্যা প্রভৃতির মত সেট হতে হবে]—এমন কথা নেই। কোনো সেটে কেবল একটি সভ্য থাকতে পারে। যথা, 'যুগ্ম-মৌলসংখ্যা' এ সেটের একটিমাত্র সভ্য : ২। এমনও হতে পারে যে অমুক সেটের কোনো সভ্যই নেই যেমন, ২-এর-চেয়ে-বৃহত্তর যুগ্ম-মৌল-সংখ্যা — এ সেটের। এ রকম সেটকে বলে শূণ্য সেট। আর শূণ্য সেট বোঝাতে গ্রীক অক্ষর lambda [বড় হাতের L], 'Λ'—এ চিহ্নটি, ব্যবহার করা হয়। তাহলে বলতে পারি, x যাই হোক না কেন, $x \notin \Lambda$

$$(x)\,(x \notin \Lambda)$$

শূণ্য সেট সম্পর্কে এ নিয়মগুলিও খাটে

$$(A)\,(\Lambda \subseteq A), \quad (\exists A)\,(\Lambda \in A \;\&\; (\exists A)\,(\Lambda \notin A) \quad A \subseteq \Lambda \leftrightarrow A = \Lambda$$

Epsilon [পৃঃ ৩৭, ৪০, S 177]

Epsilon হল গ্রীক অক্ষর ∈ [ছোট হাতে e]। '— is a member of —' বা '— belongs to —' -এর সংক্ষেপক হিসাবে এ প্রতীকটি প্রয়োগ করা হয়। যথা, 'Socrates is a Greek' লেখা হয় এভাবে $s \in G$, 'Men are numerous' এ সংকেতলিপিতে ব্যক্ত করা হয় এভাবে : $M \in N$।

Equivalence [পৃঃ ১৯৬, Q (57), 105, Jf 79]

কোয়াইন-এর ভাষায়: eqivalence is validity of the biconditional, মানে, কোনো দ্বিপ্রাকল্পিক যদি বৈধ হয় তাহলে বলা যাবে এর দু ধার equivalent বা সমার্থক—দু ধারের মধ্যে equivalence-এর সম্বন্ধ বর্তায়। যথা, '$(p \,.\, q) \equiv -(-p \vee -q)$' বৈধ [এর সত্যসারণীর ফলস্তম্ভে কেবল T আসবে]; সুতরাং '$p \,.\, q$' আর '$-(-p \vee -q)$' সমার্থক। ['Biconditional'-এর দ্বিতীয় অনুচ্ছেদ দেখ।] স্পষ্টতই 'equivalence' বলতে আমরা বুঝছি logical equivalence, যৌক্তিক সমার্থতা। তবে অনেকে কথাটি material equivalence অর্থেও প্রয়োগ করেন। এবং '$p \equiv q$' পড়েন এভাবে : 'p' is equivalent to 'q' [মানে, 'p' is materially equivalent to 'q']। এ আকারের বাক্যকে 'equivalence' বলে বর্ণনা করলে অহেতুক জটিলতা ও বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়। কাজেই কোয়াইনকে অনুসরণ করে, '$p \equiv q$'কে 'equivalence' না বলে, 'the biconditional' বলে বর্ণনা করা ভাল। যুক্তিবিজ্ঞানে যে অর্থে '≡' প্রয়োগ করা হয় সে অর্থে যে কোনো দুটি বাক্য [তাদের মধ্যে প্রাসঙ্গিকতার সম্পর্ক থাক, বা না থাক] materially equivlent হবে, মানে '$p \equiv q$' সত্য হবে, যদি দুটি অঙ্গবাক্যই সত্য হয় [যথা '২ + ২ = ৪' আর 'কোয়াইন একজন মার্কিন যুক্তিবিজ্ঞানী'— এ দুটি বাক্য materially equivalent] বা দুটি অঙ্গবাক্যই মিথ্যা হয় [যথা '২ + ২ = ৫' আর 'রাসেল একজন ভারতীয় দার্শনিক' এ দুটি বাক্য materially equivalent]। '$p \equiv q$' প্রসঙ্গে 'equivalence' কথাটা 'material' বিশেষণে

CENTRAL LIBRARY

বিশেষিত করেও, প্রয়োগ না করাই ভাল। আমরা বলব : 'p' is equivalent to 'q' যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে 'p ≡ q' বৈধ।

Excl-or [পৃঃ ২০৬, Q (16)]

"Or" দু অর্থে ব্যবহৃত হয়—অবিসংবাদী (non-exclusive) অর্থে, আর বিসংবাদী (exclusive) অর্থে; বা বলতে পারি 'or' দু রকম—অবিসংবাদী ও বিসংবাদী। অবিসংবাদী "or"-এর সংক্ষেপক হিসাবে ব্যবহার করা হয় " ∨ "। আর, "p or q"-এর অন্তর্গত "or" বিসংবাদী অর্থে ব্যবহার করলাম —এ কথা ব্যক্ত করতে হবে এভাবে : p or q but not both p and q [(p ∨ q) . –(p . q)] বা এভাবে : – (pq) –(p̄q̄) [– (p . q) . –(–p . –q)], বা এভাবে : –(p ≡ q)। কোয়াইন বিসংবাদী 'or' বোঝাতে "excl-or" ["exclusive or"-এর সংক্ষিপ্ত রূপ] প্রতীকটি প্রয়োগ করেন। এ প্রতীকটির সংজ্ঞা দেওয়া যায় এভাবে

p	q	p excl-or q
T	T	⊥
⊥	T	T
T	⊥	T
⊥	⊥	⊥

এ সংজ্ঞাসারণী আর –(p ≡ q)-এর সারণী অভিন্ন। সুতরাং [আমরা আগেই বলেছি] –(p ≡ q) দিয়েও 'p excl-or q'এর বক্তব্য ব্যক্ত করা যায়। পুনরুক্তি করে বলি : p excl-or q ↔ (p ∨ q) . –(p . q) ↔ –(p . q) . –(–p . –q) ↔ –(p ≡ q) [↔ (p ≡ –q) ↔ (–p ≡ q)]

Existential Conditional [পৃঃ ২৩৫, Q 102-105] 'Defective Existential Conditional' -এর প্রথম অনুচ্ছেদ দেখ।

Extensionality for Sets, Principle of, [পৃঃ 88, S 178]

কোনো সেটের সভ্য উল্লেখ করলেই সেটটি সুনির্দিষ্টভাবে নির্ণিত হয়ে যায়। তার মানে, যদি A ও B সেটের সভ্য অভিন্ন হয় তাহলে সেট দুটি সমান বা অভিন্ন, A = B। এ সূত্রের নাম সেটসংক্রান্ত extensionality সূত্র, বাচ্য-অভিন্নতার সূত্র। সূত্রটি এভাবে ব্যক্ত করা যায় : A = B ↔ (x ∈ A ↔ x ∈ B)। উদাহরণ : ধরা যাক, A = সমবাহু ত্রিভুজের সেট, B = সদৃশকোণী ত্রিভুজের সেট। উক্ত সূত্র অনুসারে এ সেট দুটি অভিন্ন [যদিও 'সমবাহু ত্রিভুজ' ও 'সদৃশকোণী ত্রিভুজ'—এ কথা দুটির লক্ষণার্থ ভিন্ন]।

Fell Swoop [পৃঃ ২৪২, Q (41), 104, 105]

আনুক্রমিক দ্বিশাখীকরণ, resolution, পদ্ধতি প্রয়োগ করে সত্যমূল্য বিশ্লেষণের (truthvalue analysis-এর) একটি সংক্ষিপ্ত রূপের নাম 'fell swoop', বাংলায়, পক্ষপাতন। এ পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায়, যদি এমন হয় যে বিশ্লেষণীয় বাক্যটি : 'p ⊃ q' আকারের, এবং কোনো অনন্য [বিকল্পবিহীন] সত্যমূল্যে বাক্যটির পূর্বকল্প সত্য, বা অনুকল্প মিথ্যা। যে যে সত্যমূল্যে পূর্বকল্প সত্য, সে মূল্য অনুকল্পে আরোপ করলে যদি দেখা যায়, অনুকল্পটি সত্য—তাহলে বাক্যটি বৈধ। আবার যে যে সত্যমূল্যে অনুকল্প মিথ্যা সে মূল্য পূর্বকল্পে আরোপ করলে যদি পূর্বকল্পটি মিথ্যা হয় তাহলে বাক্যটি বৈধ। উদাহরণ : '(p . q) ⊃ (p ∨ q)'—এখানে পূর্বকল্প সত্য এ সত্যমূল্যে : p = T, q = T। এ মূল্য অনুকল্পে আরোপ করে পাই

CENTRAL LIBRARY

$$(p \cdot q) \supset (p \vee q)$$
$$T \vee T$$
$$T$$

সুতরাং আলোচ্য বাক্যটি বৈধ। আবার উক্ত বাক্যের অনুকল্প মিথ্যা এ সত্যমূল্যে : $p = \perp, q = \perp$। পূর্বকল্পে এ সত্যমূল্য আরোপ করে পাই

$$(p \cdot q) \supset (p \vee q)$$
$$\perp \cdot \perp$$
$$\perp$$

সুতরাং প্রদত্ত বাক্যটি বৈধ।

Figurative / Metaphorical Definition [পৃঃ ২৮৭, Jh 114]

যে লক্ষণবাক্যে কোনো আলঙ্কারিক শব্দ থাকে তাকে বলে আলঙ্কারিক লক্ষণবাক্য। আর এ রকম লক্ষণকে বলে আলঙ্কারিক লক্ষণ। এরূপ 'লক্ষণ' আসলে লক্ষণ নামেরই অযোগ্য। কেননা, আলঙ্কারিক শব্দ দিয়ে বস্তুর সারধর্ম উল্লেখ করা যায় না। উদাহরণ : ভাস্কর্য হল প্রস্তরীভূত সঙ্গীত।

Full Sweep [পৃঃ ২৪৩, Q (42)]

আনুক্রমিক দ্বিশাখীকরণ পদ্ধতি প্রয়োগ করে সত্যমূল্য বিশ্লেষণের অপর নাম Full Sweep, পূর্ণপাতন বা সর্বারোপ পদ্ধতি। এ পদ্ধতি [কেবল '$p \supset q$' আকারের বাক্যের বেলায় নয়] যে কোনো আকারের সত্যাপেক্ষ বাক্যের বৈধতা নির্ণয়ের জন্য প্রয়োগ করা যায়। উদাহরণ

$$(p \supset q) \vee (q \supset p)$$

$(T \supset q) \vee (q \supset T)$ $\quad$ $(\perp \supset q) \vee (q \supset \perp)$

$q \vee T$ $\quad$ $T \vee \bar{q}$

T $\quad$ T

Fundamentum Divisionis / Basis of Division / Principle of Division [পৃঃ ২৯২, Jh 118]

যে নীতি বা ধর্ম অনুসারে, মানে যে গুণের অস্তিত্ব অভাব বা বৈচিত্র্যের দিকে নজর রেখে, কোনো জাতিকে প্রজাতিতে, শ্রেণীকে উপশ্রেণীতে, ভাগ করা হয় তাকে বলে বিভাজনের ভিত্তি, বিভাগভিত্তি fundamentum divisionis, বিভাজনের মূল ভিৎ, basis, বা principle of division। যেমন, আমরা বলি পরিমাণ অনুসারে বচন দু রকম : সার্বিক ও আংশিক। এখানে বিভাগভিত্তি হল বচনের পরিমাণ।

Genus [পৃঃ ২৯৩, Jh 112]

Genus জাতি বা শ্রেণী। কোনো প্রকার বস্তুর জাতি হল বস্তুটির সারধর্মের একাংশ — এমন অংশ যা অন্য প্রকারের বস্তু সম্পর্কেও প্রযোজ্য। যেমন, মানুষের লক্ষণ বা সারধর্ম হল : বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণী। এখানে প্রাণী মানুষের জাতি, প্রাণিত্ব ধর্মটি মানুষ ছাড়া অন্য বস্তু সম্পর্কেও প্রযোজ্য।

CENTRAL LIBRARY

Genus [নির্ঘণ্টে যথাস্থানে দ্রষ্টব্য]

proximum
subaltern
summum

Identity [পৃঃ ৪৮, ৭৮, ১১১, S (101), (102), 181]

x আর y-এর মধ্যে identity (অভিন্নতা) সম্বন্ধ খাটে, মানে x আর y অভিন্ন, যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে এদের প্রত্যেকটির প্রত্যেক ধর্ম অন্যটিতে বর্তায়। বা, বলতে পারি, x আর y অভিন্ন, সংকেতলিপিতে, $x = y$, যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x যে যে সেটের সভ্য, y সে সে সেটের সভ্য। যথা, $A \cap A = A$, $A \cup A = A$, $\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\}$

Identity of Indiscernibles [পৃঃ ৪৮, S 181]

['Identity' দেখ। ওখানে আসলে লাইবনিটস-এর Identity of Indiscernibles-এর কথাই বলেছি। বস্তুত অভিন্নতা সূত্রটি আসলে লাইবনিটস্-এর দেওয়া সূত্র। তবু Identity of Indiscernibles -এর কথা আবার বলছি।]

কথাটা লাইবনিস্-এর। এর বাংলা প্রতিশব্দ 'অভেদ্যের অভিন্নতা'। এ সূত্রটির অপর নাম লাইবনিস্-এর নিয়ম (Leibniz's Law)। নিয়মটি এভাবে ব্যক্ত করা যায় : $x = y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x, y এদের একটির প্রত্যেক ধর্ম অন্যটিতেও বর্তায়। সেট প্রসঙ্গে নিয়মটি এভাবে ব্যক্ত করা ভাল : $x=y$ যদি এবং কেবল যদি এমন হয় যে, x যে যে সেটের সভ্য, y-ও ঠিক সে সে সেটের সভ্য।

Implication [পৃঃ ১৯৪, Q (39), 105]

কোয়াইনের ভাষায়: implication is validity of the conditional, মানে যদি কোনো প্রাকল্পিক '$p \supset q$' বৈধ হয় তাহলে বলা হয় পূর্বকল্প 'p' প্রতিপাদন করে অনুকল্প 'q'-কে, 'p' is implies 'q'। যথা, সত্যমূল্য বিশ্লেষণ করলে দেখা যাবে, '$(p . q) \supset (p \vee q)$' বৈধ; সুতরাং বলা যাবে '$p . q$' implies '$p \vee q$'। আর, বলা বাহুল্য, 'p' যদি 'q'-কে imply করে তাহলে বলা যাবে : এদের সম্বন্ধ হল implication সম্বন্ধ। 'p' implies 'q' এ উক্তি করলে বলা হয় : এমন হতে পারে না যে 'p' সত্য, 'q' মিথ্যা।

অনেকে 'implication' কথাটি [material] conditional অর্থে ব্যবহার করেন [যেমন, করেন কোপি, সুপিস]। এ অর্থে যে কোনো '$p \supset q$' আকারের বাক্যই implication। কিন্তু এ প্রয়োগ অসঙ্গত, '$— \supset —$' আকারের বাক্যকে ['implication' না বলে] 'conditional' বাক্য বলে বর্ণনা করা বাঞ্ছনীয়। Implication-বাক্য ও conditional বাক্যের নিম্নোক্ত পার্থক্য অগ্রাহ্য করা ঠিক নয়।

'p' implies 'q'—এর বক্তব্য : এমন হতে পারে না যে 'p' সত্য, 'q' মিথ্যা

'$p \supset q$' এর বক্তব্য : [বস্তুত] এমন নয় যে 'p' সত্য এবং 'q' মিথ্যা,

বা : 'p' মিথ্যা অথবা 'q' সত্য।

'$\supset$' যে অর্থে প্রয়োগ করা হয় সে অর্থে, '$২ + ২ = ৫ \supset$ রবীন্দ্রনাথ ২৫শে বৈশাখ জন্মগ্রহণ করেন' —এ বাক্যটি সত্য, কিন্তু বলা যায় না '$\supset$'-এর বাম ধারের বাক্যটি ডান ধারের বাক্যটি imply করে।

Inclusion [পৃঃ ৭৬, ৭৮, S 181]

দুটি অ-স্বতন্ত্র সেটের মধ্যে যে সদর্থক সম্বন্ধ তার নাম অন্তর্ভুক্তি (inclusion)। দুটি সেট K আর L-এর সম্বন্ধ যদি এমন হয় যে যা K-এর সভ্য তা L-এরও সভ্য তাহলে বলা হয়: K is included in L, K, L-এর অন্তর্ভুক্ত। যথা, মানুষ-সেট প্রাণী-সেটের অন্তর্ভুক্ত। অন্তর্ভুক্তির তিন রূপ।

১. যদি এমন হয় যে K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য, এবং L-এতে [K-এর সভ্য ছাড়াও] অন্য সভ্য থাকতেও পারে নাও থাকতে পারে তাহলে বলা হয় : K is a subset of L, সংকেতলিপিতে: $K \subseteq L$। যথা, ধরা যাক, $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 2\}$ । এক্ষেত্রে বলা যাবে: $A \subseteq B$, $A \subseteq C$।

২. যদি এমন হয় যে K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য, এবং $K \neq L$ তাহলে বলা হয় : K is a proper subset of L. সংকেতলিপিতে: $K \subset L$। যথা, উক্ত উদাহরণে $A \subset B$, কিন্তু বলা যায় না, $A \subset C$।

৩. যদি এমন হয় যে K-এর সব সভ্য L-এরও সভ্য, আবার L-এর সব সভ্য K-এর সভ্য তাহলে বলা হয়: A is identical with B, সংকেতলিপিতে: $A = B$।

Incomplete Division 'Too Narrow Division' দ্রষ্টব্য।

Inconsistency [পৃঃ ১৯৮, ২৫২, Jf 79 (Q 107)]

যে বাক্য বা বাক্যসমষ্টির অন্তর্গত বাক্যগুলি যুগপৎ সত্য হতে পারে না - যার সাধকদৃষ্টান্ত (model) নেই—তা বিসংবাদী, স্ববিরোধী বা inconsistent। মানে 'p . –p' আকারের বাক্যকে বা যে বাক্যসমষ্টিকে [সংযৌগিক বাক্যকে] 'p . –p' '[p . –p . q. p . –p . q . –r' ইত্যাদি] আকারে রূপান্তরিত করা যায়, বা যে বাক্য থেকে 'p . –p' আকারের বাক্য নিষ্কাশন করা যায় তাকে বলে বিসংবাদী বা স্ববিরোধী বাক্য। যথা, 'A . (A ⊃ B) . –B' একটি বিসংবাদী বাক্য—একে '(A ⊃ B) . –(A ⊃ B)'-এতে রূপান্তরিত করা যায়। বা বলতে পারি এর থেকে 'B . –B' নিষ্কাশন করা যায়।

Indirect Proof 'I.P.' দ্রষ্টব্য

'Inductive' method of Definition [পৃঃ ৩৩১, Jh 127]

লক্ষণ উদ্ধারের আরোহী পদ্ধতি — যে পদ্ধতিতে লক্ষণ নির্ণয়ের জন্য লক্ষ্যের দৃষ্টান্ত সংগ্রহ করতে হয় এবং দৃষ্টান্তগুলি থেকে কোনো সামান্য ধর্ম উদ্ধার করতে হয় [যে সামান্য ধর্ম থাকার দরুন দৃষ্টান্তগুলি একই নামে চিহ্নিত হয়] তার নাম লক্ষণ উদ্ধারের আরোহী পদ্ধতি।

Infima Species [পৃঃ ২৯৮, Jh 116]

যে প্রজাতিকে ক্ষুদ্রতর প্রজাতিতে আর ভাগ করা যায় না, বা ভাগ করা হয় না [হয় নি] তাকে বলে লঘিষ্ঠ প্রজাতি; যথা, পরফিরি শাখীতে মানুষ প্রজাতিটি।

Intersection [পৃঃ ৫৩, S 184]

যদি A, B দুটি সেট হয় তাহলে 'A intersection B', 'A গুণ B', সংকেতলিপিতে, 'A ∩ B' বলতে বোঝায় যা যুগপৎ A-এরও সভ্য, B-এরও সভ্য তাদের সবগুলি দিয়ে গঠিত সেট।

CENTRAL LIBRARY

['intersection'এর প্রতিশব্দ হিসাবে 'গুণফল' ব্যবহার করতে পারি।] A আর B-এর গুণফল, 'intersection', কী তা সংকেতলিপিতে এভাবে বলতে পারি

$$(x)\,(x \in A \cap B \leftrightarrow x \in A \,\&\, x \in B)$$

ধরা যাক, A = {1, 2, 3, 4}, B = {3, 4, 5, 6} তাহলে A ∩ B = {3, 4} [কেননা সভ্য 3, 4 এবং কেবল এ সভ্যগুলিই দুটি সেটেই সমভাবে বর্তমান]।

I.P. [পৃঃ ১৪১, ১৪৫, ১৫০, C 53]

'I.P.' হল 'Indirect Proof'-এর সংক্ষিপ্ত রূপ। এ রকম প্রমাণের অন্য নাম Proof by Reductio ad adsurdum, স্ববিরোধীতে রূপান্তরের সাহায্যে প্রমাণ। যে অবরোহী পদ্ধতিতে প্রদত্ত হেতুবাক্য 'P', আর প্রদত্ত সিদ্ধান্ত 'Q'-এর নিষেধ, '~Q', থেকে কোনো স্ববিরোধিতা নিদ্ধাশন করে দাবি করা হয় যে 'P ∴ Q' বৈধ তার নাম I.P., পরোক্ষ প্রমাণ বা Reductio ad absurdum-এর সাহায্যে প্রমাণ। আর যে নিয়ম [প্রদত্ত হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের-নিষেধ হেতুবাক্য হিসাবে নিয়ে কোনো স্ববিরোধী বাক্য নিদ্ধাশন করতে হয়—এ নিয়ম] অনুসারে পরোক্ষ প্রমাণ (I.P.) করা হয় তাকে বলে IP-এর নিয়ম, Rule of Indirect Proof।

উদাহরণ

যুক্তি : A ∴ ~A ⊃ B

এ যুক্তির IP

1.	A	[হেতুবাক্য]
2.	~(~A ⊃ B)	[সিদ্ধান্তের নিষেধ]
3.	~(~ ~A ∨ B)	1, Impl.
4.	~(A ∨ B)	3, DN
5.	~A . ~B	4, DeM
6.	~A	5, Simp.
7.	A . ~A	1, 6, Conj.

Invalidity [পৃঃ ১৭০, (C 19, Q 35) Jf 67]

কোনো বাক্য/বাক্যাকার 'p' invalid, অবৈধ—এ উক্তি করলে বলা হয় : 'p' স্ববিরোধী বা 'p' থেকে স্ববিরোধিতা নিদ্ধাশন করা যায়। আর কোনো যুক্তি/যুক্তি-আকার অবৈধ—এ উক্তি করলে দাবি করা হয়, যুক্তিটি যে আকারের সে আকারের এমন দৃষ্টান্ত আছে যার হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা। যথা, 'A ⊃ B, B ∴ A' এ যুক্তি/যুক্তি আকার অবৈধ। কেননা এ আকারের এমন যুক্তি আছে যার হেতুবাক্য সত্য, সিদ্ধান্ত মিথ্যা, যেমন এ যুক্তির : রবীন্দ্রনাথ ইংরেজ কবি ⊃ রবীন্দ্রনাথ কবি, রবীন্দ্রনাথ কবি ∴ রবীন্দ্রনাথ ইংরেজ কবি।

Lambda [পৃঃ ১৩, S178]

গ্রীক অক্ষর Λ [বড় হাতের L]। এ অক্ষরটি ব্যবহার করা হয় শূণ্য সেট বোঝাতে। ['Empty set' দ্রষ্টব্য]।

CENTRAL LIBRARY

Logical Division : 'Division' দ্রষ্টব্য

Material

biconditional	['Biconditional' দ্রষ্টব্য।]
conditional	['Conditional' দ্রষ্টব্য।]
equivalence	['Biconditional' দ্রষ্টব্য।]
implication	['Conditional' দ্রষ্টব্য।]

Membership [পৃঃ ৪১, ৪৬, ১০৯, S 177]

কোনো সেটের সঙ্গে এর উপকরণের (element-এর)—যা দিয়ে সেট গঠিত হয় তার — যে সম্বন্ধ তার নাম সভ্য-হওয়ার সম্বন্ধ। এ সম্বন্ধ ব্যক্ত করা হয় 'belongs to', 'is a member of, বা সংক্ষেপে গ্রীক অক্ষর '$\in$' [epsilon, ছোট হাতের e] দিয়ে। যথা, মনে করা যাক, $A = \{1, 2, 3\}$। এখানে 1, 2, 3 হল A-সেটের উপকরণ, কাজেই এদের প্রত্যেকটি A-এর সভ্য, প্রত্যেকটির সঙ্গে A-এর সম্বন্ধ হল membership সম্বন্ধ, $1 \in A$, $2 \in A$, $3 \in A$।

এ উদাহরণে সভ্যগুলি প্রত্যেকটি ব্যক্তি। কিন্তু সেটও সেটের সভ্য হতে পারে। ধরা যাক, $B = \{\{1\}, \{2\}, 3\}$ এখানে $\{1\} \in A$, $\{2\} \in A$, $3 \in A$। প্রথম দু ক্ষেত্রে B-এর সভ্য হল সেট, আর সর্বশেষ ক্ষেত্রে সভ্য হল কোনো ব্যক্তি।

Membra dividentia [পৃঃ ২৯৭, Jh 117] : 'Constituent Species' দ্রষ্টব্য।

Metaphorical Definition, 'Figurative definition' দ্রষ্টব্য।

Metaphysical Division [পৃঃ ২৯৫ Jh 132]

কোনো বস্তুর গুণগুলির উল্লেখকরণকেও প্রাচীনরা এক প্রকার বিভাজন বলে বর্ণনা করেছেন এবং এর নাম দিয়েছেন metaphysical division। যেমন, শর্করার পরিচয় দিতে গিয়ে এর বর্ণ, স্বাদ, আকার, দ্রবণীয়তা — এ সব উল্লেখ করা হয়। এ রকম গুণ-উল্লেখের নাম metaphysical division। এ কথাটার বাংলা প্রতিশব্দ হিসাবে 'গুণবর্ণন' বা 'গুণ-উল্লেখ' ব্যবহার করতে পারি।

Method of Existential Conditionals : [পৃঃ ২৪০, Q 105], 'Existential conditional' দ্রষ্টব্য।

Model [পৃঃ ১৯৮, Jf 79] : 'Consistency' দ্রষ্টব্য।

Method of Proof by Reductio ad Absurdum : 'I.P.' দ্রষ্টব্য।

Mutually Exclusive Set [পৃঃ ৫৪, S 184]

যদি এমন হয় যে $A \cap B = \Lambda$ তাহলে বলা হয় A আর B হল mutually exclusive, পরস্পর বিসংবাদী, সেট। যথা, লাল ফুলের সেট $\cap$ নীল ফুলের সেট = Λ, কাজেই এ সেট দুটি পরস্পর বিসংবাদী। আর একটা উদাহরণ। ধরা যাক, $A = (1, 2)$, $B = \{3, 4\}$। এখানেও A আর B পরস্পর বিসংবাদী, $A \cap B = \Lambda$।

Negative Definition [পৃঃ ২৮৪, Jh 113]

সদর্থক শব্দের বাচ্যের লক্ষণ দিতে গিয়ে নঞর্থক শব্দ প্রয়োগ করলে যে লক্ষণবাক্য পাওয়া যায় তার

CENTRAL LIBRARY

নাম নঞর্থক লক্ষণবাক্য। উদাহরণ : সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ হল এমন ত্রিভুজ যার কোনো কোণ সমকোণ নয় বা স্থূলকোণ নয়। এটা একটা নঞর্থক লক্ষণবাক্য।

Normal Form [পৃঃ ২৫৮, Q 61, 70]

Normal Form, বিহিতাকার, হল এমন সত্যাপেক্ষ বাক্যাকার যাতে : (i) '⊃', '≡' এর প্রয়োগ নেই (ii) '–' বা bar থাকতে পারে কেবল একবর্ণ প্রতীকের নিষেধ চিহ্ন হিসাবে, (iii) যদি প্রধান যোজক 'V' হয় তাহলে সংযৌগিকের অঙ্গ বাক্য হিসাবে থাকতে পারে কেবল কোনো বর্ণ বা বর্ণের নিষেধ, আর যদি প্রধান যোজক "." হয় তাহলে বৈকল্পিকের বিকল্প হিসাবে থাকতে পারে কোনো বর্ণ বা বর্ণের নিষেধ।

Normal form দু রকম : CNF (Conjunctional Normal Form, সংক্ষেপে CNF) আর Alternational Normal Form, সংক্ষেপে ANF। যথা

p, p V q, (p V q) . (p V –q) . (–p V q)— এগুলি CNF

p, p . q, (p . q) V (p . –q) V (–p . q)— এগুলি ANF

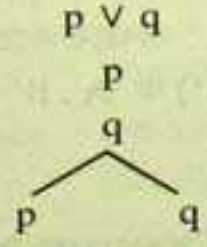
দ্রষ্টব্য : 'Alternational Normal Form' ও 'Conjunctional Normal Form'।

Obscure Definition [পৃঃ ২৮৭, Jh 114]

যে লক্ষণবাক্যে কোনো দুর্বোধ্য বা অনেকার্থক শব্দ প্রয়োগ করা হয় তাকে বলে দুর্বোধ্য লক্ষণ, obscure definition। উদাহরণ : পুত্রের লক্ষণ — যে পুন্নাম নিরয় থেকে ত্রাণ করে সেই পুত্র। এটা একটা দুর্বোধ্য লক্ষণবাক্য।

Open path [পৃঃ ১৭৪, Jf 67, 76]

['Closed Path' দেখ] The open path represents a counterexample—সত্যশাখীর মুক্তশাখা হল এমন শাখা যাতে থাকে প্রদত্ত বাক্যের বা যুক্তির বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত; মানে, এমন বাক্য [বা বাক্যের সত্যমূল্য] যার থেকে দেখা যায়, প্রদত্ত বাক্যটি/বাক্যাকার মিথ্যা হতে পারে, বা এমন হতে পারে যে : প্রদত্ত যুক্তির হেতুবাক্য সত্য সিদ্ধান্ত মিথ্যা। কথাটা এভাবে বলা যায় : যে শাখায় স্ববিরোধিতা নেই, কোনো বর্ণ ও তার নিষেধ নেই, সে শাখাই মুক্ত শাখা। উদাহরণ: (p V q), p ∴ –q—এ যুক্তির শাখী



এতে দুটো শাখাই মুক্ত, এখানে বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত হল : p-এর সত্যতা ও q-এর সত্যতা, tt for pq।

Overlapping Division [পৃঃ ৩০৪, Jh 118]

যে বিভাজন এমন যে, ভুক্ত শ্রেণীগুলি, বা কোনো দুটি ভুক্ত শ্রেণী, বিসংবাদী নয়, মানে যদি এমন ব্যক্তি থাকতে পারে যা একাধিক ভুক্ত শ্রেণীর সভ্য, তাহলে বিভাজনটি অন্যোন্যগম বিভাজন (overlapping division), আর শ্রেণীগুলিও অন্যোন্যগম। যথা, ধরা যাক, পশ্চিমবঙ্গবাসীদের বিভাগ করা এ তিন ভাবে : ভারতবাসী, বাঙালী ও মুসলমান। এটা অন্যোন্যগম বিভাগ।

CENTRAL LIBRARY

Path [পৃঃ ১৭৪, Jf 66]

['Closed Path', 'Open Path' দেখ] সত্যশাখী প্রসঙ্গে path-এর, শাখাপথের বা শাখার কথা ওঠে। কোনো বাক্য বিশ্লেষণ করে যে সব অঙ্গবাক্য পাই সেগুলি [সংযোগী হলে] উল্লম্ব আকারে বা [বিকল্প হলে] ওল্টানো দ্বিশূলের [বা ত্রিশূলের] আকারে লেখা হয়। ফলে বাক্য বিশ্লেষণ একটা ওল্টানো শাখীর [নিষ্পত্র শাখাপ্রশাখাসর্বস্ব বৃক্ষের] আকার ধারণ করে। এর প্রত্যেকটি শাখাকে বলে পথ, path, শাখাপথ বা শাখা।

কোনো শাখাপথে যদি কোনো বাক্য ও তার নিষেধ থাকেতাহলে শাখাটির [স্ববিরোধী বাক্যগুলির] নিচে 'x' চিহ্ন দিয়ে এর অগ্রগতি বন্ধ করে দিতে হয়; এর ফলে পাই একটি বন্ধ শাখা, closed path। আর যে শাখাপথে স্ববিরোধিতা দেখা দেয় নি তার অগ্রগতি হতে পারে, তার শাখা মুখে এখনও-অবিশ্লেষিত বাক্যের বিশ্লেষণ যুক্ত হতে পারে। এ রকম পথ হল মুক্ত পথ। শাখী গঠনের কাজ শেষ হয়ে গেলে, এ রকম মুক্ত শাখায় থাকে বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত [যদি বৈধতা নির্ণয়ের জন্য শাখী গঠন করা হয়]।

Physical Division [পৃঃ ২৯৩, Jh 132]

কোনো ব্যক্তিকে এর বিশেষ বিশেষ অংশে, অঙ্গ প্রত্যঙ্গে ভাগ করার [মানে, বিশ্লেষণ করার], অবয়বগুলি উল্লেখ করার, নাম physical division, আঙ্গিক বিভাজন বা অবয়ববিভাজন। যথা, যদি বৃক্ষকে, মূল কাণ্ড, শাখা, পত্র, পুষ্প ইত্যাদিকে ভাগ করি [মনে রাখতে হবে, এ বিভাজনও মানসিক প্রক্রিয়া] তাহলে পাব আঙ্গিক বিভাজন।

Porphyry [পৃঃ ৩১৫, Jh 67]

সিরীয় পণ্ডিত [A.D. 233] আরিস্টটল, প্লোটাইনাস্—এদের ভাষ্যকার। এঁর নাম অনুসারেই 'Porphyrian tree'।

Porphyrian tree [পৃঃ ৩১৫, Jh 130] পরফিরীয় শাখী পৃ. ৩১৫ দ্রষ্টব্য।

Principle of Division [পৃঃ ২৯২, Jh 118] 'Fundamentum Divisionis' দ্রষ্টব্য।

Principle of Extensionality [পৃঃ ৪৪, S 178] 'Extensionality for Sets' দ্রষ্টব্য।

Product [পৃঃ ৬, ৫৬, S 185]

['Intersection' দেখ] কেউ কেউ "intersection"-এর বদলে "product" কথাটি প্রয়োগ করেন এবং তাঁরা '∩'-এর বদলে বীজগণিতের গুণ চিহ্ন "." ব্যবহার করেন। [S পৃ. 185 দেখ]। তাহলে 'the product of A and B' ['A intersection B'] বা 'A . B' এর বক্তব্য এভাবে ব্যক্ত করতে পারি

$$(x)\ (x \in A\ .\ B \leftrightarrow x \in A\ \&\ x \in B)$$

মানে, A আর B-এর product বা গুণফল হল যা A-এরও সভ্য যুগপৎ B-এরও সভ্য তাদের দিয়ে গঠিত সেট। যেমন, যদি এমন হয় যে A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4} তাহলে A . B [A product B, A গুণ B] = {2, 3}

Proof [নির্ঘণ্টে যথাস্থানে দ্রষ্টব্য।]
by Reductio ad absurdum
Conditional
Indirect

CENTRAL LIBRARY

Proper subset [পৃঃ ৭৮, ৭৯, S 182]

যদি এমন হয় যে $A \subseteq B$ কিন্তু $A \neq B$ তাহলে বলা হয় : A হল B-এর proper subset, যথার্থ উপসেট, সংকেতলিপিতে $A \subset B$। তার মানে, A-কে বলা হয় B-এর proper subset যদি এমন হয় যে : যে সব ব্যক্তি A-এর সভ্য তার সবই B-এর সভ্য কিন্তু $A \neq B$, মানে — এমন ব্যক্তি আছে যা B-এর সভ্য, কিন্তু A-এর সভ্য নয়। উদাহরণ : $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1\}$। এখানে: $A \subset B$, $C \subset A$।

[Proximate /] Proximum Genus [পৃঃ ২৯৭, Jh 116]

কোনো ক্রমিক বিভাজনে কোনো শ্রেণীর ক্ষুদ্রতম জাতিকে—মানে অব্যবহিত পূর্ববর্তী পর্যায়ের জাতিকে—বলে নিকটতম জাতি proximum genus। যথা, পরফিরি শাখীতে মানুষের নিকটতম জাতি হল প্রাণী।

Proximate / [Proximum] Species

কোনো ক্রমিক বিভাজনে কোনো শ্রেণীর বৃহত্তম প্রজাতিকে — মানে, অব্যবহিত পরবর্তী পর্যায়ের প্রজাতিকে—বলে নিকটতম প্রজাতি proximate species। যেমন, পরফিরি শাখীতে প্রাণীর নিকটতম প্রজাতি : মানুষ।

Reductio ad Absurdum [পৃঃ 159, C53]

ল্যাটিন কথা, শব্দানুগ অনুবাদ : reduction to absurdity [এখানে absurdity = স্ববিরোধিতা], কাজেই বাংলায় এ কথাটা তর্জমা করতে পারি এভাবে: স্ববিরোধিতায় রূপান্তর। Proof by Reductio ad absurdum [R. A. A] = Indirect Proof, I.P.। কাজেই এ প্রসঙ্গে 'I.P.' দেখ।

Redundant Definition [পৃঃ ২৮৮]

যা বাদ দিলে লক্ষণের হানি হয় না তা অবশ্যই ফালতো, অনাবশ্যক। এ রকম অনাবশ্যক কথা যে লক্ষণবাক্যে থাকে [যা বাদ দিলেও পেতাম যথার্থ লক্ষণ] তাকে বলে বাহুল্য দুষ্ট [বা গুরু] লক্ষণ, redundant definition। যথা, 'মানুষ হল এমন বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন প্রাণী যে ব্যাকরণ শিখতে পারে'—এখানে ব্যাকরণ শিখতে পারার কথাটা অনাবশ্যক।

Rule of

C.P.	[নির্ঘণ্টে দ্রষ্টব্য।]
Inference	[পৃঃ ১৬৬।]
I.P.	[নির্ঘণ্টে দ্রষ্টব্য।]

Schema / Schemata [পৃঃ ২৮৮, Q (29, 95, 97, 98) 102-105]

['Schema' একবচন, 'Schemata' বহুবচন। 'Boolean existence', '—statement schema—', '—term schema' দ্রষ্টব্য।]

'p', 'q', 'r' ইত্যাদি এবং এদের দিয়ে গঠিত সত্যাপেক্ষকে বলে schemata, বাক্যাকার। [এ রকম ক্ষেত্রে এদের কেবল 'schemata' না বলে 'truth-functional schemata' সত্যাপেক্ষ বাক্যাকার বলে অভিহিত করা হয়।]. 'F', '$\bar{G}$', '$F\bar{G}$', '$F \vee G$' এ আকারের পদকেও schemata বলে [এদের নাম Boolean term schemata]। আবার '$\exists FG$', '$\exists(F \vee G)$' এগুলিও schemata [Boolean

CENTRAL LIBRARY

existence schemata] এ রকম বাক্য ও বাক্যের নিষেধ দিয়ে গঠিত সত্যাপেক্ষ বাক্যও schemata [Boolean statement schemata] যথা: $\exists F \supset \exists(F \vee G)$, $\exists F\bar{G} \supset -\exists F\bar{G}$।

Set [পৃঃ ৩৪—৩৬, S 177]

সেট বলতে বোঝায় যে কোনো (যে কোনো রকম) সমষ্টি। সাধারণ ভাষায় আমরা গুচ্ছ, গোছা প্রভৃতি কথা দিয়ে সেট বা সমষ্টি বোঝাই। কতকগুলি বস্তুকে যে একই সমষ্টির অন্তর্ভুক্ত করা হয়েছে, একই শ্রেণীর বস্তু [সভ্য] বলে মনে করা হয়েছে তা বোঝাতে '{ }' চিহ্নটি ব্যবহার করা হয়। যথা, '1', '2', '3' কতকগুলি বস্তু, সংখ্যা [সেট নয়], কিন্তু '{1, 2, 3}' একটা সেট।

Set [নির্ঘণ্টে যথাস্থানে দ্রষ্টব্য।]
complement
complement relative to
difference
empty
extensionality for
inclusion
intersection
mutually exclusive
proper subset
subset
sum

Species [পৃঃ ২৯৩, Jh 106, 116, 117]

কোনো জাতিকে বিভাগ করে যে ক্ষুদ্রতর শ্রেণী, ভুক্ত শ্রেণী, পাই তাদের বলে ঐ জাতির প্রজাতি, species। যথা, প্রাণী জাতির প্রজাতি : মানুষ, কুকুর, গরু, বেড়াল ইত্যাদি।

Subaltern Genera [পৃঃ ২৯৭, Jh 116]

['Continued Division' দেখ] ক্রমিক বিভাজনে মধ্যবর্তী পর্বের জাতি বা প্রজাতিকে—যেগুলি কোনো জাতির প্রজাতি আবার কোনো প্রজাতির জাতি তাদের—বলে মধ্যবর্তী জাতি, মধ্যমান জাতি, subaltern genera ['genus'-এর বহুবচন : genera]।

Subset [পৃঃ ৭৮, ৮২, ১১০, S 181]

যদি এমন হয় যে A-এর প্রত্যেকটি সভ্য B-এরও সভ্য তাহলে বলা হয় : A হল B-এর subset, A হল B-এর অন্তর্ভুক্ত, বা A is included in B, সংকেতলিপিতে $A \subseteq B$। উদাহরণ : মনে করা যাক, $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{1, 2\}$, এখানে $A \subseteq B$, $A \subseteq C$, $C \subseteq A$, $C \subseteq B$।

Sum [পৃঃ ৫৬, S 185]

['Union' দ্রষ্টব্য। 'Union'-এর বদলে কেউ কেউ 'sum' কথাটি প্রয়োগ করেন। এবং '$\cup$'-এর বদলে যোগ চিহ্ন '+' ব্যবহার করেন। তাহলে 'the sum of A and B', 'A sum B', ['$A \cup B$'], '$A + B$'-এর বক্তব্য এভাবে ব্যক্ত করতে পারি

CENTRAL LIBRARY

$(x)\,(x \in A + B \leftrightarrow x \in A \vee x \in B)$

Summum Genus [পৃঃ ২৯৮, Jh 116]

যে জাতিকে অন্য বৃহত্তর জাতির অন্তর্ভুক্ত করা যায় না তাকে বলে গরিষ্ঠ জাতি, summum genus।

Symmetry [পৃঃ ১০৪, S 181]

Symmetry, সমমুখিতা : যদি এমন হয় যে aRb → bRA; মানে, a থেকে b-এর দিকে গেলে যে সম্বন্ধ R, b থেকে a-এর দিকে গেলে পাই সে সম্বন্ধ R, তাহলে বলা হয় : R সম্বন্ধটি সমমুখী। আর এ সম্বন্ধের যে ধর্ম তার নাম সমমুখিতা। যথা, equal to, identical with, differs from, married to, is the brother-or-sister of—এসব সমমুখী সম্বন্ধ।

Too Narrow Definition [পৃঃ ২৮০]

যে লক্ষণবাক্য এমন যে তা লক্ষ্যের সব দৃষ্টান্তে লাগে না [সব দৃষ্টান্ত সম্পর্কে খাটে না] তাকে বলে অব্যাপ্তি দুষ্ট লক্ষণ। যথা, মানুষের লক্ষণ : মানুষ হল বুদ্ধিবৃত্তিসম্পন্ন কৃষ্ণকায় প্রাণী। এ লক্ষণ অব্যাপ্তি দোষে দুষ্ট—এটা শ্বেতকায় মানুষ (ইওরোপীয় মানুষ) সম্পর্কে খাটে না।

Too Narrow Division [পৃঃ ৩০৩]

যে বিভাজনে বিভাজ্যের অন্তর্ভুক্ত সব প্রজাতির উল্লেখ নেই তা too narrow বা incomplete, অব্যাপক বা অসম্পূর্ণ বিভাজন। যথা, ত্রিভুজের এ বিভাগ : ত্রিভুজ দু রকম—স্থূলকোণী ও সূক্ষ্মকোণী।

Too Wide Definition [পৃঃ ২৮০]

যে লক্ষণবাক্য তার লক্ষ্য ছাড়াও অন্য ক্ষেত্র সম্বন্ধেও খাটে তাকে বলে অতিব্যাপ্তিদুষ্ট লক্ষণবাক্য, too wide definition, আর এরূপ লক্ষণকে বলে অতিব্যাপক লক্ষণ। যথা, মানুষের লক্ষণ : মানুষ হল প্রাণী। ত্রিভুজের লক্ষণ : ত্রিভুজ হল সমতল ক্ষেত্র।

Too Wide Division [পৃঃ ৩০৩]

যে বিভাজনে ভুক্ত শ্রেণী ছাড়াও এমন প্রজাতির উল্লেখ থাকে যা বিভাজ্যের অন্তর্ভুক্ত নয়, সে বিভাজন অতিব্যাপ্তি দুষ্ট, too wide। যথা, বচনের বিভাজন : বচন হল—ভাববাচক, অভাববাচক ও অনুজ্ঞাবাচক [ও প্রশ্নবোধক]।

Totum divisum [পৃঃ ২৯২, Jh 117]

এটা ল্যাটিন কথা, এর শব্দানুগ অনুবাদ : সমগ্র বিভাজ্য—যে [সমগ্র] জাতিকে বিভাগ করতে হবে।

Transitivity [পৃঃ ১০৫, S 181]

Transitivity, সংক্রামকতা—যদি এমন হয় যে (aRb . bRc) → aRc মানে, a আর b-এর মধ্যে, আবার bআর c-এর মধ্যে একই সম্বন্ধ R খাটলে, যদি a আর c এর মধ্যেও R সম্বন্ধটি খাটে, তাহলে বলা হয়: R সংক্রামক (transitive) সম্বন্ধ; আর এ রকম সম্বন্ধের যে ধর্ম তাকে বলে সংক্রামকতা (transitivity)। যথা, ধরা যাক, R = is greater than। এ সম্বন্ধটি বোঝাতে 'G' লিখলাম [মানে এখানে R = G]। তাহলে '(aGb . bGc) → aGc'—এ বাক্য সত্য। কাজেই বলব G একটা সংক্রামক সম্বন্ধ। সে রকম above, before, older than, is included in—এ সব কথা যে সব সম্বন্ধ বোঝায় তার সবই সংক্রামক।

CENTRAL LIBRARY

Truth tree [পৃঃ ১৭২, ১৭৫, Jf 63-79]

Truth-tree, সত্যশাখী, গঠন একটা বৈধতা নির্ণয় পদ্ধতি [I.P.-এর সঙ্গে এর সাদৃশ্য লক্ষণীয়]। এতে কোনো বাক্যের বৈধতা নির্ণয় করতে হলে, বাক্যটির নিষেধ নিয়ে দেখতে হয় কোনো স্ববিরোধিতা পাওয়া যায় কিনা। কোনো যুক্তির বৈধতা নির্ণয় করতে হলে প্রদত্ত হেতুবাক্য ও প্রদত্ত সিদ্ধান্তের-নিষেধ নিয়ে দেখতে হয় কোনো স্ববিরোধিতা পাওয়া যায় কিনা। সব শাখাতেই [সব দিকেই] স্ববিরোধিতা দেখা দিলে বাক্যটি বা যুক্তিটি বৈধ, নতুবা অবৈধ। উদাহরণ

$A \rightarrow B, B \rightarrow C \therefore -A \vee C$

শাখী

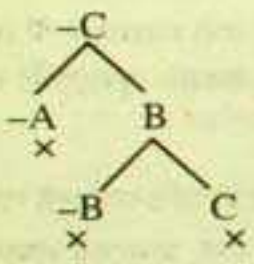
$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$

$-(-A \vee C)$

A

$-C$



নির্ণয় : বৈধ

$[(A \rightarrow B) . (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \vee C)$

শাখী

$-\{[(A \rightarrow B) . (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \vee C)\}$

$(A \rightarrow B) . (B \rightarrow C)$

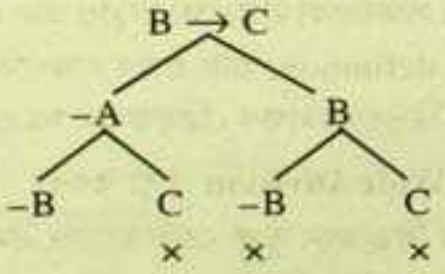
$-(A \vee C)$

$-A$

$-C$

$A \rightarrow B$

$B \rightarrow C$



নির্ণয় : অবৈধ, বিরুদ্ধ দৃষ্টান্ত:

A	B	C
f	f	f

Union [পৃঃ ৫৬, S 185]

যদি A আর B দুটো সেট হয় তাহলে 'A union B' ['A যোগ B'] সংকেতলিপিতে 'A ∪ B', বলতে বোঝায় সেসব বস্তুর সেট যা এদের কোনো না কোনোটির সভ্য। এ কথাটা এভাবে বলতে পারি

$$A \cup B = (x)(x \in A \vee x \in B)$$

[যেখানে 'v' নেওয়া হল অবিসংবাদী অর্থে]। যেমন ধরা যাক, A = {1, 2, 3} B = {4, 5, 6, 7} তাহলে A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

'∪' যে কেবল বিসংবাদী সেটের মধ্যে ব্যবহার করা যায় তা কিন্তু নয়। উদাহরণ : [আবার উপরোক্ত] A = {1, 2, 3}, B = {4, 5, 6, 7}; C = {1, 2, 3, 4, 5} । এখানে A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}, A ∪ C = {1, 2, 3, 4, 5। লক্ষণীয়, A আর B বিসংবাদী, কিন্তু A আর C অবিসংবাদী। আর

CENTRAL LIBRARY

একটা উদাহরণ। K = সব প্রাপ্তবয়স্ক মানুষের সেট, L = সব ৪০ বছরের অনূর্ধ বয়সের লোকের সেট, এখানে K ∪ L = সব মানুষের সেট। স্পষ্টতই K আর L অবিসংবাদী।

Universal Class : 'Domain of Individual' এর দ্বিতীয় অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।

Universe of Discourse : 'Domain of Individuals / Discourse' দ্রষ্টব্য।

Validity : [পৃঃ ১৯১, ২৩৯, C 50, Q 102]

['Invalidity' দ্রষ্টব্য] যে বাক্যের নিষেধ থেকে স্ববিরোধিতা নিঃসৃত হয় সে বাক্য বৈধ, valid। আর যে যুক্তির হেতুবাক্য ও সিদ্ধান্তের-নিষেধ যুক্ত করে তার থেকে [মানে, ঐ সংযৌগিক থেকে] স্ববিরোধিতা নিষ্কাশন করা যায় সে যুক্তি, এবং সে আকারের যুক্তি, বৈধ। এক কথায় 'P' বা 'P ∴ Q' আকারের বাক্য বা যুক্তি বৈধ হবে যদি এমন হয় যে '–P' বা 'P . –Q' স্ববিরোধী, এদের থেকে স্ববিরোধিতা নিঃসৃত হয়। যথা 'A ⊃ (A ∨ B)' বৈধ, কেননা '–[A ⊃ (A ∨ B)]' স্ববিরোধী; 'A ∴ A ∨ B' বৈধ কেননা 'A . –(A ∨ B)' [বা 'A . –A . –B'] স্ববিরোধী।

19-1-2001